

Н. Н. Абрамов,  
д-р техн. наук, проф.

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА  
РАСЧЕТА  
СИСТЕМ ПОДАЧИ  
И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ВОДЫ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛИТЕРАТУРЫ  
ПО СТРОИТЕЛЬСТВУ  
Москва — 1972

**Теория и методика расчета систем подачи и распределения воды.** А б р а м о в Н. Н. М., Стройиздат, 1972. 288 с.

В книге обобщены и систематизированы научные исследования (отечественные и зарубежные) и практический опыт в области гидравлических и технико-экономических расчетов современных систем водоснабжения. Изложены методы анализа совместной работы водопитателей, водоводов, сетей и емкостей. Освещены вопросы надежности и экономичности систем подачи и распределения воды. Все вопросы рассмотрены с учетом возможностей использования для их решения вычислительных машин.

Книга рассчитана на инженеров и научных сотрудников, работающих в области водоснабжения.

Табл. 4, рис. 131, список лит. 70 назв.

Исключительная сложность задач определения наивыгоднейших решений при проектировании систем подачи и распределения воды, многообразие отдельных факторов и обстоятельств, влияющих на технико-экономические показатели системы, определяют специфические особенности подхода к решению этих задач и методов их практического решения. В большинстве случаев наивыгоднейшее решение проектируемых систем может быть найдено в результате сочетания методов вариантного проектирования и технико-экономических расчетов отдельных возможных схем при различных режимах их работы.

Ряд основных вопросов технико-экономического расчета систем подачи и распределения воды может быть решен только путем последовательного приближения. Все сказанное затрудняет порядок изложения теоретических основ и методов расчета рассматриваемых систем.

В инженерном проектировании вопросы гидравлических расчетов и нахождение оптимальных решений тесно переплетаются. Между тем каждая из этих областей имеет обособленную теоретическую базу, требующую своего достаточно углубленного анализа (при изложении).

Это обусловило некоторую двойственность структуры настоящей монографии, в которой анализ практических методов проектирования определенным образом переплетается с изложением основных теоретических вопросов. Так как книга рассчитана на читателей, знакомых с техникой расчета водопроводящих систем, указанное обстоятельство не должно вызвать затруднений при ее чтении. При этом в отдельных главах сделаны соответствующие взаимные ссылки.

В главе I излагаются общая постановка задачи о расчете гидравлического комплекса сооружений системы водоснабжения и особенности ее решения.

Анализ и форма связей расходов и потерь напора (или давлений) через специфические (индивидуальные) характеристики основных элементов систем водоснабжения рассматриваются в главе II.

В главе III излагаются общие вопросы совместной работы основных сооружений гидравлического комплекса систем водоснабжения (водоводов, сетей, водопитателей и емкостей) при уже известных (или заданных предварительно) основных характеристиках. В результате этих поверочных расчетов определяются действительные нагрузки (расходы и напоры) в основных элементах системы.

Некоторые положения топологии сетей излагаются в главе IV.

В главе V рассматриваются вопросы начального потокораспределения, тесно связанные с требованиями надежности работы систем подачи и распределения воды. Содержание этих двух глав может быть использовано при последующем рассмотрении вопросов, излагаемых в главах VI и VII.

Теория и методы поверочных расчетов кольцевых водопроводных сетей (т. е. вопросы их «внутренней увязки») рассматриваются в главе VI.

Глава VII посвящается анализу путей нахождения оптимальных решений и технико-экономических расчетов систем.

В главе VIII приводятся некоторые сведения об использовании вычислительных машин для расчета систем водоснабжения и те особенности, которые их использование накладывает на характер проектирования и расчета, а также подготовки исходных данных для передачи их машинам.

В настоящей монографии сделана попытка систематического обзора и анализа некоторых основных вопросов расчета систем подачи и распределения воды. Здесь далеко не полно охвачен весь широкий круг задач, правильное решение которых весьма важно: не приведен анализ неточностей исходных данных и ряда условностей, принимаемых в основу расчетов; не освещен ряд вопросов методики вариантного проектирования и связи его с прямыми расчетами; не дан анализ вопросов о выборе расчетных случаев работы системы и их взаимосвязи; не рассмотрены вопросы выбора наиболее выгодных режимов совместной работы основных элементов системы и ряд других вопросов. Все они неизбежно возникают при реальной постановке задачи проектирования всякой значительной системы водоснабжения и должны быть учтены для получения экономичного решения.

Из-за ограниченного объема книги не было возможности осветить все многочисленные работы и предложения в области усовершенствования и развития методов расчета водопроводных систем, которые были опубликованы за последние годы.

Автор выражает искреннюю благодарность рецензенту настоящей работы проф. Л. Ф. Мопнину, а также доц. Л. Я. Цлаф за просмотр отдельных глав рукописи.



# Глава ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О РАСЧЕТЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО I КОМПЛЕКСА СООРУЖЕНИЙ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ ЕЕ РЕШЕНИЯ

---

Задача проектирования и расчета комплекса подающих и распределяющих воду сооружений системы водоснабжения может быть сформулирована как отыскание такого комплекса и таких численных характеристик составляющих его элементов (водопитателей, водоводов, сетей и емкостей), который обеспечивает наименьшую величину приведенных затрат на его строительство и эксплуатацию за принятый расчетный срок при обязательном соблюдении ряда технических требований или условий, как-то:

1) подача к местам потребления требуемых количеств воды и обеспечение в местах ее отбора заданных (требуемых) напоров (давлений) в сети;

2) обеспечение требуемой степени надежности системы и, следовательно, определенной степени бесперебойности подачи воды;

3) необходимость использования стандартных изделий при устройстве сетей и водоводов (труб) и водопитателей (насосов).

В результате расчета гидравлического комплекса по каждому из сравниваемых вариантов схемы должны быть определены диаметры всех линий (водоводов и сетей), выбраны типы и мощности насосов, назначены режимы работы всего комплекса так, чтобы он обладал наибольшей экономичностью при соблюдении всех перечисленных выше технических требований.

Решение этой комплексной задачи для системы водоснабжения представляет исключительно большие трудности, обусловливаемые специфическими особенностями этих систем.

Прежде всего выбор схемы водоснабжения зависит в высокой степени от местных природных условий: расположения используемых природных источников, рельефа местности, а также от планировки снабжаемого водой объекта, характера расположения на снабжаемой территории различных по своим требованиям (к расходам и напорам) потребителей и, наконец, от сочетания всех этих факторов. Поэтому для крупных объектов проектировщику приходится в большинстве случаев рассматривать несколько вариантов всей схемы комплекса и путем предварительной их оценки выбирать один (или несколько) конкурирующий вариант для детальной разработки.

Следующая трудность проектирования и расчета систем водоснабжения (в отличие от различных «статических» систем) обусловливается необходимостью рассматривать их в динамике, т. е.

рассчитывать и оценивать ее по работе в условиях будущей эксплуатации при непрерывно изменяющихся размерах и режиме водопотребления.

Расходы на эксплуатацию, как сказано выше, составляют значительную часть приведенных затрат и, следовательно, существенно влияют на показатель экономичности системы в целом.

Таким образом, для получения наиболее выгодного решения системы необходимо выбрать оптимальный вариант схемы водоснабжения, при этом каждый из сравниваемых вариантов должен предусматривать наиболее экономичный режим работы подающих воду станций.

Следует отметить, что расход энергии, затрачиваемой на подъем воды, зависит также от мероприятий по повышению к. п. д. самих насосных установок (автоматизации их работы, регулирования числа оборотов и т. п.).

В основу расчета гидравлического комплекса сооружений должны быть положены данные о вероятном росте и вероятном режиме водопотребления в течение суток, года, а также всего расчетного периода. Как сказано выше, фактические размеры и режим водопотребления всегда будут отличаться от запланированных (на основе прогноза). Поэтому система водоснабжения должна быть запроектирована столь гибкой, чтобы режим ее работы можно было легко корректировать в процессе эксплуатации (в условиях отклонения фактического водопотребления и характера отбора воды от запланированного). При этом, разумеется, эта задача не должна решаться (при проектировании) за счет принятия экономически неоправданных затрат.

Характерной особенностью гидравлического комплекса систем водоснабжения является то, что его элементы (водопитатели, транспортирующие воду линии и в известной степени емкости) неразрывно связаны между собой в каждый момент их работы. Кроме того, работа всего комплекса неразрывно связана с характером и режимом водоотбора. Любые изменения водоотбора или изменения в системе транспортирующих воду линий (авария или выключение отдельных участков, увеличение гидравлических сопротивлений) влечет за собой перераспределение потоков воды в сети, изменение напоров и соответственно вызывает изменение величин  $Q$  и  $H$  водопитателей.

Поэтому одним из основных процессов проектирования системы водоснабжения является анализ совместной работы элементов гидравлического комплекса.

Непрерывные, в значительной степени хаотичные и неуправляемые изменения водопотребления (особенно в городских водопроводах) вносят исключительные трудности в расчеты и экономическую оценку водоподающих систем.

Для гидравлического расчета системы приходится выбирать определенные характерные и критические «временные сечения» (расчетные моменты, случаи). Необходим умелый выбор таких

«сечений» для того, чтобы они возможно более полно и правильно отражали характерные особенности работы системы. Для более или менее точного проектирования необходимо исследовать значительное число «временных сечений» (расчетных моментов работы).

Исключительная трудоемкость расчета для каждого случая при большом их числе дает огромный объем вычислительной работы, с которым практически можно справиться только лишь при использовании вычислительных машин.

Для экономической оценки системы за расчетный срок необходимо проводить интегрирование расходов электроэнергии, расходуемой на подъем воды в течение этого периода, и соответствующих затрат средств. При изменяющемся и условно прогнозируемом режиме водопотребления и водоподачи за расчетный период эта задача является весьма громоздкой, и, к сожалению, точное решение ее не может считаться обеспеченным (особенно для городских систем водоснабжения).

Вопросы прогнозирования объемов и режимов водопотребления (определения коэффициентов неравномерности расходования воды) на расчетные сроки представляют большой интерес. Дальнейшие исследования в этой области могут привести к уточнению исходных данных, принимаемых для проектирования и расчета систем водоснабжения. Для подобного прогнозирования могут быть использованы методы теории вероятности и математической статистики. Такие исследования могли бы дать обоснования для принятия величин расчетных «пиковых» расходов в системе исходя из вероятной частоты их повторяемости и длительности.

Все эти вопросы представляют особую область (к сожалению, мало исследованную до сего времени) и не затрагиваются в настоящей монографии. Не подвергаются также анализу вопросы оценки неточностей, которые обуславливаются рядом допущений, обычно принимаемых в основу расчета систем водоснабжения (рассмотрение упрощенных расчетных схем сетей, расчетных схем отбора воды из сети в отношении размеров и режима отборов и т. п.), а также вопросы установления требуемой точности проводимых расчетов. Эти вопросы ставились и анализировались рядом авторов [4, 7, 27], но пока не получили удовлетворительного решения.

Следует отметить, что необходимость пользоваться стандартными величинами диаметров труб также вносит в процессе технико-экономического расчета систем известные затруднения, вводя дискретный ряд расчетных величин.

Получаемые на заводах зависимости  $Q$  и  $H$  для изготавливаемых промышленностью типов насосов, представляемые обычно в виде эмпирических кривых, требуют при расчетах водопроводных систем или аппроксимативного выражения этих кривых в аналитической форме, или графического решения задачи.

Таким образом, общая технико-экономическая задача нахождения оптимального решения гидравлического комплекса системы

водоснабжения является задачей исключительно сложной и многообразной.

Вряд ли можно надеяться построить такую функцию, которая бы связывала приведенную величину затрат по системе за расчетный срок со всеми определяющими ее факторами, чтобы путем нахождения ее математического минимума получить искомые наиболее выгодные значения (параметры) отдельных элементов комплекса. В отношении выбора оптимальной схемы задачу приходится решать методами вариантного проектирования, т. е. путем технико-экономического сравнения и оценки ее возможных вариантов, а для выбранного варианта — путем гидравлических и технико-экономических расчетов элементов системы и комбинаций различных элементов в их взаимосвязи.

Собственно технико-экономический расчет систем подачи и распределения воды заключается в нахождении размеров и параметров работы элементов системы, соответствующих наименьшим значениям приведенных затрат.

Экономический расчет сопровождается проведением гидравлических расчетов, которые обеспечивают соблюдение гидравлических связей между элементами системы, а также дают возможность определить действительную картину движения воды, распределения потоков и давлений в системе при уже найденных диаметрах водопроводных линий. Самые методы технико-экономического расчета включают операции, аналогичные используемым при гидравлической увязке водопроводных сетей.

Таким образом, гидравлические расчеты, являясь неотъемлемой частью решения задачи, носят все же, по существу, подсобный характер по отношению к технико-экономическим расчетам.

Решение задачи расчета системы подачи и распределения воды с удовлетворением условий экономичности, с соблюдением гидравлических взаимосвязей между элементами системы и удовлетворением требований надежности осуществляется в несколько этапов путем последовательного приближения.

Обычно для каждого варианта схемы сооружений назначается «модель» ее работы для отдельных расчетных моментов водопотребления, т. е. намечается потокораспределение в линиях сетей и водоводов, подачи воды насосами и от резервуаров, а также величины отборов воды. При назначении потокораспределения в сетях учитываются (точно или приближенно) уравнения материального баланса ( $\sum Q = 0$  в узлах), а также требования надежности. Для намеченной (принятой) «модели» путем технико-экономического расчета определяются наиболее выгодные диаметры труб и пьезометрические отметки насосов.

В результате технико-экономического расчета назначаются стандартные диаметры труб (ближайшие к наиболее выгодным) и выбираются реальные характеристики насосов. Затем проводят серию поверочных гидравлических расчетов системы с учетом

совместной работы ее основных элементов и уточняют действительные расходы воды по участкам сети, действительную подачу воды водопитателями и создаваемый ими напор, действительную работу регулирующих емкостей и действительные величины свободных напоров, обеспечиваемых в узлах сети и точках водоразбора. Если эти напоры не соответствуют требованиям потребителей или техническим условиям, расчет повторяют, заменяя водопитатели, изменяя диаметры некоторых линий и т. п. Подобные расчеты должны быть проведены для всех конкурирующих вариантов схемы при различном расположении водопитателей, резервуаров и т. д.

В пределах отдельных расчетных операций, в частности при проведении гидравлических увязок сети, решение достигается также лишь путем последовательного приближения.

Таким образом, путь последовательного приближения и последовательного проведения поворочных расчетов является широко используемым при расчете систем подачи и распределения воды<sup>1</sup>.

Все гидравлические расчеты систем водоснабжения основываются на зависимостях между двумя группами переменных — расходов и давлений (потерь напора). Используются и отыскиваются связи между этими переменными как в пределах каждой из групп, так и между переменными различных групп для отдельных элементов системы или отдельных комбинаций элементов.

---

<sup>1</sup> Это, как известно, не исключает использования прямых математических методов решения отдельных задач расчета гидравлического комплекса.

# Глава ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ

## II

Основными элементами систем подачи и распределения воды, связанными в единый гидравлический комплекс, являются:

а) линии, подающие (проводящие) воду, — водоводы, участки сети;

б) водопитатели — насосы, питающие резервуары, пневматические установки и др.;

в) устройства, отбирающие воду из сети («отборы»).

Все гидравлические расчеты систем подачи и распределения воды базируются на зависимостях между расходами воды  $Q$  (проводимыми, подаваемыми или забираемыми в единицу времени) и соответствующими напорами  $H$  (создаваемыми, теряемыми или требуемыми) как в отдельных элементах системы, так и в их комбинациях или в комплексе всей системы в целом. Для каждого элемента гидравлической системы имеет место определенная закономерность связей между соответствующими величинами  $Q$  и  $H$ , выраженная аналитически или графически.

Действительные значения  $Q$  и  $H$  при совместной работе элементов системы могут быть получены только в результате совместного решения уравнений, выражающих эти связи, или совмещением их графических характеристик, если они выражены графически.

Рассмотрим наиболее обычные типы элементов гидравлического комплекса и формы связей  $Q$  —  $H$  для этих элементов и их обычных сочетаний в системах подачи и распределения воды.

### 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОДОПИТАТЕЛЕЙ

В качестве водопитателей рассматриваются насосы, напорные резервуары и пневматические емкости.

**Центробежные насосы** являются наиболее часто используемым типом водопитателя в системах водоснабжения.

Как известно, теоретически напор  $H_{нас}$ , создаваемый центробежным насосом (или точнее полная высота подъема насоса), связан линейно с его подачей  $Q$ . Однако потери энергии в самом насосе и изменение его к. п. д. (при изменении подачи) приводят к тому, что действительная зависимость  $H$  от  $Q$  становится нелинейной. Эта зависимость устанавливается путем заводских испытаний каждого типа изготавливаемых насосов и представляется графически. Графические характеристики разных типов насосов даются в каталогах и паспортах центробежных насосов и являются официальным техническим документом (свидетельством) о гаран-

тируемой заводом зависимости между  $Q$  и  $H$  данного насоса. При поверочных расчетах систем водоснабжения, т. е. при анализе совместной работы элементов гидравлического комплекса, могут использоваться как графические характеристики насосов, так и уравнения вида  $H = F(Q)$ , приближенно выражающие связь между величинами  $Q$  и  $H$ .

Существуют и используются в практике различные методы представления графических характеристик центробежных насосов в виде функций  $H = F(Q)$  или  $Q = f(H)$ . В общем виде любая эмпирическая кривая, связывающая величины  $Q$  и  $H$ , может быть аппроксимирована с желаемой степенью точности многочленом вида:  $a_0 + a_1Q + a_2Q^2 + \dots + a_nQ^n$ .

В своей книге Е. А. Прегер [41] дает эту зависимость в виде трехчлена  $H = a_0 + a_1Q + a_2Q^2$  и приводит численные значения коэффициентов  $a$  для большого количества типов центробежных насосов, выпускаемых промышленностью СССР.

Для практических целей при расчетах и анализах работы центробежных насосов в распределительную систему водоснабжения бывает достаточно получить аналитическое выражение графической (каталожной) характеристики насоса (кривая  $I$  на рис. II.1) лишь для той ее части, которая лежит в области устойчивой и экономичной работы насоса (участок  $A-B$ ).

Весьма удобно использовать для аппроксимации кривые второго порядка, например уравнение параболы  $H = H_0 - S_{\text{нас}}Q^2$ . Задача сводится к определению параметров параболы, проходящей через точки  $A$  и  $B$  с вершиной, которая лежит на оси ординат. Искомые величины  $H_0$  и  $S_{\text{нас}}$  могут быть определены из следующих уравнений:  $H_1 = H_0 - S_{\text{нас}}Q_1^2$  и  $H_2 = H_0 - S_{\text{нас}}Q_2^2$ . Откуда

$$S_{\text{нас}} = \frac{H_1 - H_2}{Q_2^2 - Q_1^2} \text{ и } H_0 = H_1 + S_{\text{нас}}Q_1^2 = H_2 + S_{\text{нас}}Q_2^2.$$

Координаты точек  $A$  и  $B$  ( $H_1, Q_1$  и  $H_2, Q_2$ ) известны.

Величина  $S_{\text{нас}}$  может рассматриваться как коэффициент гидравлического сопротивления насоса. Для группы  $n$  одинаковых параллельно работающих насосов общий коэффициент группы равен  $\frac{1}{n}S_{\text{нас}}$ . Величина  $H_0$  для группы насосов остается такой же, как и для каждого отдельного насоса.

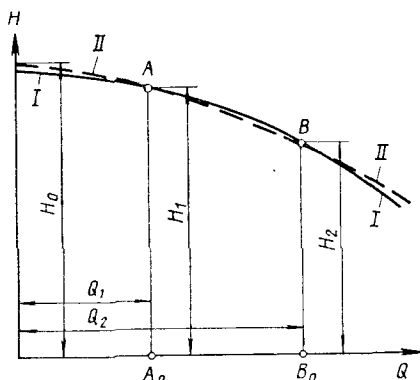


Рис. II.1

М. С. Заневский и В. Г. Ильин [22] приводят значения параметров  $H_0$  и  $S_{\text{нас}}$  для многих насосов, выпускаемых отечественной промышленностью.

В. Г. Ильин предлагает при аппроксимации принимать не граничные точки «рабочего» участка характеристики ( $A$  и  $B$ ), а точки, лежащие «примерно в конце первой и третьей четверти» участка  $A_0-B_0$ . Вероятно, это может несколько увеличить степень аппроксимации. В. Г. Ильин дает аппроксимацию характеристик насосов, используя не только параболы, но и кривые вида  $H = H_0 - S_{\text{нас}}Q^{1,85}$ .

При использовании обточка (изменения диаметра) колес стандартного насоса (от  $D$  до  $D'$ ) для построения кривой, аппроксимирующей характеристику насоса с уменьшенным диаметром колеса  $D'$ , величина  $H'_0 = H_0 \left(\frac{D'}{D}\right)^2$ . При этом величина  $S_{\text{нас}}$  для таких насосов может быть оставлена без изменений при условии, что рабочая точка насоса не выходит из границ рекомендуемого рабочего участка. В противном случае должны быть пересчитаны значения как  $H_0$ , так и  $S_{\text{нас}}$ .

При использовании автоматического регулирования работы насоса необходимо принимать зависимость между  $Q$  и  $H$ , обусловливаемую методом регулирования.

**Поршневые насосы** (сравнительно редко используемые в современных системах водоснабжения) имеют подачу воды  $Q$ , не зависящую от создаваемого напора  $H$ . Величина подачи  $Q$  поршневого насоса, как известно, определяется объемом цилиндра и числом ходов поршня в единицу времени. Величина  $H$  может изменяться в любых пределах, ограничиваемых только мощностью двигателя и прочностью самого насоса (и подающей системы). Таким образом, характеристика поршневого насоса имеет вид:  $Q = \text{const}$ . Графически эта характеристика выражается прямой, параллельной оси ординат.

**Напорные питающие резервуары со свободной поверхностью воды.** К водопитателям подобного рода относятся водонапорные башни и напорные (возвышенные) резервуары, которые постоянно или периодически подают воду в распределительную систему. Гидравлическая характеристика открытого напорного резервуара выражается формулой  $H = \text{const}$ . Графически характеристика резервуара выражается прямой, параллельной оси абсцисс (с ординатой  $H$ ).

Уровень воды в резервуаре задается его отметкой над выбранной для системы плоскостью сравнения. Практически в большинстве случаев уровень воды в напорных резервуарах изменяется во времени. Это всегда имеет место в резервуарах, которые служат аккумулялирующей емкостью. Такие резервуары могут постоянно получать воду от источника и отдавать ее в распределительную систему (как, например, головной резервуар гравитационной системы) или попеременно подавать воду в сеть или получать ее



из сети (что характерно для всех напорно-регулирующих емкостей). В последнем случае, очевидно, такой резервуар превращается периодически из водопитателя в «нефиксированный отбор» воды. Пределы и интенсивность изменения уровня воды в резервуаре зависят (при данных насосах) от принятых размеров и формы резервуара, а также от режима водопотребления. Степень наполнения резервуара в каждый момент не связана какой-либо закономерностью с количеством воды, подаваемой из него в систему в этот момент. Поэтому для расчета и анализа совместной работы напорного резервуара как водопитателя с остальными элементами системы приходится учитывать возможные (вероятные) предельные значения отметок уровня воды в резервуаре ( $H_{\max}$  и  $H_{\min}$ ) и находить соответствующие им значения  $Q$  и  $H$  других элементов.

**Пневматические резервуары (котлы)** обычно выполняют роль напорно-регулирующих емкостей и могут, как и открытые резервуары, являться для системы попеременно водопитателями или нефиксированными отборами. Для каждого расчетного момента для них также может быть применена формула  $H = \text{const}$ . Однако пределы изменения величины  $H$  в процессе работы систем зависят не только и не столько от изменения уровня воды в резервуаре, сколько от давления воздуха на поверхность воды. В пневматических системах переменного давления изменение уровня воды в котле определяет изменение давления находящегося там воздуха и, следовательно, давления его на поверхность воды. В этих случаях связь между объемом  $W$  и давлением  $P_{\text{абс}}$  определяется приближенно по закону Бойля — Мариотта (как для изотермического процесса), т. е.  $P_{\text{абс}} W = \text{const}$ . Предельное минимальное давление в котле соответствует моменту его опорожнения. Приведенная высота этого давления эквивалентна расчетному уровню воды в открытом резервуаре.

## 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТБОРОВ ВОДЫ ИЗ СИСТЕМЫ

**Фиксированные отборы.** В централизованных системах водоснабжения (особенно городского, где вода отдается в весьма большом числе точек) величина отбора воды каждым из потребителей зависит не только от степени открытия им водоразборного крана, но и от непрерывно изменяющейся величины давления в сети. Колебания давления в сети, в свою очередь, обуславливаются непрерывным изменением числа и мест отбора воды всей суммой потребителей. В системах хозяйственно-питьевого водоснабжения каждый из потребителей, желая сохранить привычную (или требуемую) для себя интенсивность отбора, регулирует интуитивно степень открытия крана в соответствии с меняющимся в сети давлением. Этим достигается как бы автоматическая стабилизация величины отборов воды из сети (конечно, далеко не полная и не совершенная).

Учитывая это обстоятельство, а также ввиду полной практической невозможности учесть всю действительную картину влияния изменения давлений в сети на величину отдельных отборов воды населением, для расчета систем городских водопроводов, как известно, все узловые величины отбора воды из сети (к которым приводится хозяйственно-питьевое водопотребление) условно принимаются не зависящими от давления в сети. Эти узловые отборы, таким образом, принимаются для расчета «фиксированными». В отличие от таких условных (фиктивных) фиксированных отборов имеют место действительные фиксированные отборы воды из сети, осуществляемые через автоматические устройства, которые позволяют забирать из сети постоянно заданные количества воды независимо от изменения в ней давления (при условии, что оно не падает ниже определенной величины). Такие действительные фиксированные отборы осуществляются в некоторых промышленных предприятиях, требующих равномерной подачи воды. Гидравлической характеристикой всех фиксированных отборов служит, очевидно, выражение  $Q = \text{const}$ .

**Нефиксированные отборы.** При таких отборах величина расхода воды зависит от давления в сети. Эта зависимость принимается при расчете системы водоснабжения. К нефиксированным отборам относятся отборы воды в различные открытые резервуары — регулирующие и запасные емкости, резервуары перед станциями подкачки в зонных водопроводах, баки производственных предприятий, пневматические котлы, а также отборы воды насосами повысительных станций непосредственно из сети и т. д.

Нефиксированный отбор воды в открытые резервуары характеризуется отметкой расположения резервуара (отметкой излива воды или отметкой уровня воды). Для заданной расчетной отметки  $H = \text{const}$ .

Фактически величина отбора воды в подобном случае будет определяться величиной напора, создаваемого водопитателем данной системы, минус потери напора в системе от водопитателя до резервуара. Изменение величины этих потерь, обусловливаемое изменением мест и размеров отбора воды из сети другими потребителями, будет влиять на величину рассматриваемого нефиксированного отбора. Для каждого расчетного случая величины фиксированных отборов в узловых точках сети известны и величина отбора воды в резервуар может быть найдена путем анализа совместной работы водопитателя сети и резервуара.

Величина нефиксированного отбора воды при наличии специальных регулирующих устройств в месте отбора зависит (кроме указанных выше факторов) от величины и характера гидравлического сопротивления регулирующего устройства (при различных степенях его открытия). Характеристика водоразборного устройства может быть выражена через коэффициент местного сопротивления  $\zeta$ .

## Потери напора на местные сопротивления

$$h_m = \zeta \frac{v^2}{2g} = \frac{\zeta Q^2}{2g \left( \frac{\pi d^2}{4} \right)^2} = \frac{8\zeta}{g\pi^2 d^4} Q^2 = S_m Q^2,$$

где  $d$  — диаметр трубы, подводящей воду.

Считая  $\zeta$  независимым от  $Q$ , характеристику подобного нефиксированного отбора можно выразить так:

$$H_{отб} = Z + S_{отб} Q^2,$$

где  $Z$  — отметка точки отбора;

$S_{отб}$  — гидравлическое сопротивление водоразборного устройства (постоянное или изменяемое потребителем по желанию или по заданному графику, т. е. различное для различных расчетных моментов).

Если регулирующее устройство обеспечивает постоянную величину отбора воды, последний перестает быть нефиксированным отбором.

При непосредственном отборе воды из сети насосной станцией подкачки его величина при изменении давления в питающей сети определяется в результате анализа совместной работы системы, подающей воду к станции подкачки (водопитатель и сеть с фиксированными отборами воды из нее), самой насосной станцией подкачки и системы, в которую последняя подает воду.

В п. 4 настоящей главы даны примеры определения величин нефиксированных отборов воды для простейших комбинаций элементов системы.

### 3. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОДОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ

Связь между пьезометрическими напорами  $H$  в узлах, ограничивающих отдельные участки водопроводных линий, определяется выражением

$$H_i - H_k = h_{ik},$$

где  $h_{ik}$  — напор, потерянный на преодоление гидравлических сопротивлений на рассматриваемом участке.

Величина потери напора в линиях наружных водопроводных сетей обуславливается в основном потерями на преодоление сил трения, пропорциональными длине линии  $l$ .

Потеря напора

$$h = S l^3 = S_0 l^3,$$

где  $S = S_0 l$  — гидравлическое сопротивление линии;

$S_0$  — удельное гидравлическое сопротивление.

Величина  $S_0$  (так же как и коэффициент  $\lambda$  в формуле Дарси — Вейсбаха) зависит от диаметра труб, характера их внутренней

поверхности и числа Рейнольдса. Зависимость эта различна при различном характере движения жидкости. Как известно [9, 45], используемые в современной водопроводной практике трубы могут работать в одной из следующих трех областей.

1. Область квадратичного сопротивления, где  $\lambda$ , а следовательно, и  $S_0$  зависят только от диаметра трубы и шероховатости внутренней поверхности ее стенок.

2. Переходная область турбулентного режима (доквадратичная область), где  $\lambda$  и  $S_0$  зависят от диаметра и шероховатости труб, а также от числа Рейнольдса (т. е. от скорости движения и вязкости жидкости).

3. Область гидравлически гладких труб, где  $\lambda$  и  $S_0$  зависят от диаметра трубы и числа Рейнольдса и не зависят от шероховатости труб.

В квадратичной области работают «бывшие в употреблении» (неновые) чугунные и стальные трубы при скоростях движения жидкости  $v > 1,2$  м/сек.

В переходной (доквадратичной) области работают неновые чугунные и стальные трубы при скоростях движения воды  $v < 1,2$  м/сек, а также асбестоцементные трубы при всех практически используемых скоростях движения воды.

В области гидравлически гладких труб работают полиэтиленовые, винилпластовые и стеклянные трубы.

Влияние шероховатости внутренней поверхности стенок труб на величину гидравлического сопротивления учитывается различными формулами или при помощи эмпирических коэффициентов, полученных экспериментально для различных типов труб (формулы Куттера, Маннинга, Павловского, Шевелева, Вильямса — Хезена и др.) или с использованием некоторых численных характеристик шероховатости (формулы Прандтля — Никурадзе, Кольбрука, Альтшуля и др. [5, 16]).

Во всех практически встречающихся случаях расчета водопроводных линий потери напора в них определяются по эмпирическим или полуэмпирическим формулам. Все эти формулы могут быть (непосредственно или путем аппроксимации) приведены к виду

$$i = k \frac{q^3}{d^m}. \quad (II.1)$$

Для определенного типа труб (с определенной шероховатостью их стенок) зависимость величины потери напора на единицу длины от расхода определяется коэффициентом  $k$  и показателями степени  $\beta$  и  $m$ .

Очевидно, кривая, выражаемая уравнением (II.1), дает действительную зависимость между величинами  $i$  и  $q$ , если она совпадет с опытной кривой (для данного типа труб, работающих в данной области сопротивлений). Обеспечить наибольшее совпадение можно, изменяя величину  $k$  и величины показателей

степени  $\beta$  и  $m$ . Первая будет изменять положение кривой на плоскости, вторая — ее форму.

При расчете неволокнистых стальных и чугунных труб, работающих в квадратичной области (т. е. при  $v > 1,2$  м/сек), в нашей практике в настоящее время используется преимущественно формула ВНИИ ВОДГЕО (Ф. А. Шевелев), в которой

$$\lambda = \frac{0,021}{d^{0,3}} \quad \text{и} \quad S_0 = \frac{0,001736}{d^{5,3}};$$

следовательно,

$$h = S_0 l Q^2 = \frac{0,001736 l}{d^{5,3}} Q^2.$$

Эта формула дает результаты, почти полностью совпадающие с формулой Павловского, если в последней для характеристики шероховатости стенок труб принять коэффициент  $n = 0,0013$  (из формулы Гангилье — Куттера).

При расчете труб, работающих в переходной области, Ф. А. Шевелев предложил следующие формулы [16].

Для неволокнистых чугунных и стальных труб (при  $v < 1,2$  м/сек)

$$\lambda = \frac{0,0179}{d^{0,3}} \left[ 1 + \frac{0,867}{v} \right]^{0,3}$$

или

$$h = \frac{0,00148}{d^{5,3}} \left[ 1 + \frac{0,688 d^2}{q} \right]^{0,3} l q^2.$$

Эта формула не дает возможности выразить величину потери напора в одночленной степенной зависимости от величины  $q$ . Для упрощения вычислений М. М. Андрияшев [7] предложил следующую одночленную степенную формулу, аппроксимирующую формулу Шевелева:

$$i = 0,00179 \frac{q^{1,9}}{d^{5,1}}.$$

Для асбестоцементных труб Ф. А. Шевелевым [16] предложена формула, в соответствии с которой

$$S_0 = 0,00091 \frac{1}{d^{5,19}} \left[ 1 + \frac{3,51}{v} \right]^{0,19} = 0,00091 \frac{1}{d^{5,19}} \left[ 1 + \frac{2,76 d^2}{q} \right]^{0,19}$$

или

$$i = 0,00091 \frac{q^2}{d^{5,19}} \left[ 1 + \frac{2,76 d^2}{q} \right]^{0,19}.$$

Для аппроксимации этой формулы нами [4] предложена также следующая одночленная степенная зависимость:

$$i = 0,00118 \frac{q^{1,85}}{d^{4,89}}.$$

В практике США широким распространением пользуется формула Вильямса — Хезена, которая может быть представлена в виде

$$i = \left( \frac{C'}{d^{0,17} v^{0,15}} \right) \frac{q^2}{d^5} = \frac{C''}{d^{4,87}} q^{1,85}.$$

Величины  $C'$  или  $C''$  получены в результате замеров действительных потерь напора в линиях труб разных типов и с разной шероховатостью стенок. Формула эта неквадратичная, но используется для практических расчетов труб при работе их в любой области.

Британской ассоциацией гидравлических исследований предложена серия неквадратичных формул с различными значениями величин  $\beta$  и  $m$ , предназначенных для определения потерь напора в трубах различных типов:

$$\begin{aligned} \text{для асбестоцементных труб } i &= 0,00728 \frac{v^{1,80}}{d^{1,24}}; \\ \text{» бетонных } i &= 0,00752 \frac{v^{1,85}}{d^{1,26}}; \\ \text{» чугунных } i &= 0,00861 \frac{v^{1,92}}{d^{1,29}}. \end{aligned}$$

Для области гидравлически гладких труб, где  $\lambda$  не зависит от шероховатости стенок, предложены формулы Блазиуса, Прандтля, Никурадзе, Конакова, Филоненко и других для значительного диапазона значений чисел  $Re$ .

Ф. А. Шевелев [16] предложил приближенную формулу для расчета пластмассовых труб (изготавливаемых в СССР), удобную для практических расчетов,

$$\lambda = \frac{0,25}{Re^{0,226}}.$$

Учитывая несовершенство укладки и влияние стыков,

$$\lambda = \frac{0,01344}{d^{0,226} v^{0,266}} \text{ и } i = 0,000685 \cdot \frac{v^{1,774}}{d^{1,226}}.$$

Британская ассоциация гидравлических исследований рекомендует для труб стеклянных и из цветных металлов формулу

$$i = 0,00655 \frac{v^{1,75}}{d^{1,25}},$$

для  $d$  — в дюймах и  $v$  — в футах/сек.

Во всех приведенных выше формулах (для квадратичной и доквадратичной областей сопротивлений) влияние шероховатости стенок труб учитывалось чисто эмпирическим путем с использо-

ванием численных коэффициентов, полученных из опыта и отражающих влияние шероховатости стенок определенного типа труб, которые работают в определенных условиях.

Другой тип формул, появившихся после работ Прандтля — Никурадзе, содержит численные критерии для оценки шероховатости стенок труб. К числу таких формул относится имеющая большое распространение в зарубежной практике формула Кольбука, где величина  $\lambda$  выражена в функции числа Рейнольдса и «эквивалентной шероховатости»  $K_3$ .

Величина  $K_3$  представляет собой осредненное значение «относительной шероховатости»  $\frac{\Delta}{d}$  для труб, имеющих неравномерную шероховатость (где  $\Delta$  — величина выступов на поверхности стенок труб;  $d$  — внутренний диаметр трубы).

Формула Кольбука имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{d}{K_3} \right).$$

Особенностью этой формулы является также то, что она охватывает все три области сопротивлений: от гидравлически гладких до вполне шероховатых труб. Эта формула рекомендована для практического использования Вторым международным конгрессом по водоснабжению (1952 г.).

А. Д. Альтшулем предложена относительно простая формула, аппроксимирующая формулу Кольбука,

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{K_3}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}.$$

Таблицы значений  $K_3$ , вычисленные для различных типов труб, приводятся в монографиях и справочниках по гидравлике [5].

В заключение следует отметить, что для анализа совместной работы элементов подающе-разводящих систем водоснабжения весьма удобным является использование одночленных степенных формул, связывающих величину потери напора в линиях (трубах) с определяющими ее величинами ( $q$ ,  $d$  и критериями шероховатости). Использование таких формул удобно и при графических решениях задач, и при использовании вычислительных машин. В то же время при анализе совместной работы элементов системы, и в частности при увязке кольцевых сетей, недостаточная точность упрощенных формул потерь напора не имеет обычно столь существенного значения. После выяснения действительных областей работы отдельных сооружений системы величины потерь напора могут быть уточнены (путем использования более точных формул).

#### 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ИХ ПРОСТЕЙШИХ СОЧЕТАНИЯХ (КОМБИНАЦИЯХ)

Рассмотрим ниже некоторые простейшие характерные случаи совместной работы элементов системы подачи и распределения воды с использованием гидравлических характеристик.

1. Центробежный насос отбирает воду из приемного резервуара и подают ее в напорную емкость. В данном случае мы имеем совместную работу пяти элементов: двух емкостей, двух водоводов и центробежного насоса (рис. II.2, а).

Гидравлические характеристики резервуаров заданы отметками их уровней ( $Z$  и  $H_0$  — для данного момента работы), не зависящими от расхода воды. Характеристики водоводов определяются через их известные гидравлические сопротивления  $S_{вс}$  и  $S_{нагн}$ :

$$h_{вс} = S_{вс} Q^2 \text{ и } h_{нагн} = S_{нагн} Q^2.$$

Характеристика используемого насоса задается кривой  $Q - H$  (из каталога) или ее аналитическим выражением  $H = F(Q)$ , где  $H$  — полная высота подъема воды насосом. Эта высота равна разности показания манометра ( $H_0 + \sum h_{нагн}$ ) на напорном патрубке насоса и по-

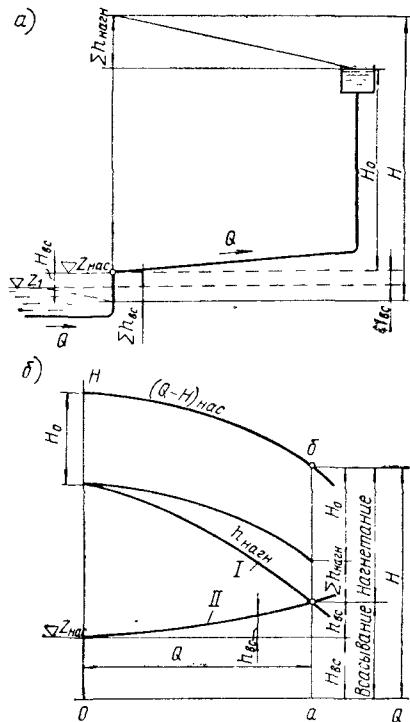


Рис. II.2

казания вакуумметра в избыточных атмосферах, т. е. ( $H_{вс} + \sum h_{вс}$ ). Следовательно, полная высота подъема насоса  $H = H_0 + \sum h_{нагн} + H_{вс} + \sum h_{вс}$ .

Задача определения значений  $Q$  и  $H$  при работе насоса в систему может быть решена графически (рис. II.2, б). Строится характеристика насоса  $(Q - H)_{нас}$ . От нее вниз откладывается суммарная высота нагнетания  $H_0 + \sum h_{нагн}$  (кривая I). От оси абсцисс откладывается (вверх) суммарная высота всасывания  $H_{вс} + \sum h_{вс}$  (кривая II). Координаты точки пересечения этих кривых дают искомые значения величин подачи  $Q$  и полной высоты подъема  $H$ .



Отрезки вертикали  $a - б$  между кривыми дают соответственно значения величин  $H_0$ ,  $\sum h_{\text{нагн}}$ ,  $\sum h_{\text{вс}}$  и  $H_{\text{вс}}$ . Если характеристика насоса задана уравнением, то для определения величин  $Q$  и  $H$  решается система двух уравнений:  $H = F(Q)$  и  $H = H_0 + H_{\text{вс}} + S_{\text{нагн}}Q^2 + S_{\text{вс}}Q^2$ .

Если необходимо учесть изменения горизонтов воды как в питающем, так и в питаемом резервуаре, то определяются подобным же образом значения  $Q$  для наименьшей и наибольшей разности

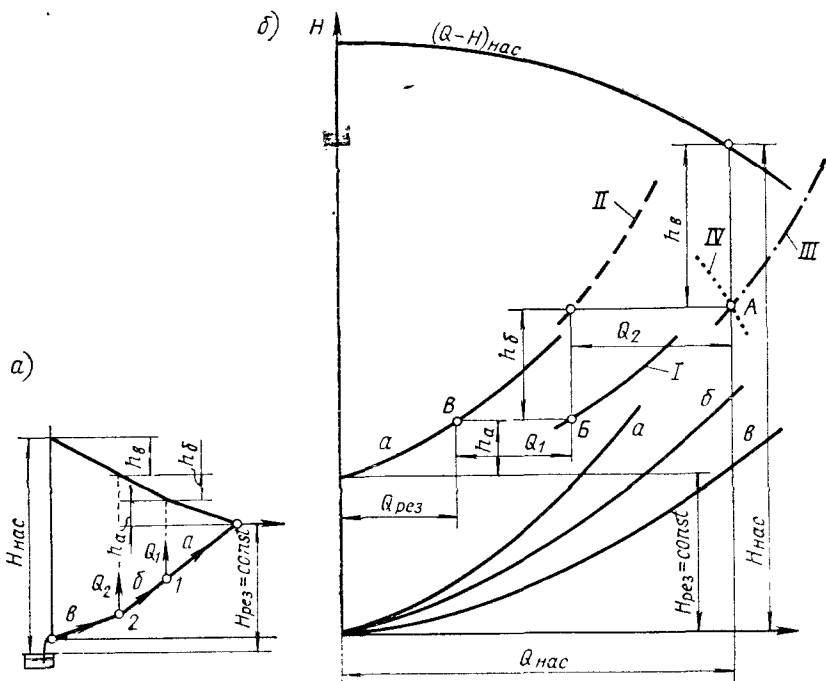


Рис. 11.3

горизонтов в обоих резервуарах и находятся значения  $Q_{\text{мин}}$  и  $Q_{\text{макс}}$  системы и соответствующие им потери напора, а также требуемые высоты подачи воды насосами.

Если насос работает под заливом, то в приведенных выше формулах и построениях высота всасывания изменяет знак.

При заданных размерах и форме резервуара можно в зависимости от величины  $Q$  определить время его наполнения и опорожнения и соответственно интенсивность изменения уровней воды, а также высот подъема и всасывания.

**2. Центробежный насос подает воду в водовод (сеть) с двумя фиксированными отборами в узлах 1 и 2 и нефиксированным отбором в напорный резервуар (рис. 11.3, а).** Даны: характеристика насоса  $Q - H$ , величины фиксированных отборов воды  $Q_1$  и  $Q_2$ ,

гидравлические сопротивления участков  $S_i$  и отметка воды в напорном резервуаре  $H_{рез}$ . Определяется величина подачи воды насосом  $Q_{нас}$  и отбор  $Q_{рез} = Q_{нас} - (Q_1 + Q_2)$ .

Графическое решение задачи приведено на рис. II.3, б. Кривые  $a$ ,  $b$  и  $v$  выражают зависимость  $h_i = S_i Q^2$  для участков водовода.

Построение: от уровня  $H_{рез}$  вверх строится кривая  $q - h$  участка  $a$ ; к ее абсциссам прибавляется величина отбора  $Q_1$  (кривая I). К ординатам этой кривой прибавляются ординаты кривой  $q - h$  участка  $b$  (кривая II); к ее абсциссам прибавляется величина  $Q_2$  (кривая III). От кривой  $(Q - H)_{нас}$  вниз откладываются ординаты кривой  $q - h$  участка  $v$  (кривая IV). Пересече-

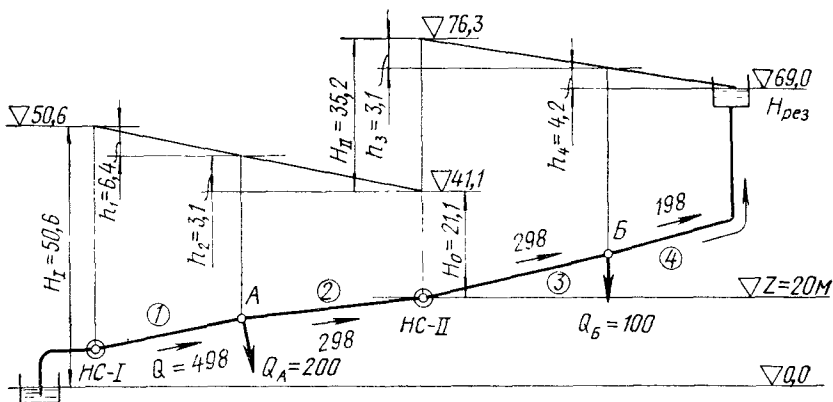


Рис. II.4

ние кривых III и IV дает точку A, абсцисса которой представляет искомый расход  $Q_{нас}$ . Все остальные искомые величины легко находятся из рисунка.

3. Элементарная система, включающая насосную станцию I подъема, станцию подкачки и напорный резервуар при заданных фиксированных отборах воды из сети (рис. II.4). Заданы характеристики обоих центробежных насосов  $(Q - H)_I$  и  $(Q - H)_{II}$ , гидравлические сопротивления участков сети  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4$ , величины фиксированных отборов в точках A и B ( $Q_A$  и  $Q_B$ ) и все необходимые отметки ( $Z$  и  $H_{рез}$ ).

Станция подкачки забирает воду непосредственно из водовода (сети). Требуется найти величины подачи воды насосными станциями ( $Q_I$  и  $Q_{II}$ ), все узловые напоры и все потери напора в системе при совместной работе ее элементов.

Специфической особенностью этой задачи является то, что в точке отбора воды из сети насосной станцией подкачки устанав-

вливается напор  $H_0$ , который должен удовлетворять следующим условиям:

$$\left. \begin{aligned} H_0 + Z &= H_I - S_1 Q_I^2 - S_2 (Q_I - Q_A)^2; \\ H_0 + Z &= H_{\text{рез}} + S_4 (Q_I - Q_A - Q_B)^2 + \\ &+ S_3 (Q_I - Q_A)^2 - H_{II}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

При этом расходы участков 2 и 3 равны между собой и равны подаче насосов станции подкачки ( $q_2 = q_3 = Q_{II}$ ); подачи насосов I и II подъемов связаны соотношением:  $Q_{II} = Q_I - Q_A$ .

Приравнивая правые части уравнений (II.2) и выражая все неизвестные в функции величины подачи  $Q_I$  станции I подъема, получим одно уравнение с одним неизвестным. Это уравнение можно представить в виде:

$$F_I(Q_I) - S_1 Q_I^2 - S_2 (Q_I - Q_A)^2 = H_{\text{рез}} + S_3 (Q - Q_B)^2 + \\ + S_4 (Q - Q_A - Q_B)^2 - F_{II}(Q_{II})$$

или

$$F_I(Q_I) + F_{II}(Q_{II}) = H_{\text{рез}} + S_1 Q_I^2 + S_2 (Q_I - Q_A)^2 + \\ + S_3 (Q_I - Q_A)^2 + S_4 (Q_I - Q_A - Q_B)^2.$$

Решение этого уравнения (т. е. отыскание величины  $Q_I$ ) может быть получено аналитически путем последовательного приближения.

Это может быть сделано также графически или с использованием счетно-решающих устройств.

На рис. II.5 показаны все построения, необходимые для решения задачи. Предположено, что на головной насосной станции установлено два насоса 12НДс и на станции подкачки один насос 14НДс. Длины участков приняты:  $l_1 = 1000$  м,  $l_2 = l_3 = l_4 = 500$  м и диаметры  $d_1 = 600$  мм,  $d_2 = d_3 = 500$  мм и  $d_4 = 400$  мм. Расчетная отметка уровня воды в приемном резервуаре головной станции принимается за нуль и отметка уровня воды в напорном резервуаре 69 м. Путь расчета виден из рисунка. В координатной сетке  $Q-H$  нанесены: характеристики насоса  $(Q-H)_I$  и двух параллельно работающих насосов 2  $(Q-H)_I$ , а также характеристика насоса станции подкачки  $(Q-H)_{II}$ . Показаны уровни воды в резервуарах. В нижней части графика построены кривые  $h = f(Q)$  для всех участков сети. Так как необходимо все неизвестные расходы выразить через подачу воды головной насосной станцией, приходится для всех кривых  $h = f(Q)$ , кроме участка I, изменить начало координат (на оси абсцисс для участков 2 и 3):  $Q_{2,3} = Q - 200$  и для участка 4  $Q_4 = Q_3 - 200 = Q_1 - 300$ . Получены кривые 2', 3' и 4'. Тот же прием применен и для характеристики  $(Q-H)_{II}$ :  $(Q_{II})_{II} = (Q_{II})_I - 200$ . Получена кривая  $(Q-H)_{II}'$ . Далее складываются ординаты кривых  $2(Q-H)_I$  и  $(Q-H)_{II}'$ ; получается кривая  $2(Q-H)_I + (Q-H)_{II}'$ .

От уровня резервуара (76,3 м) строятся путем последовательного сложения ординат кривые 4', 3', 2' и 1'. Величина абсциссы точки пересечения M кривой 4' с кривой  $2(Q-H)_I + (Q-H)_{II}'$  равна величине расхода

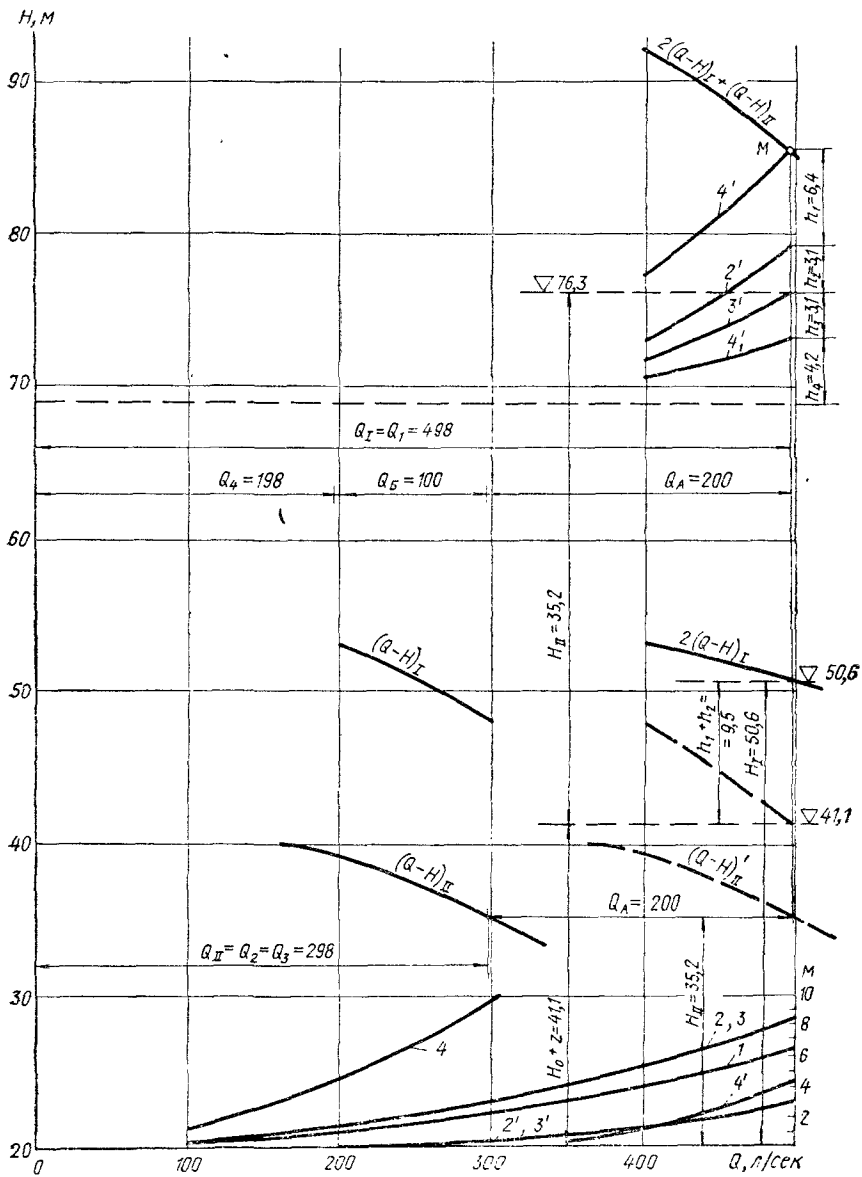


Рис. П.5

$Q_I = Q_{II} = 498$  л/сек. Для той же абсциссы находим по кривой  $2(Q - H)_I$  высоту подъема главной насосной станции  $H_I = 50,6$  м.

Откладывая от кривой  $2(Q - H)_I$  ординату  $h + h_2$ , получим искомую величину  $H_0 + Z = 41,1$  м. При  $Z = 20$  м напор в водоводе перед станцией подкачки будет  $H_0 = 21,1$  м.

По величине  $Q_I$  единственно возможным путем определяют все остальные расходы, а следовательно, и потери напора.

Графическое решение даже такой относительно простой задачи, как можно видеть, требует проведения многочисленных построений и является громоздким. Оно приведено здесь лишь для иллюстрации путей решения задачи о взаимосвязях основных элементов подобной системы при их совместной работе.

Практическое решение подобных и многих более сложных задач наиболее легко и быстро осуществляется с помощью вычислительных машин.

Г л а в а    Т Е О Р И Я   И   М Е Т О Д И К А  
                 П О В Е Р О Ч Н Ы Х   Р А С Ч Е Т О В  
                 Г И Д Р А В Л И Ч Е С К О Г О   К О М П Л Е К С А  
                 С О О Р У Ж Е Н И Й   С И С Т Е М   В О Д О С Н А Б Ж Е Н И Я  
                 ( А Н А Л И З   С О В М Е С Т Н О Й   Р А Б О Т Ы  
                 Э Л Е М Е Н Т О В   К О М П Л Е К С А )

---

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Поверочный расчет системы заключается в нахождении действительных расходов и давлений во всех элементах комплекса сооружений при их совместной работе (при заданных характеристиках отдельных элементов). Таким образом, в результате расчета должны быть найдены действительные расходы во всех линиях, действительные подачи воды всеми водопитателями и создаваемые ими напоры, действительные давления во всех узлах сети и величины всех нефиксированных отборов.

При проведении поверочных расчетов заданными являются: диаметры всех линий системы, геодезические отметки всех ее узлов и гидравлические характеристики принятых водопитателей и нефиксированных отборов. В практических расчетах обычно требуется также, чтобы величины свободных напоров в узлах сети находились в определенных пределах.

При известных длинах, диаметрах и принятом типе труб гидравлические сопротивления всех линий сети при поверочных расчетах могут считаться известными.

Как сказано выше, большинство отборов воды (имитирующих в расчетной схеме забор воды потребителями) сосредоточено в узлах сети и условно считается независимым от изменения давления в ней (фиксированные отборы).

Обозначим:

$p$  — общее число участков системы;

$m$  — общее число узлов системы (включая точки расположения водопитателей и нефиксированных отборов);

$e$  — число водопитателей и нефиксированных отборов.

Тогда получим следующее число неизвестных:  $p$  — линейных расходов участков ( $q_{ik}$ ),  $m$  — пьезометрических напоров во всех  $m$  узлах системы ( $H_i$ ),  $e$  — расходов (водопитателей и нефиксированных отборов), т. е. всего  $p + m + e$  неизвестных. В том числе  $p + e$  неизвестных расходов\* и  $m$  неизвестных напоров.

Для нахождения этих неизвестных (при совместной работе элементов системы) в общем случае могут быть составлены следующие группы уравнений.

---

\* Если все отборы считать нефиксированными, то число расходов будет  $2m$  (так как  $e = m$ ), а общее число неизвестных  $2m + p$ .

1. Уравнения вида  $\sum Q = 0$  [точнее —  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$ , где  $Q_i$  — заданная величина отбора воды в узле], выражающие I закон Кирхгофа для всех узлов сети (уравнения баланса расходов в узлах), число таких уравнений  $m$ .

2. Уравнения вида  $H_i - H_k = h_{ik} = S_{ik} q_{ik}^{\beta}$ , где  $H_i$  и  $H_k$  — величины пьезометрических напоров (отметок) в граничных точках (узлах) каждого участка;  $h_{ik}$  — потери напора на участке;  $S_{ik}$  — гидравлическое сопротивление участка;  $q_{ik}$  — линейный расход участка.

Число таких уравнений в общем случае для систем, включающих кольца и тупиковые линии, будет равно  $p - n$ , где  $n$  — число колец.

3. Уравнения вида  $\sum h_{ik} = 0$  или  $\sum S_{ik} q_{ik}^{\beta} = 0$  для всех  $n$  колец сети. Эти уравнения для гидравлических сетей выражают II закон Кирхгофа и могут быть названы уравнениями «внутренней увязки» сети.

4. Уравнения вида  $f_I(Q_I) - (\sum h)_{IK} = f(Q_K)$ , связывающие попарно водопитатели и точки нефиксированных отборов при их совместной работе через потери напора в соединяющих их линиях. Таких уравнений будет  $e - 1$ . Функции вида  $f(Q)$  выражают здесь напорно-расходные характеристики водопитателей и нефиксированных отборов. Эти уравнения могут быть названы уравнениями «внешней увязки» системы.

Общее число полученных уравнений будет:  $m + (p - n) + n + (e - 1) = p + m + e - 1$ , т. е. на единицу меньше числа неизвестных. При этом все расходы и все потери напора могут быть найдены из полученных  $p + m + e - 1$  уравнений. Не могут быть определены лишь абсолютные значения пьезометрических отметок в узлах сети  $H_i$ .

Однако если известна (может быть задана или определена) пьезометрическая отметка для одного (любого) узла системы, то все неизвестные  $H_i$  могут быть определены из написанной системы уравнений.

Следует отметить, что уравнения второй, третьей и четвертой групп (при уже известных расходах) дают возможность установить связь между узловыми пьезометрическими отметками (т. е. дают величины потерь напора в участках), но не дают абсолютной величины  $H_i$ . Следовательно, мы можем получить форму пьезометрической поверхности, но без привязки ее к отметкам местности.

Практическая постановка задач расчета, подачи и распределения воды обычно дает возможность получить (или задать) требуемую пьезометрическую отметку в каком-либо узле (в диктующей точке сети или у водопитателя с фиксированной геодезической отметкой).

---

\* При работе труб в квадратичной области  $\beta = 2$  и  $h_{ik} = S_{ik} q_{ik}^2$ ; впрямь мы будем использовать эту зависимость для общего анализа системы.

Следовательно, при указанном условии все искомые расходы и напоры принципиально могут быть найдены в результате решения полученной системы уравнений. Это соответствует и физическому смыслу явления: если в осуществленную систему с определенными гидравлическими характеристиками всех ее элементов подавать воду водопитателями заданных характеристик, то, очевидно, распределение потоков воды и создание напоров в элементах системы будет совершенно определенным.

Отдельные группы приведенных уравнений существенно различны между собой.

Уравнения первой группы — линейные, связывающие только расходы воды (расходы участков, подачи, отборы).

Уравнения второй и третьей групп связывают между собой пьезометрически отметки в узлах и потери напора в кольцах; степень этих уравнений зависит от используемой формулы потерь напора, выраженных через расходы, и близка к 2. Таким образом, уравнения второй группы являются нелинейными относительно  $q_{ik}$ .

Уравнения четвертой группы включают связи  $Q$  и  $H$  водопитателей. Эти связи обычно задаются графически — эмпирической кривой. При аппроксимативном математическом выражении этих зависимостей мы всегда получаем нелинейные уравнения относительно расходов воды (см. главу II).

Следует отметить, что если расходы воды будут найдены, то потери напора, а следовательно, и все искомые узловые напоры (пьезометрические отметки), могут быть определены (если один из них будет задан).

В некоторых случаях для нахождения всех неизвестных расходов оказывается достаточно уравнений первой группы (т. е. линейных уравнений). В общем случае, как сказано, число неизвестных расходов равно  $p + e$ ; число уравнений первой группы  $m$ . Этих уравнений может оказаться достаточно для отыскания всех расходов при условии, что  $p + e = m$ . Так как для всякой плоской сети  $p = n + m - 1$  [где  $n$  — число колец сети (см. далее главу IV)], число неизвестных расходов может быть равно числу уравнений первой группы при условии, что  $n + m - 1 + e = m$ , т. е. если  $n + e = 1$ .

Наличие любого числа колец  $n$  в сети требует использования уравнений увязки сети (третья группа) для нахождения величин расходов в ее участках.

При  $n = 0$  полученное равенство дает:  $e = 1$ , т. е. только для случая разветвленной сети с одним источником питания и без нефиксированных отборов возможно определить все неизвестные расходы в системе, используя уравнения только первой группы.

При известных расходах участков потери напора в них могут быть найдены независимо для каждого участка; определив потери напора, можно установить связь между пьезометрическими напорами всех узлов сети.



В системах с одним источником питания и фиксированными отборами воды сумма всех этих отборов всегда равна подаче водопитателя. Следовательно, в этом случае подача водопитателя становится величиной известной; число неизвестных уменьшается на единицу и одно из узловых уравнений ( $\sum Q = 0$ ) превращается в тождество.

В таких случаях, имея характеристику намеченного к использованию водопитателя, по известной его подаче можно определить и его напор.

Практически исходя из заданных свободных, а следовательно, и пьезометрических напоров в диктующей точке системы и идя обратным путем, определяют величину напора, которую должен создавать водопитатель (насос). По этой величине и величине подачи подбирают реальный насос с наиболее близкими к полученным значениям  $Q$  и  $H$  (лежащими при этом в области высоких к. п. д. насоса). Приняв такой насос [с известной характеристикой  $H = f(Q)$ ], проводят собственно поверочный расчет, определяя, как сказано выше, действительные величины узловых напоров.

Если в рассматриваемой системе соблюдается соотношение  $p + e > m$  (или, что то же самое,  $n + e > 1$ ), уравнений первой группы недостаточно для нахождения неизвестных расходов.

Такое соотношение может иметь место как при  $e > 1$ , т. е. при наличии нескольких источников питания, так и при  $n > 0$ , т. е. при наличии в сети замкнутых контуров (колец).

Таким образом, для общего случая расчета смешанных сетей (включающих кольца и туниковые линии) необходимо иметь все уравнения указанных четырех групп. Для смешанных сетей с одним источником питания исчезают уравнения четвертой группы (уравнения внешней увязки). Для разветвленных сетей с несколькими источниками питания и нефиксированными отборами исчезают уравнения третьей группы (уравнения внутренней увязки).

## 2. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННЫХ БЕЗБАШЕННЫХ СЕТЕЙ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ПИТАНИЯ (ВОДОПИТАТЕЛЕМ)

Рассмотрим приложение изложенных выше общих соображений к отдельным типам систем при различных условиях их питания.

Предполагается, что все отборы воды из сети являются фиксированными. В качестве водопитателя может служить насосная станция или напорный (питающий) резервуар. Известными (как и во всех далее рассматриваемых случаях поверочного расчета) являются: диаметры и длины линий (а следовательно, и гидравлические сопротивления всех линий), фиксированные отборы в узлах системы, характеристика  $Q - H$  водопитателя, геодезические отметки всех узлов сети  $Z_l$  и насоса  $Z_n$ . Подлежащими определению являются линейные расходы участков  $q_{ik}$  числом  $p$ , подача воды

водопитателем (в данном случае  $e = 1$ ) и узловые напоры во всех узлах системы  $H_i$ , включая напор, создаваемый водопитателем  $H_{нас}$ , общим числом  $m$ . Свободные напоры в узлах сети  $H_{св}$  могут быть, очевидно, определены при известных геодезических отметках:  $H_{св.i} = H_i - Z_i$ .

Число искомых расходов будет:  $p + e = p + 1$ , а число искомых напоров —  $m$ , т. е. всего  $p + e + m = p + m + 1$  неизвестных.

Для их нахождения могут быть составлены  $m$  уравнений первой группы (вида  $\sum Q = 0$ ) и  $p$  уравнений второй группы (вида  $H_i - H_k = \sum h_{ik} = \sum S_{ik} q_{ik}^2$ ), т. е. всего  $p + m$  уравнений.

Как сказано выше, в системе рассматриваемого типа для определения всех расходов достаточно уравнений первой группы, так как их число равно числу искомых неизвестных ( $m = p + e$ ).

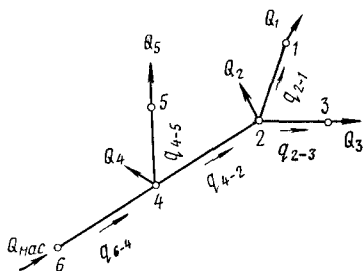


Рис. III.1

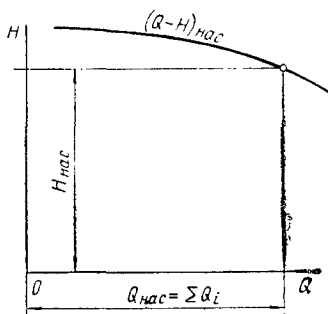


Рис. III.2

Рассмотрим сначала случай, когда водопитателем является центробежный насос, имеющий заданную характеристику  $(Q - H)$ .

В представленной на рис. III.1 сети имеем  $m = 6$ ,  $p = 5$ ,  $e = 1$ , т. е. число неизвестных равно  $p + e = 6$  и число уравнений первой группы ( $\sum Q = 0$ )  $m = 6$ . Эти уравнения:  $q_{2-1} - Q_1 = 0$ ;  $q_{2-3} - Q_3 = 0$ ;  $q_{4-2} - q_{2-1} - q_{2-3} - Q_2 = 0$ ;  $q_{6-4} - q_{4-2} - q_{4-5} - Q_4 = 0$ ;  $q_{4-5} - Q_5 = 0$  и  $Q_{нас} - q_{6-4} = 0$ .

Следует отметить, что в разветвленной сети с одним источником питания в каждом узле имеется лишь один положительный расход (приток), а остальные — отрицательные (отходящие от узла).

Для определения  $m$  неизвестных узловых напоров используются уравнения второй группы числом  $p$  и характеристика насоса.

Таким образом, мы имеем всего  $p + m$  уравнений. Число неизвестных на единицу превышает число уравнений. Однако для рассматриваемой системы с одним источником питания и фиксированными отборами подача насоса всегда равна сумме отборов воды потребителями:  $Q_{нас} = \sum Q_i$ . Имея характеристику намеченного к использованию насоса, можно по ней получить сразу величину создаваемого насосом напора  $H_{нас}$ , соответствующего величине  $Q_{нас}$  (рис. III.2). Для определения остальных узловых

напоров используется система уравнений (второй группы) вида  $H_i - H_k = S_{ik} q_{ik}^2$  для всех участков сети. Этот расчет можно вести, идя от водопитателя и последовательно вычитая потери напора  $h_{ik} = S_{ik} q_{ik}^2$  отдельных участков из величины  $H_{нас}$ . При решении практических задач, определив все узловые свободные напоры ( $H_{св. i} = H_i - Z_i$ ), необходимо убедиться, что они лежат в требуемых пределах. Если оказывается, что при намеченном водопитателе величины свободных напоров в диктующих точках системы получаются, например, меньше требуемых, то, очевидно, следует принять другой насос, обеспечивающий соответственно большие давления в системе. При проектировании обычно сначала задаются требуемыми напорами в диктующих точках сети и по ним приближенно определяют требуемый напор насоса. По этому напору и заданной его производительности предварительно подбирают наиболее подходящий насос и затем проводят собственно поверочный расчет, путь которого изложен здесь.

Замена водопитателя другим, дающим большие давления в системе, не отражается (в системе рассматриваемого типа и при фиксированных отборах) на распределении расходов воды по участкам сети, на величинах потерь напора или на подаче насоса; изменяются лишь величины узловых напоров.

Пьезометрическая линия при замене водопитателя (в этом случае) лишь поднимается параллельно самой себе; ординаты всех узловых напоров увеличиваются на одну и ту же величину  $H_{св. треб} - H_{св}$ , где  $H_{св}$  — напор, полученный при предварительном расчете (рис. III.3).

Рассмотрим работу той же системы при использовании других водопитателей. Поршневой насос не может рассматриваться как водопитатель для системы, имеющей все отборы воды фиксированными (и не имеющей регулирующей емкости).

При использовании в качестве водопитателя напорного резервуара отличие от рассмотренного выше расчета будет заключаться лишь в том, что не только подача воды из резервуара будет всегда равна сумме отборов из сети, но и напор у водопитателя будет постоянным ( $H_B$ ) и независимым от подачи. Расходы всех участков по ним, потери напора и узловые напоры находятся так же, как было указано выше.

Рассмотренный случай, т. е. расчет разветвленной сети с одним источником питания и всеми фиксированными отборами воды,

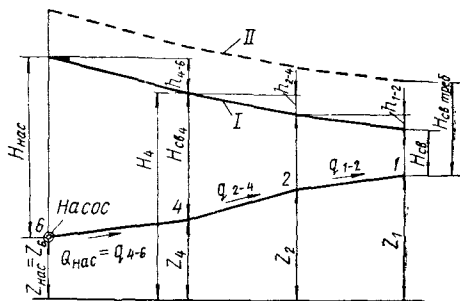


Рис. III.3

I — начальное положение пьезометрической линии; II — новое положение пьезометрической линии

является наиболее простым из всех возможных случаев расчета водопроводных систем (с учетом совместной работы ее элементов). В такой сети распределение потоков воды по ее участкам полностью определяется (по направлению и величине) заданными узловыми отборами воды и конфигурацией самой сети и не зависит от потерь напора (т. е. от гидравлических сопротивлений участков сети).

### 3. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННЫХ БЕЗБАШЕННЫХ СЕТЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ПИТАНИЯ

Рассмотрим разветвленную сеть (рис. III.4) с двумя источниками питания (насосными станциями). Все фиксированные отборы воды заданы, известны также геодезические отметки всех узлов системы и гидравлические сопротивления всех линий. Предполагается, что характеристики обеих насосных станций подобраны по предварительным соображениям и приняты для проведения поверочного расчета (анализа) совместной работы элементов системы.

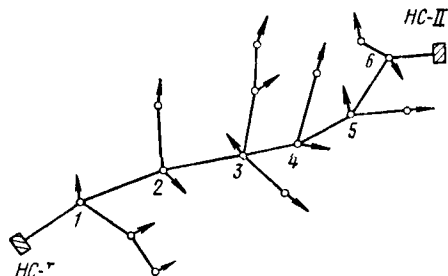


Рис. III.4.

Отличие данной системы от рассмотренной в предыдущем разделе (с одним источником питания) состоит в том, что при двух источниках питания линейные расходы на участках главной магистрали (цепочки линий, соединяющих источники питания) изменяются с изменением характеристик водопитателей. Линейные расходы всех ответвлений от главной магистрали, как и в ранее рассмотренной сети, полностью определяются величиной узловых отборов, к которым они подводят воду. В силу сказанного анализ совместной работы такой сети с водопитателями удобно проводить, заменив действительную сеть ее упрощенным аналогом, т. е. главной магистралью (соединяющей водопитатели), в узлах которой будут сосредоточены отборы воды, включающие сумму действительных отборов в каждом данном узле и расходов воды, подаваемой от этого узла в примыкающие к нему ответвления. На рис. III.5 приведена эта упрощенная схема.

Число неизвестных расходов в упрощенной системе будет равно  $p + e$ , где  $p$  — линейные расходы  $q_{ik}$  на участках магистрали ( $p = 7$ ),  $e$  — неизвестные подачи водопитателей  $Q_{нас}$  ( $e = 2$ ). Число неизвестных узловых напоров  $H$  равно числу узлов системы (включая водопитатели), т. е.  $m = 8$ . Таким образом, общее число неизвестных будет  $p + e + m$  (для упрощенной системы общее число неизвестных составляет 17).

Для нахождения этих неизвестных может быть использовано:  $m$  уравнений первой группы ( $\sum Q_i = 0$ ) для всех узлов,  $p$  уравнений второй группы ( $H_i - H_k = S_{ik} q_{ik}^2$ ) для всех участков,  $e$  уравнений третьей группы. Нетрудно видеть, что в данном случае число  $m$  уравнений первой группы уже недостаточно для определения всех неизвестных расходов ( $p + e$ ), так как  $p + e = 9$  превышает число узлов ( $m = 8$ ). Очевидно, недостает одного уравнения. Это следует и из приведенной общей формулы (см. стр. 28) числа недостающих уравнений  $n + e - 1$ ; для разветвленной сети  $n = 0$ , а в данной сети  $e = 2$ ; следовательно, число недостающих уравнений получается  $2 - 1 = 1$ .

В сети с двумя источниками питания неизвестны величины подачи водопитателей  $Q_I$  и  $Q_{II}$ , т. е. неизвестной является граница «зон питания» системы отдельными водопитателями.

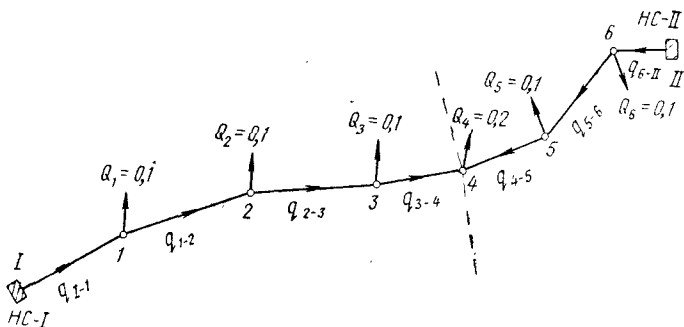


Рис. III.5

Значения  $Q$  даны в  $m^3/сек$

В рассматриваемой системе при заданных величинах узловых отборов  $Q_i$  все линейные расходы  $q_{ik}$  могут быть выражены через неизвестные величины расходов  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Эти величины связаны между собой соотношением

$$Q_I + Q_{II} = \sum Q_i. \quad (III.1)$$

Второй парой основных неизвестных являются напоры  $H_I$  и  $H_{II}$ , создаваемые водопитателями при их совместной работе в систему. Они связаны с расходами  $Q_I$  и  $Q_{II}$  (т. е. с подачей соответствующих водопитателей) соотношениями:

$$H_I = F_I(Q_I); \quad (III.2)$$

$$H_{II} = F_{II}(Q_{II}), \quad (III.3)$$

задаваемыми характеристиками намечаемых к использованию насосов.

Для нахождения четырех основных неизвестных  $Q_I$ ,  $Q_{II}$ ,  $H_I$  и  $H_{II}$  недостает одного уравнения.

В качестве такого может служить уравнение внешней увязки системы, т. е.

$$H_I - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_I = H_{II} - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_{II}.$$

Величины суммарных потерь напора в первой и второй зонах питания могут быть найдены в функции неизвестных величин  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Тогда получим

$$H_I - \varphi(Q_I) = H_{II} - \varphi(Q_{II}) \quad (\text{III.4})$$

или, используя выражение  $H_{\text{нас}}$  через  $Q_{\text{нас}}$ ,

$$F_I(Q_I) - \varphi_1(Q_I) = F_{II}(Q_{II}) - \varphi_2(Q_{II}). \quad (\text{III.4a})$$

Совместное решение полученных четырех уравнений (III.1)—(III.4) дает возможность найти значения четырех основных неизвестных  $Q_I$ ,  $Q_{II}$ ,  $H_I$  и  $H_{II}$ .

Уравнение вида  $\sum q_{ik} + Q_i$  является линейным; все остальные уравнения — нелинейные.

Когда  $Q_I$  и  $Q_{II}$  определены, все остальные неизвестные расходы в линиях сети могут быть легко найдены из уравнений первой группы. По линейным расходам легко найти все потери напора и, следовательно, при уже известных  $H_I$  и  $H_{II}$  — пьезометрические и свободные напоры во всех узлах системы.

Интересно отметить, что наличие уравнений «внешней увязки» вносит в расчет разветвленных сетей нечто общее с обычной увязкой кольцевых сетей. Практические методы решения как тех, так и других сетей, включающих решение уравнений «увязки», могут быть аналогичными.

Решение полученной системы нелинейных уравнений может быть произведено аналитически, после аппроксимативного выражения графической характеристики насосов уравнением, путем подбора или с использованием вычислительных машин.

Возможно также графическое решение задачи, представленное для рассматриваемой системы на рис. III.6 (см. также рис. III.4 и III.5).

Построение графика функции, выражаемой уравнением

$$F_I(Q_I) - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_I = F_{II}(Q_{II}) - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_{II},$$

позволяет найти точку пересечения  $M$  кривых  $I$  и  $II$ , выражаемых соответственно первой и второй частью написанного уравнения.

Как при аналитическом, так и при графическом решении приходится намечать предварительно возможные области питания системы от насосов  $I$  и  $II$  и находить зависимости величин  $(\sum h)_I$  и  $(\sum h)_{II}$  от соответствующих подач насосов  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Так, например, для сети (магистральной), приведенной на рис. III.4 и III.5, можно предположить, что граница зоны питания от

насоса *I* не будет распространяться далее узла 5, а от насоса *II* — не далее узла 4.

В соответствии с этим суммарная величина потери напора для зон питания определится по формуле:

от насоса *I*

$$\sum (S_{ik} q_{ik}^2)_I = S_{3-4} Q_4^2 + S_{2-3} (Q_3 + Q_4)^2 + S_{1-2} (Q_2 + Q_3 + Q_4)^2 + S_{I-1} (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4)^2,$$

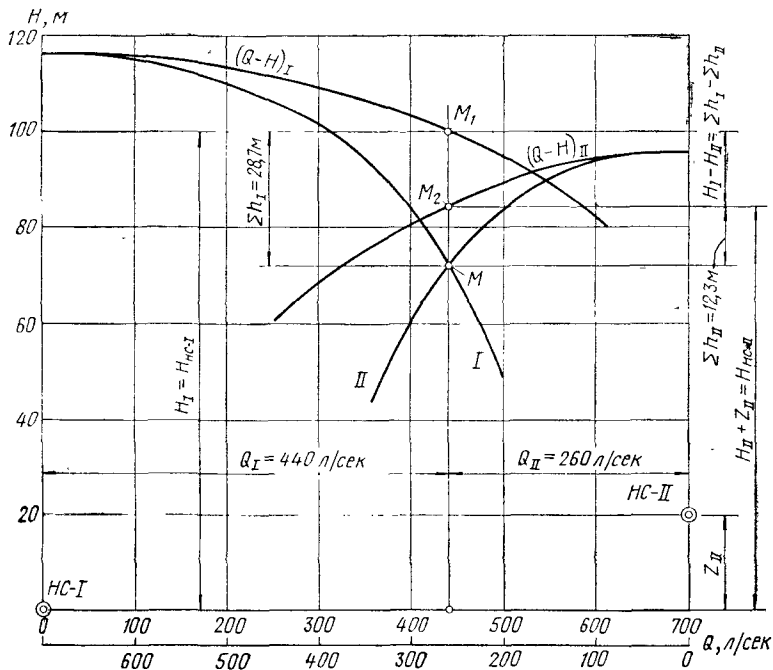


Рис. III.6

от насоса *II*

$$\sum (S_{ik} q_{ik}^2)_{II} = S_{4-5} Q_4^2 + S_{5-6} (Q_4 + Q_5)^2 + S_{6-II} (Q_4 + Q_5 + Q_6)^2.$$

Вычисленные таким образом потери  $(\sum h)_I$  и  $(\sum h)_{II}$  вычитаются соответственно из ординат характеристик  $(Q - H)$  насосов *I* и *II*. Так как суммарная подача обоих насосов всегда равна сумме отборов из сети  $\sum Q_i$ , характеристики насосов построены на графике от концов отрезка оси абсцисс, равного  $\sum Q_i$ . Тогда величины ординат  $H_{НС-I} - \sum (h)_I$  и  $H_{НС-II} - \sum (h)_{II}$  выражаются в функции  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Абсцисса точки пересечения кривых *I* и *II* (точка *M*) дает искомое значение  $Q_I$ , по которому может быть получено  $Q_{II} = \sum Q_i - Q_I$ . Ординаты точек  $M_1$  и  $M_2$  кривых  $(Q - H)_I$  и  $(Q - H)_{II}$

при той же абсциссе дают величины  $H_I$  и  $H_{II}$ , т. е. искомые величины напора насосов. Разность ординат точек  $M_1$  и  $M$  дает величину  $(\sum h)_I$ , а разность ординат точек  $M_2$  и  $M$  — величину  $(\sum h)_{II}$ . Остальные величины —  $q_{ik}$  и  $H_i$  могут быть легко найдены при помощи уравнений первой и второй групп.

В рассмотренном примере расчета было принято: величины узловых отборов — в соответствии с данными рис. III.5; величины диаметров участков:  $d_{1-1} = 600$  мм,  $d_{1-2} = 500$  мм;  $d_{2-3} = 450$  мм;  $d_{3-4} = 350$  мм,  $d_{4-5} = 350$  мм,  $d_{5-6} = 400$  мм,  $d_{6-11} = 500$  мм. Отметка  $Z_B = 30$  м. Трубы — чугунные. Длины всех участков магистрали 1 км.

Оказывается, что точкой встречи потоков от источников питания будет узел 4; к нему будет подаваться насосом I 140 л/сек и насосом II 60 л/сек, что в сумме составляет 200 л/сек, т. е. величину заданного отбора в этом узле.

На рис. III.7 дан профиль рассчитанной магистрали с указанием расположения пьезометрических линий.

Изложенный метод поверочного расчета безбашенных разветвленных сетей с двумя источниками питания может быть распространен и на системы с любым числом насосных станций. При увеличении числа насосных станций будет соответственно расти число неизвестных величин подачи насосов  $Q_{\text{нас}}$  ( $e$ ). Согласно сказанному для нахождения всех неизвестных расходов к уравнениям первой группы ( $\sum Q = 0$ ) необходимо добавлять уравнения «внешней увязки» в количестве  $e - 1$ .

Для сети с тремя насосными станциями (рис. III.8, а) потребуются два таких уравнения:  $H_I - (\sum h)_I = H_{II} - (\sum h)_{II}$  и  $H_I - (\sum h)_I = H_{III} - (\sum h)_{III}$ ; их можно представить в виде

$$F(Q_I) - f(Q_I) = F(Q_{II}) - f(Q_{II}) \quad \text{и} \quad F(Q_I) - f(Q_I) = \\ = F(Q_{III}) - f(Q_{III}).$$

Здесь:

$Q_I, Q_{II}$  и  $Q_{III}$  — неизвестные подачи насосов;  
 $H_I, H_{II}$  и  $H_{III}$  — соответствующие им напоры насосов;  
 $(\sum h)_I, (\sum h)_{II}$  и  $(\sum h)_{III}$  — суммарные потери напора в ветвях сети, питаемых от соответствующих насосных станций.

Очевидно, эти величины могут быть представлены в функции соответствующих подач  $Q_I, Q_{II}$  и  $Q_{III}$ .

Эти два уравнения «внешней увязки» вместе с основным «балансовым уравнением»  $Q_I + Q_{II} + Q_{III} = \sum Q_i$ , полученным в результате преобразования системы уравнений первой группы, составляют систему уравнений для нахождения всех неизвестных  $Q_I, Q_{II}$  и  $Q_{III}$ .

До проведения расчета границы зон питания отдельных станций неизвестны. Так, точкой встречи потоков воды от трех насосных



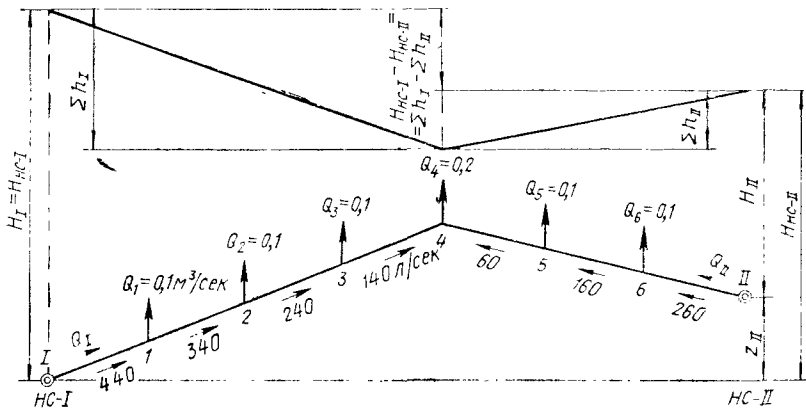


Рис. III.7

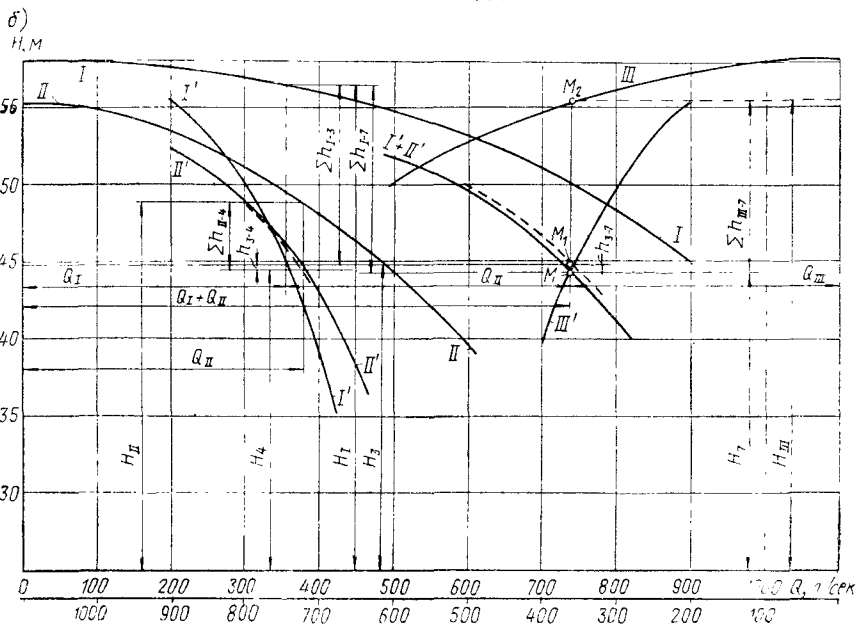
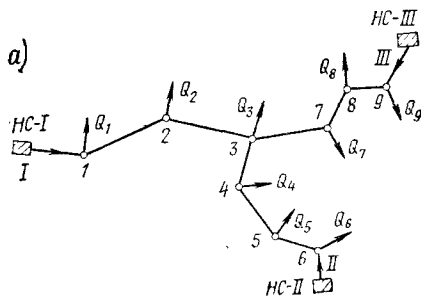


Рис. III.8

станций может быть точка 3, но может оказаться, что одна из станций (наиболее мощная), например насосная станция I, подает воду до точек 4 и 7, которые и будут точками встречи. Граница зон питания определяется только в процессе расчета (увязки) системы.

Очевидно при этом, что в величины  $\sum h$  могут входить потери напора с различными знаками.

Решение задачи о совместной работе в систему трех насосных станций может быть получено графически (рис. III.8, б) \*.

На  $Q - H$ -диаграмме строятся (от некоторого условного уровня) характеристики  $Q - H$  всех насосных станций. При этом характеристики двух станций (например, станций I и II) строят, откладывая их подачи по оси абсцисс от нуля шкалы расходов, а величины подач станции III откладывают от точки с абсциссой  $\sum Q_i$ , т. е. равной сумме всех фиксированных отборов воды из сети.

Получаем кривые ( $Q - H$ ) насосных станций I, II и III. Далее намечают предполагаемые распространения областей питания системы от каждой из трех станций. Так, предполагаем, что зона питания от станции I может распространяться не далее чем до узлов 4 и 7; зона питания от станции II — не далее чем до узлов 2 и 7 и зона питания станции III — не далее чем до узлов 2 и 4 (см. рис. III.8).

Так как отборы во всех узлах известны, можно написать выражения суммарных потерь напора в магистральных от каждой из станций до намеченных предельных границ зон их питания. Например, для станции I это выражение будет иметь вид:

$$(\sum h)_I = \sum_1^7 h_{ik} = S_{3-7} Q_7^2 + S_{2-3} (Q_7 + Q_4 + Q_3)^2 + S_{2-1} (Q_7 + Q_4 + Q_3 + Q_2)^2 + S_{1-1} (Q_7 + Q_4 + Q_3 + Q_2 + Q_1)^2.$$

Подобные выражения строятся и для других станций. При этом величины  $\sum h$  могут рассматриваться как функции расхода, подаваемого соответствующей насосной станцией. Так, для станции I можно написать:  $(\sum h)_I = S_{1-1} Q_1^2 + S_{1-2} (Q_1 - Q_1)^2 + S_{2-3} (Q_1 - Q_1 - Q_2)^2 + S_{3-7} (Q_1 - Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4)^2$ , т. е.  $(\sum h)_I = F(Q_1)$ , а также  $(\sum h)_{II} = \varphi(Q_{II})$  и  $(\sum h)_{III} = \psi(Q_{III})$ .

\* Графические решения ряда рассматриваемых задач приводятся в этой главе в основном потому, что они весьма наглядно выражают взаимосвязь отдельных элементов гидравлической системы при их совместной работе [2]. Все подобные задачи могут быть решены аналитически, так как указанные связи элементов системы могут быть (точно или приближенно) выражены в виде уравнений. Графические схемы решения в ряде случаев наглядно иллюстрируют путь решения подобных задач при использовании аналоговых машин, а также составление алгоритмов решения их на ЭЦВМ. Для всех сложных систем графические решения не могут, разумеется, конкурировать с аналитическими при использовании для последних счетно-решающих устройств.

Вычитая полученные суммарные величины потерь напора из соответствующих ординат кривых  $I$ ,  $II$  и  $III$ , получим кривые  $I'$ ,  $II'$  и  $III'$ .

Складывая абсциссы кривых  $I'$  и  $II'$ , получим суммарную характеристику подачи станций  $I$  и  $II$ , т. е. кривую  $(I' + II')$ . Точка ее пересечения с кривой  $III'$  (точка  $M$ ) дает искомые величины подачи  $Q_{II}$  и  $(Q_I + Q_{II})$ . Точка пересечения горизонтали, проведенной на уровне точки  $M$ , с кривыми  $I'$  и  $II'$  дает величины подач  $Q_I$  и  $Q_{II}$ . На том же графике получены величины напора насосов  $H_I$ ,  $H_{II}$  и  $H_{III}$ , а также потери напора от насосных станций до границ зон питания и пьезометрические напоры в пограничных узлах (3, 4 и 7).

На рис. III.8, б дается графический расчет системы, представленной на рис. III.8, а, при следующих числовых значениях исходных данных:  $\sum Q_i = 1100$  л/сек,  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_6 = Q_7 = Q_8 = 100$  л/сек;  $Q_5 = Q_9 = 200$  л/сек. Диаметры участков:  $II - 6 - 700$  мм;  $I-1, 6-5$  и  $3-9 - 600$  мм;  $1-2, 4-5$  и  $8-9 - 500$  мм;  $2-3, 3-4$  и  $7-8 - 450$  мм,  $3-7 - 400$  мм. Длина

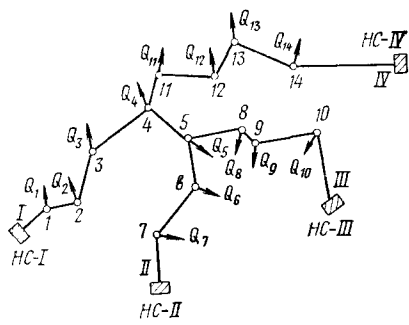


Рис. III.9

каждого из участков составляет 1000 м. Характеристики насосных станций (условные) даны на графике.

Для расчета системы с четырьмя насосными станциями (рис. III.9) необходимо добавить уже три уравнения внешней невязки. Ими могут быть:

$$H_I - (\sum h)_I = H_{II} - (\sum h)_{II} \text{ или } F(Q_I) - f(Q_I) = F(Q_{II}) - f(Q_{II});$$

$$H_{II} - (\sum h)_{II} = H_{III} - (\sum h)_{III} \text{ или } F(Q_{II}) - f(Q_{II}) = F(Q_{III}) - f(Q_{III});$$

$$H_{III} - (\sum h)_{III} = H_{IV} - (\sum h)_{IV} \text{ или } F(Q_{III}) - f(Q_{III}) = F(Q_{IV}) - f(Q_{IV}).$$

Решение этих нелинейных уравнений совместно с основным балансовым уравнением  $\sum Q_{\text{нас}} = \sum Q_i$  производят путем последовательного приближения, изменяя величины  $Q_{\text{нас}}$  и соответственно величины всех создаваемых насосами напоров и потерь напора в системе.

Графическое решение для четырех насосных станций также возможно путем попарного объединения станций для совместной подачи воды в систему.

Для всех рассмотренных случаев уравнения внешней невязки могут быть наглядно интерпретированы введением в системы «фиктивных контуров» (или колец). Покажем это для рассмотренных безбашенных систем с двумя или несколькими питающими их насосными станциями.

Для сети с двумя насосными станциями (см. рис. III.5) уравнение внешней невязки было представлено в виде:  $F(Q_I) - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_I = F(Q_{II}) - \sum (S_{ik} q_{ik}^2)_{II}$ , где  $\sum (S_{ik} q_{ik}^2)_I$  и  $\sum (S_{ik} q_{ik}^2)_{II}$  — суммарные потери напора соответственно в ветвях сети, питаемых от насосных станций I и II.

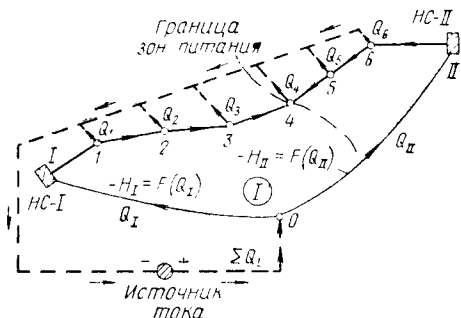


Рис. III.10

Фиктивный контур для такой системы образуется двумя фиктивными линиями (0 — I и 0 — II), соединяющими некоторую произвольно выбранную точку 0 (фиктивный узел) с насосными станциями НС-I и НС-II (рис. III.10) \*.

Направим из точки 0 к точкам I и II соответственно фиктивные расходы  $Q_I$  и  $Q_{II}$ . В точку 0 дадим извне приток:  $-\sum Q_i$ .

Нетрудно видеть, что уравнение первой группы для узла 0 представляет собой основное балансовое уравнение системы:  $Q_I + Q_{II} = \sum Q_i$ .

Для фиктивных линий зависимость  $H$  от  $Q$  определяется соответствующими заданными характеристиками насосных станций, к которым присоединены эти линии. В ветвях кольца мы будем иметь знак для величин  $H$  в фиктивной линии положительным, если расход по ней идет к узлу 0, и отрицательным, если расход идет от узла. Поэтому в фиктивных линиях, соединяющих фиктивный узел с питающими насосными станциями, знак при величине  $H$  всегда будет отрицательным.

В ветвях сети имеются реальные потери напора  $h_{ik}$ , определяемые их заданными гидравлическими сопротивлениями и величинами проходящих по ним расходов  $q_{ik}$ ; последние являются функцией  $Q_{нас}$ , соответствующей ветви сети, так как все отборы  $Q_i$  известны.

\* Точка 0 может быть объединена с одним из узлов расположения водопитателей.

Тогда уравнение увязки фиктивного кольца по напорам будет иметь вид:  $-H_I + \sum (h_{ik})_I - \sum (h_{ik})_{II} + H_{II} = 0$ .

Перегруппировав соответствующим образом его члены, получим  $H_I - \sum (h_{ik})_I = H_{II} - \sum (h_{ik})_{II}$ , т. е. уравнение внешней увязки для рассматриваемой системы.

Увязка фиктивного контура происходит путем изменения величин  $Q_I$  и  $Q_{II}$  и получения, во-первых, соответствующих величин  $H_I$  и  $H_{II}$  (по характеристикам насосов) и, во-вторых, вычисления величин и  $\sum (h_{ik})_I$  и  $\sum (h_{ik})_{II}$  в функции  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Величины  $Q_I$  и  $Q_{II}$ , дающие увязку кольца  $0 - I - II - 0$ , представляют искомые значения подач насосных станций  $I$  и  $II$  при совместной работе их в данную систему.

Расчет фиктивного кольца производится аналогично расчету обычного кольца водопроводной сети (см. главу VI). Сначала намечаются вероятные величины подач  $Q_I$  и  $Q_{II}$  и зоны питания магистрали от станций  $HC-I$  и  $HC-II$ , а следовательно, и точка встречи потоков. При этом  $Q_I$  и  $Q_{II}$  связаны соотношением  $Q_I + Q_{II} = \sum Q_i$  для каждого расчетного момента водопотребления.

Затем проверяется условие  $\sum h = 0$  в кольце. Обходя кольцо по часовой стрелке, получаем  $-H_I + (\sum h)_I - (\sum h)_{II} + H_{II} = \Delta h$  или  $H_I - (\sum h)_I + (\sum h)_{II} - H_{II} = \Delta h$ . Выражаем напоры  $H$  и  $h$  через расходы:  $F(Q_I) - \sum (S_{ik}q_{ik}^2)_I + \sum (S_{ik}q_{ik}^2)_{II} - F(Q_{II}) = \Delta h$ .

Наличие невязки  $\Delta h$  показывает, что действительные подачи  $Q_I$  и  $Q_{II}$  будут отличаться от предположенных. Так же как и в обычном кольце, проводим поправочный расход  $\Delta q$  (в направлении, обратном знаку невязки) такой величины, чтобы получить  $\Delta h = 0$ . Определение величины  $\Delta q$  может быть приближенно получено по формуле  $\Delta q = \frac{\Delta h}{2 \sum S q}$ . Внося величину

$\Delta q$  в уравнение увязки, получим:  $F(Q_I - \Delta q) - \sum [S_{ik}(q_{ik} - \Delta q)^2]_I + \sum [S_{ik}(q_{ik} + \Delta q)^2]_{II} - F(Q_{II} + \Delta q) = 0$ . Переброска расхода (или в данном случае увеличение подачи станции  $II$  вследствие снижения подачи станции  $I$ ) осуществляется для функций  $F$  по характеристикам насосов. Таким образом, отыскивается «совместная точка» работы обеих станций в данную сеть. Выше та же процедура была осуществлена путем графических построений.

Для разветвленных безбашенных систем с подачей воды от нескольких насосных станций, например для схем, приведенных на рис. III.11 и III.12, требуется построение  $e - I$  фиктивных контуров. Так, для указанных систем будем иметь соответственно два и три фиктивных контура. Путь расчета фиктивной кольцевой сети из нескольких колец тот же, что и обычной кольцевой сети: получение невязок в кольцах при предварительно принятом распределении общей подачи между отдельными насосными станциями и нахождение поправочных (увязочных) расходов, сводящих невязки в кольцах до нуля (или допустимой величины).

Следует иметь в виду, что во всех рассмотренных системах вместо отдельных насосных станций могут предполагаться напорные резервуары или природные водоемы, используемые в качестве

водопитателей (при условии, что они не могут обратиться в нефиксированные отборы). При этом условии расчет систем с такими резервуарами остается тем же, что и с насосными станциями, с той разницей, что для фиктивных линий, соединяющих узел  $O$  с напорным резервуаром, характеристика его будет:  $H = \text{const}$ .

Из приведенных примеров использования фиктивных контуров для «увязки» разветвленных сетей можно видеть, что схемы расчета с фиктивными контурами отображают схему «электромоделирования» системы водоснабжения (см. главу VIII).

Собрав все узловые отборы воды и присоединив их сборную линию к фиктивной точке  $O$ , получим схему подачи и отвода электрического тока в аналоговой установке для расчета водопроводных сетей.

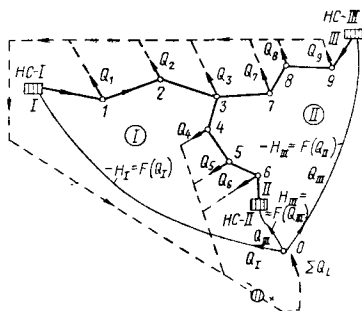


Рис. III.11

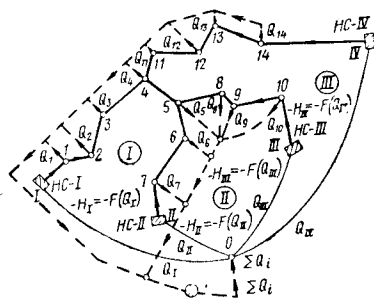


Рис. III.12

На рис. III.10—III.12 показаны (пунктиром) принципиальные схемы электропитания соответствующих электрических аналогов рассмотренных гидравлических систем.

#### 4. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННЫХ СЕТЕЙ, ИМЕЮЩИХ НАПОРНЫЕ РЕГУЛИРУЮЩИЕ ЕМКОСТИ И ОДНУ ИЛИ НЕСКОЛЬКО ПИТАЮЩИХ НАСОСНЫХ СТАНЦИЙ

##### А. Общий анализ работы простейшей системы

Наиболее простым случаем рассматриваемых систем является система, имеющая одну питающую насосную станцию и одну напорно-регулирующую емкость, которая расположена в удаленном от насосной станции конце сети, т. е. обычная система с контррезервуаром, весьма часто используемая в практике водоснабжения.

В рассматриваемой системе бак башни является регулирующей емкостью в зависимости от соотношения количеств воды, подаваемой насосом и забираемой потребителями, т. е. может служить

или нефиксированным отбором, или вторым источником питания с заданным напором. В первом случае  $Q_{\text{нас}} = \sum Q_i + Q_B$ , т. е. часть воды, подаваемая насосом, поступает в башню. Во втором случае:  $\sum Q_i = Q_{\text{нас}} + Q_B$ , т. е. отбор воды потребителями покрывается суммой подач насоса и башни.

Следует иметь в виду, что (здесь и везде) величины фиксированных отборов  $Q_i$ , сосредоточенные в узлах сети и имитирующие отборы воды потребителями, принимаются при расчетах не зависящими от давления в сети, тогда как в действительности они будут изменяться в отдельные моменты работы системы в зависимости от величины водопотребления.

В рассмотренных выше случаях расчета безбашенных систем изменение водопотребления отражалось лишь на величине подачи воды насосами и на величине давлений в сети; направление потоков воды в сети при этом не изменялось.

В системе с контррезервуаром, как известно, изменение водопотребления может коренным образом изменить всю картину движения воды в системе (одностороннее питание сети может измениться на двустороннее).

В системах с контррезервуаром иногда бывает трудно предсказать, будет ли в данный расчетный момент башня получать или отдавать воду.

Может быть произведен предварительный анализ подобной системы для выяснения того, какой характер ее питания будет при заданной величине отбора воды из сети.

Рассмотрим сначала элементарную систему (рис. III.13) в виде магистрали с одним заданным фиксированным отбором воды  $Q$  (в точке  $A$ ) и двумя башнями разной высоты  $B_I$  и  $B_{II}$ . Заданы: гидравлические сопротивления участков магистрали  $S_I$  и  $S_{II}$ , а также наименьший допустимый напор в точке  $A$ .

Характер питания системы от двух башен полностью зависит при заданных условиях от величины отбора воды  $Q$  в точке  $A$ .

Следует отметить, что башня  $B_I$  при всех условиях будет служить источником питания системы, тогда как башня  $B_{II}$  (более

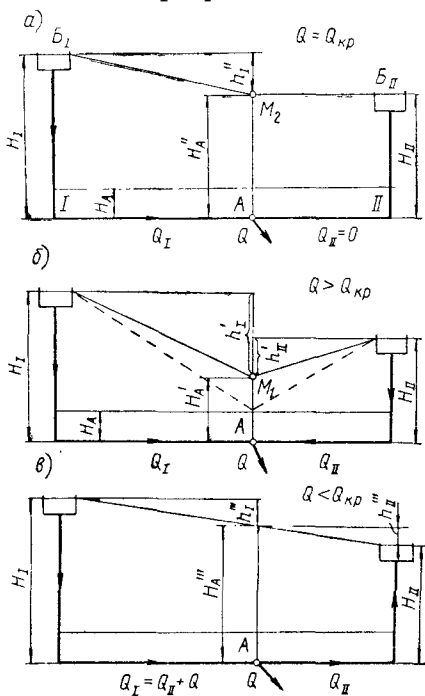


Рис. III.13

низкая) в зависимости от величины отбора может быть и питателем, и отбором. При больших величинах  $Q$  будет вероятным предполагать двустороннее питание системы, а при малых величинах  $Q$  может осуществляться покрытие этого расхода полностью от башни  $B_I$  и подача некоторого количества воды транзитом в башню  $B_{II}$ .

Может быть найдено критическое значение величины отбора  $Q$ , при котором один из указанных режимов переходит в другой.

Для системы с двумя башнями величина  $Q_{кр}$  может быть легко найдена аналитически. Очевидно, двустороннее питание системы прекратится в тот момент, когда подача от башни  $B_{II}$  станет равной нулю. В этот момент мы будем иметь:  $Q = Q_I = Q_{кр}$ . Величину  $Q_{кр}$  можно найти из уравнения:  $S_I Q_{кр}^2 = H_I - H_{II} = h'_I$ . Тогда

$$Q_{кр} = \sqrt{\frac{H_I - H_{II}}{S_I}}$$

Участок  $II$  в этот момент не работает и потери напора в нем  $\sum h_{II} = 0$  (см. рис. III.13, а). Величина  $Q_{кр}$  служит критерием для определения характера питания магистрали в зависимости от величины отбора воды из сети: при  $Q > Q_{кр}$  питание сети будет двусторонним, а при  $Q < Q_{кр}$  питание сети будет от башни  $B_I$  с подачей излишков транзитом в башню  $B_{II}$ .

При двустороннем питании сети (см. рис. III.13, б) будем иметь следующие связи для нахождения величин расходов  $Q_I$  и  $Q_{II}$  и напора в месте отбора воды  $H_A$ :

$$h'_I = S_I Q_I^2; \quad h'_{II} = S_{II} Q_{II}^2; \quad H_I - S_I Q_I^2 = H_{II} - S_{II} Q_{II}^2$$

или

$$S_I Q_I^2 - S_{II} Q_{II}^2 = H_I - H_{II}; \quad (III.5)$$

$$Q_I + Q_{II} = Q \quad (III.6)$$

(т. е. будем иметь два уравнения для нахождения двух неизвестных расходов  $Q_I$  и  $Q_{II}$ ). Получив их, можно найти величины потерь напора  $h'_I$  и  $h'_{II}$ , а также напор  $H'_A = H_I - h'_I = H_{II} - h'_{II}$ .

При одностороннем питании системы от башни  $B_I$  получим следующие соотношения (см. рис. III.13, в):

$$H_I - S_I Q_I^2 - S_{II} Q_{II}^2 = H_{II}$$

или

$$S_I Q_I^2 + S_{II} Q_{II}^2 = H_I - H_{II}; \quad (III.5a)$$

$$Q_I - Q_{II} = Q, \quad (III.6a)$$

т. е. опять будем иметь два уравнения для определения величин  $Q_I$  и  $Q_{II}$ .

Из сравнения схем, приведенных на рис. III.13, видно, что при изменении величины отбора воды соответственно изменяется напор  $H_A$ . Наибольшее допустимое значение  $Q$  будет, очевидно, при достижении минимального допустимого значения  $H_A =$



$= H_{A \text{ мин}}$  (см. рис. III.13, б) при расположении пьезометрических линий, показанных пунктиром. Дальнейшее снижение величины  $H_{A \text{ мин}}$  не может быть допущено, так как в этом случае не может быть обеспечен требуемый фиксированный отбор воды в точке А. Величины  $Q_{\text{макс}}$  и  $H_{A \text{ мин}}$  связаны соотношением  $h_I \text{ макс} = H_I - H_{A \text{ мин}}$  или  $S_I Q_{\text{макс}}^2 = H_I - H_{A \text{ мин}}$ .

Отсюда

$$Q_{I \text{ макс}} = \sqrt{\frac{H_I - H_{A \text{ мин}}}{S_I}}$$

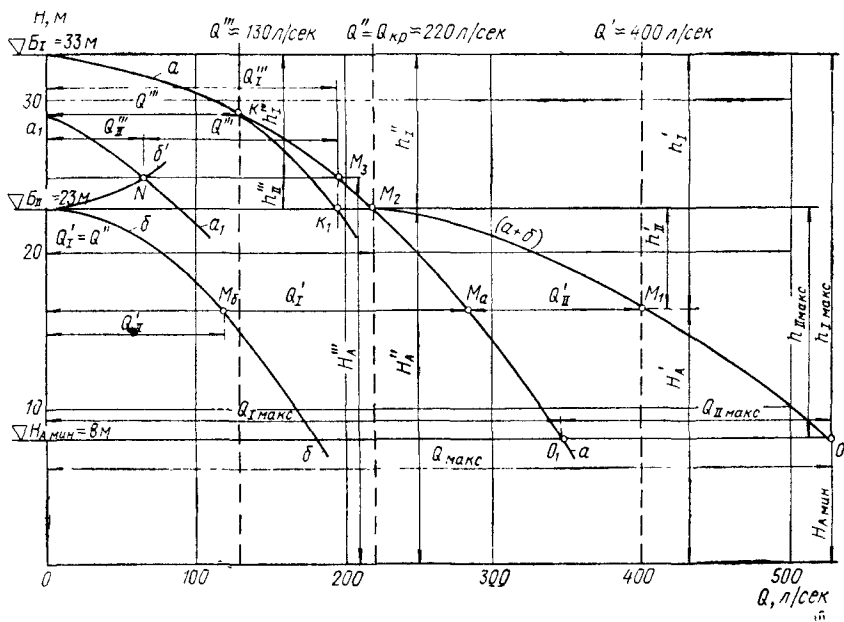


Рис. III.14

Соответственно наибольшая возможная подача от башни  $B_{II}$  будет:

$$Q_{II \text{ мин}} = \sqrt{\frac{H_{II} - H_{A \text{ мин}}}{S_{II}}}$$

Рассматриваемая задача может быть решена также путем графического анализа (рис. III.14) \*.

На  $Q-H$ -диаграмме проводят горизонтали, соответствующие высоте расположения  $B_I$ ,  $B_{II}$  и  $H_{A \text{ мин}}$ . От уровня  $B_I$  откладывают вниз ординаты характеристики участка  $I-A$ :  $h_I = S_I Q^2$  и от

\* Для построения приняты следующие данные: участок  $I-d = 500$  м,  $l = 3$  км и  $S_I = 205$ ; участок  $II-d = 400$  м,  $l = 2$  км;  $S_{II} = 450$  (для  $Q$  в м<sup>3</sup>/сек).

уровня  $B_{II}$  — ординаты кривой  $h_{II} = S_{II}Q^2$  (величины гидравлических сопротивлений заданы). Получаем кривые  $a$  и  $b$ . Складывая абсциссы этих кривых (при равных ординатах), получаем характеристику параллельной работы обеих башен в систему (кривая  $a + b$ ).

Абсцисса точки пересечения  $M_2$  кривой  $a$  с горизонталью  $B_{II}$  определяет критическую величину отбора  $Q_{кр} = 220$  л/сек. Она дает возможность для любого заданного отбора воды определить характер питания системы. Рассмотрим графическое решение задачи для всех трех возможных случаев.

**Случай I.** Заданный отбор воды  $Q' = 400$  л/сек  $> Q_{кр}$ , двустороннее питание сети. Точка  $M_1$ , которая имеет абсциссу, равную заданной величине отбора  $Q'$ , имеет ординату  $H'_A$  — пьезометрический напор в точке  $A$ . Проведя горизонталь на уровне  $H'_1$ , получим точки ее пересечения  $M_a$  и  $M_b$  с кривыми  $a$  и  $b$ . Абсциссы этих точек дают величины  $Q'_I$  и  $Q'_{II}$  подачи от башен  $B_I$  и  $B_{II}$  при заданном отборе воды  $Q'$ . То же построение дает возможность получить одновременно величины потерь напора на участках магистрали  $h'_I$  и  $h'_{II}$ . Здесь при определении величин  $Q_{I\text{ мин}}$  и  $Q_{II\text{ макс}}$  напор  $H_{A\text{ мин}}$  принят равным 8 м.

**Случай II.** Заданный отбор воды  $Q'' = 220$  л/сек  $= Q_{кр}$ . Башня  $B_I$  полностью покрывает потребности потребителей, а башня  $B_{II}$  не работает. Для этого случая график также дает непосредственно величины потерь напора на участке  $I$  ( $h''_I$ ) и пьезометрический напор в точке  $A$  (эти величины определяют положение точки  $M_2$ ).

**Случай III.** Заданный отбор воды  $Q''' = 130$  л/сек  $> Q_{кр}$ , одностороннее питание сети. Башня  $B_I$  питает отбор в точке  $A$  и подает воду в башню  $B_{II}$ . Теперь участки  $I$  и  $II$  соединены последовательно. Изменение характера питания требует изменения способа построения характеристики участка  $II$ .

Ординаты этой характеристики получают, откладывая величину  $h_{II}$  вверх от уровня башни  $B_{II}$ . При этом получаем кривую  $b'$ . Далее из абсцисс кривой  $a$  вычитают величины расхода  $Q'''$ . (Это основано на том, что при данном характере питания при переходе от участка  $I$  к участку  $II$  расход воды изменяется на величину  $Q'''$ .) Точка пересечения полученной таким образом кривой  $a_1$  с кривой  $b'_I$  (точка  $N$ ) имеет абсциссу, равную величине искомого расхода  $Q''_{II}$ , а отрезок горизонтали  $N - M_3$  дает величину расхода  $Q'''$ . На том же графике получены величины потерь напора  $h'''$  и пьезометрические напоры  $H''_A$  в точке  $A$  для третьего случая работы системы.

Для случая одностороннего питания магистрали (при  $Q < Q_{кр}$ ) величины расходов  $Q_I$  и  $Q_{II}$  могут быть найдены также путем построения характеристики  $Q - H$  для всей магистрали по уравнению  $H_I - (S_I Q_I^2 + S_{II} Q_{II}^2)$ .

Так как  $Q_{II} = Q_I - Q$ , можно написать выражение ординаты характеристики магистрали в виде:  $H_I - [S_I Q_I^2 + S_{II} (Q_I - Q)^2]$ .

Давая различные значения  $Q_I$ , строят кривую  $K - K'$ . При этом, очевидно, значения  $Q_I$  не могут быть меньше  $Q''$ . Точка пересечения кривой  $K - K'$  с горизонталью  $B_{II}$  дает значение  $Q_I''$  и  $Q_{II} = Q_I'' - Q''$ . На том же графике получают соответствующие значения  $h_I''$  и  $h_{II}''$ .

Метод построения суммарной характеристики магистрали по уравнению удобен для систем с несколькими узловыми отборами воды.

Изложенные методы графического решения имеют преимущества при использовании неквадратичных формул для определения потерь напора, а также в случаях, когда вместо башни  $B_I$  имеется насосная станция.

В подобной системе (рис. III.15) при заданных высоте башни и характеристике насосной станции, а также при известных гидравлических сопротивлениях участков магистрали характер питания системы зависит исключительно от величины заданного отбора воды из сети.

Критическая величина отбора воды, при которой изменяется характер питания системы, определяется графически тем же методом, как и для рассмотренной системы с двумя башнями. Разница заключается только в том, что вместо горизонтали  $H_B = \text{const}$  дается для первого источника питания графическая характеристика  $Q - H$  насосной станции. Графическое решение этой задачи здесь не приводится.

Характер расположения пьезометрических линий в рассмотренной системе для всех трех случаев ее работы показан на рис. III.15.

### Б. Расчет разветвленной системы с одной насосной станцией и одной напорно-регулирующей емкостью (система с контррезервуаром)

Рассмотрим разветвленную сеть (рис. III.16), питаемую от насосной станции  $HC$  и имеющую одну башню  $B$ . В узлах сети для определенных расчетных моментов заданы величины

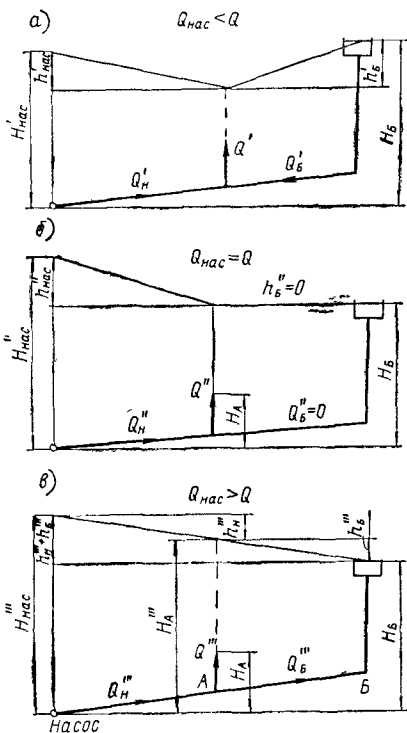


Рис. III.15

фиксированных отборов воды в соответствии с графиком потребления.

Как известно, в системах с контррезервуаром характерными расчетными случаями являются: случай максимального водопотребления, когда сумма фиксированных отборов  $\sum Q_i$  достигает наибольшей величины, и случай наибольшего транзита воды в башню  $Q_B$ , что обычно бывает при наименьшей (или близкой к ней) величине  $\sum Q_i$ . В некоторых случаях условия работы системы в эти моменты столь различны, что приходится использовать для них различные насосы.

По аналогии с предыдущими расчетами будем рассматривать вместо разветвленной сети ее упрощенный аналог, представляющий магистраль (показанную на рис. III.16 жирной линией), которая соединяет насосную станцию  $НС$  с башней  $Б$ . В узлах этой магистрали (1, 2 и 3) сосредоточены фиксированные отборы воды ( $Q'_1$ ,  $Q'_2$  и  $Q'_3$ ), равные сумме отборов воды всех ответвлений сети, которые примыкают к этим узлам.

Так же, как и в рассмотренной выше элементарной системе с одним отбором воды, здесь имеется некоторое критическое значение суммарного отбора воды из системы  $(\sum Q_i)_{кр}$ , при котором

$Q_B = 0$ , т. е. башня не работает и вся система питается только от насосов ( $Q_{нс} = \sum Q_i$ ). В этот момент суммарная потеря напора в магистрали, включая все участки, кроме участка, примыкающего к башне, равна разности создаваемого насосом напора и расчетной отметки уровня воды в баке башни. При всех величинах суммарных отборов  $\sum Q_i > (\sum Q_i)_{кр}$  питание магистрали будет двусторонним; при всех значениях  $\sum Q_i < (\sum Q_i)_{кр}$  будет происходить транзит воды в башню.

Рассмотрим сначала работу системы (см. рис. III.16) в часы малого водопотребления, т. е. в предположении, что  $\sum Q_i < (\sum Q_i)_{кр}$ . Следовательно, в башню будет поступать некоторый расход  $Q_B = Q_{нс} - (\sum Q_i)'$ . В этом случае расход  $Q_B$  следует рассматривать как нефиксированный отбор.

При этом мы будем иметь  $p$  неизвестных линейных расходов  $q_{ik}$ , неизвестную подачу насоса  $Q_{нс}$  и неизвестный нефиксированный отбор  $Q_B$  (т. е.  $e$  неизвестных) и, наконец,  $m - 1$  неизвестных узловых напоров  $H_i$  (всех узлов, кроме известного  $H_B$ ).

Общее число неизвестных:  $p + e + m - 1$ .

Для частного примера рассматриваемой сети (ее упрощенного

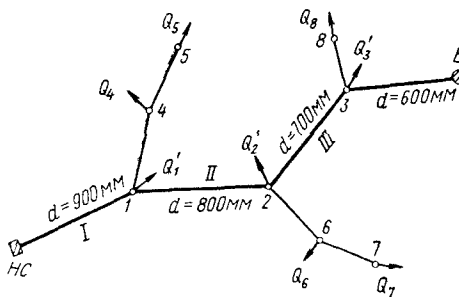


Рис. III.16

аналога)  $p = 4$ ,  $m = 5$ ,  $e = 2$  и общее число неизвестных 10, в том числе 6 неизвестных расходов.

Для решения задачи могут быть использованы:  $m$  уравнений первой группы,  $p$  уравнений второй группы и  $e - 1$  уравнений третьей группы, так как  $H_B = \text{const}$ , т. е.  $p + m + e - 1$  уравнений, что достаточно для определения всех неизвестных. Однако число неизвестных расходов превышает число уравнений первой группы:  $p + e > m$ . В данном случае  $p + e - m = 1$ , т. е. недостает одного уравнения.

Таким уравнением может явиться уравнение «внешней увязки» насосов и башни, получаемое путем сложения уравнений второй группы,

$$H_{\text{нас}} - (\sum h_{ik})_{\text{сети}} - H_B. \quad (\text{III.7})$$

Идя тем же путем, как и при решении рассмотренных выше задач, преобразуем уравнения первой группы в одно уравнение, связывающее  $Q_{\text{нас}}$  с  $Q_B$  через известные  $Q_i$ , т. е.

$$Q_{\text{нас}} = Q_B + \sum Q_i. \quad (\text{III.8})$$

Вместе с уравнением, выражающим характеристику насоса,

$$H_{\text{нас}} = f(Q_{\text{нас}}) \quad (\text{III.9})$$

будем иметь три уравнения, достаточные для нахождения основных трех неизвестных:  $Q_{\text{нас}}$ ,  $Q_B$  и  $H_{\text{нас}}$ . Найдя их, можно легко определить все остальные неизвестные расходы и напоры.

В уравнении (III.7) все линейные расходы могут быть выражены через неизвестный расход  $Q_B$  и известные фиксированные отборы в узлах  $Q_i$ .

Для рассматриваемого примера сети получим уравнение (III.7) в виде

$$H_{\text{нас}} - [S_{B-3}Q_B^2 + S_{3-2}(Q_B + Q_3)^2 + S_{2-1}(Q_B + Q_3 + Q_2)^2 + S_{1-1}(Q_B - \sum_{\text{сети}} Q_i)^2] = H_B. \quad (\text{III.7a})$$

Это выражение представляет собой характеристику  $Q - H$  магистрали, соединяющей насос с башней; его можно символически представить в виде

$$H_{\text{нас}} - \Phi(Q_B) = H_B. \quad (\text{III.7б})$$

При  $Q_B = 0$  это уравнение дает значение  $H_{\text{нас}}$ , соответствующее моменту, когда  $\sum Q_i = (\sum Q_i)_{\text{кр}}$ . В данном случае  $(\sum Q_i)_{\text{кр}} = 265 \cdot 3 = 795$  л/сек.

Если характеристика насоса задана аналитически, мы получаем систему нелинейных уравнений (III.7), (III.8) и (III.9), которая может быть решена путем подбора, в частности с использованием вычислительных машин.

Если характеристика насоса задана графически, возможно графическое решение задачи. Такое решение для системы, приведенной на рис. III.17, дано ниже. Для случая малого водо-

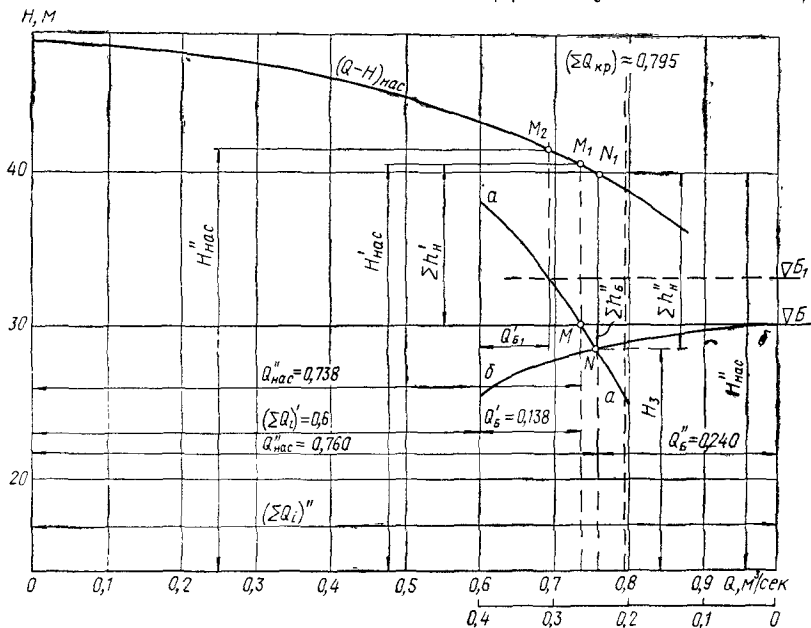


Рис. III.17

потребления принято:  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 200$  л/сек, т. е.  $\sum Q_i < (\sum Q_i)_{кр}$ ; длины всех участков по 1000 м и  $H_B = 30$  м. Давая величине  $Q_B$  значения от нуля и выше, строим кривую  $H_{нас} - \sum h_i$ , выражая  $\sum h_i$  в функции расхода  $Q_B$ . Пересечение этой кривой (б) с горизонтальной линией  $H_B = const$  дает искомые значения  $Q_B$  и  $H_{нас}$ . Одновременно получаем значение  $Q_B$ .

На рис. III.18, а показан продольный профиль магистрали от насосной станции до башни с нанесением пьезометрических линий для рассмотренного случая расчета.

Рассмотрим теперь ту же систему для случая  $\sum Q_i > \sum (Q_i)_{кр}$  (см. рис. III.17). Это соответствует периодам работы системы в часы большого водопотребления, когда сеть питается с двух сторон — от насосов и от башни, т. е.  $\sum Q_i = Q'_{нас} + Q'_B$ . В этом случае башня становится вторым источником питания системы.

Основными тремя неизвестными величинами, подлежащими определению, являются:  $Q_{нас}$ ,  $Q_B$  и  $H_{нас}$ . Для их нахождения могут быть использованы три следующих уравнения.

Основное балансовое уравнение:  $Q_{нас} + Q_B = \sum Q_i$ .

Уравнение внешней увязки:  $H_{нас} - \sum (h)_{нас} = H_B - \sum (h)_B$ .

Уравнение характеристики насоса:  $H_{\text{нас}} = F(Q)_{\text{нас}}$ .

Путь решения этой задачи аналогичен приведенному выше для безбашенной разветвленной сети (магистральной), питающейся от двух насосных станций. Разница будет только в том, что башня, как водопитатель, будет иметь характеристику  $H_B = \text{const}$ .

Схема графического решения задачи для упрощенной схемы сети (см. рис. III.16) дана на том же рис. III.17. На рис. III.18, б показан профиль магистральной с расположением пьезометрических линий — для второго расчетного случая.

Для рассматриваемой системы сети с контррезервуаром также могут быть введены фиктивные контуры.

На рис. III.19, а показан фиктивный контур для случая двустороннего питания сети. Он полностью аналогичен схеме, приведенной на рис. III.10, за исключением того, что для фиктивной линии  $O - B$  будет иметь место напор  $H_B = \text{const}$ .

Основное балансовое уравнение для точки  $O$

$$Q_{\text{нас}} - Q_B - \sum Q_i = 0 \quad \text{или} \quad \sum Q_i = Q_{\text{нас}} + Q_B.$$

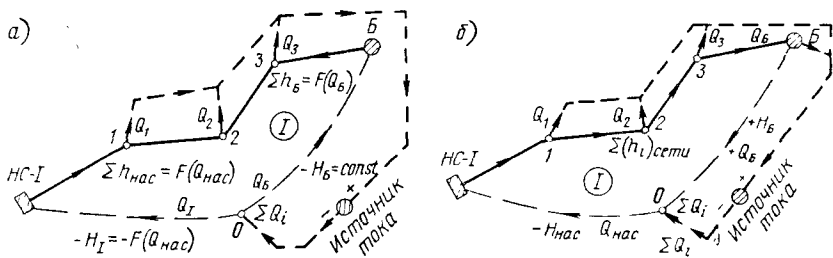


Рис. III.19

Уравнение увязки фиктивного кольца

$$-H_{\text{нас}} + \sum h_{\text{нас}} - \sum h_B + H_B = 0 \quad \text{или} \quad H_{\text{нас}} - \sum h_{\text{нас}} + \sum h_B - H_B = 0.$$

На рис. III.19, б показан фиктивный контур (для той же системы) для случая транзита воды в башню.

По линии  $0-B$  направляются фиктивный расход  $Q_B$ .

Основное балансовое уравнение для такой системы, выражаемое уравнением баланса фиктивных расходов в точке  $0$ , имеет вид

$$\sum Q_i + Q_B = Q_{\text{нас.}}$$

Уравнение увязки фиктивного кольца может быть написано в виде

$$-H_{\text{нас}} + \sum (h_i)_{\text{сети}} + H_B = 0 \quad \text{или} \quad H_{\text{нас}} - \sum (h_i)_{\text{сети}} = H_B,$$

т. е. уравнения внешней увязки.

Здесь расход  $Q_B$  приходит к узлу  $0$ , и потому знак при  $H_B$  положительн.

Увязка полученного фиктивного кольца производится аналогично изложенному на стр. 41, 42.

Если первоначальное предположение о характере питания системы, приведенной на рис. III.19, ошибочно, то это выяснится в процессе увязки фиктивных колец.

На этом же рисунке показаны также схемы подачи тока к аналоговой установке, имитирующей рассматриваемые системы (пунктирные линии).

## В. Принципы расчета разветвленных систем с несколькими станциями

### и несколькими напорно-регулирующими емкостями

Рассмотренные методы поверочного расчета систем, питаемых от насосов и имеющих регулируемую емкость, могут быть распространены на системы с любым числом питающих насосных станций и регулирующих емкостей.

Так, например, для расчета

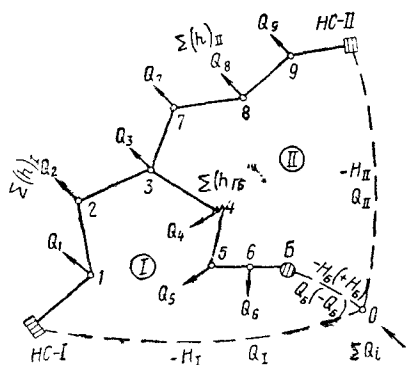


Рис. III.20

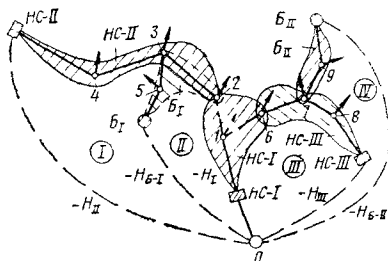


Рис. III.21

системы, имеющей две питающие насосные станции и одну башню (рис. III.20), для нахождения неизвестных подач  $Q_I$ ,  $Q_{II}$  и  $Q_B$  могут быть составлены уравнения:  $Q_I + Q_{II} = \sum Q_i + Q_B$  (для слу-



чая питания башни) или  $Q_I + Q_{II} = \sum Q_i - Q_B$  (для случая подачи воды из башни).

Далее, можно написать два уравнения внешней увязки (или аналогичные уравнения увязки фиктивных контуров):

для случая подачи воды из башни

$$H_I - \sum (h)_I + \sum (h)_B - H_B = 0;$$

$$H_B - \sum (h)_B + \sum (h)_{II} - H_{II} = 0;$$

для случая питания башни

$$H_I - \sum (h)_{I-B} - H_B = 0;$$

$$H_B + \sum (h)_{B-II} - H_{II} = 0.$$

Выразив в этих уравнениях все напоры и потери напора через искомые расходы и используя данные характеристики насосов, получим достаточное число уравнений для нахождения величин  $Q_I$ ,  $Q_{II}$  и  $Q_B$ .

Задачу можно решать путем подбора или увязки фиктивных колец (организованного последовательного приближения), а также графическим путем.

Схема графического решения для случая подачи воды из башни близка к той, которая дана на рис. III.8.

На рис. III.21 представлена система, имеющая три насосные станции и две регулирующие емкости. Для такой относительно сложной системы следует предварительно проанализировать вероятный характер ее питания при различных размерах водопотребления и выбрать расчетные моменты: наибольшего поступления воды в емкости и наибольшей подачи воды из них в сеть.

Учитывая величину и расположение отборов воды из сети, следует наметить для обоих случаев вероятную картину питания системы от насосных станций и башен и принять для предварительного расчета величины их подач. Так, например, для периодов наибольшего водопотребления, когда все башни должны подавать воду в сеть, может быть намечена некоторая вероятная картина питания системы. При этом, очевидно, образуются области, где питание будет происходить от двух или нескольких водопитателей (защитированные области питания от отдельных источников частично перекрывают друг друга, см. рис. III.21).

Исходя из принятого предположения, могут быть составлены следующие уравнения внешней увязки для четырех фиктивных колец.

Для кольца I:  $H_{II} - \sum h_{II-3} + \sum h_{3-BI} - H_{BI} = 0;$

» » II:  $H_{BI} - \sum h_{3-BI} + \sum h_{3-2-I-I} - H_I = 0;$

» » III:  $H_I - \sum h_{I-1-6} + \sum h_{6-7-8-III} - H_{III} = 0;$

» » IV:  $H_{III} - \sum h_{III-8-7} + \sum h_{7-9-BII} - H_B = 0.$

Выразив эти величины в функции расходов (подач водопитателей) и имея основное балансовое уравнение ( $Q_{\text{нас}} + Q_B = \sum Q_i$ ), получим пять уравнений для получения пяти неизвестных расходов  $Q_I, Q_{II}, Q_{III}, Q_{B-I}$  и  $Q_{B-II}$ . Решение их может быть произведено одним из изложенных выше путей.

Следует иметь в виду, что в результате расчета первоначально намечаемое распределение расходов воды может значительно измениться.

## 5. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ О ПОВЕРОЧНЫХ РАСЧЕТАХ ВОДОПОДАЮЩИХ СИСТЕМ, ВКЛЮЧАЮЩИХ ЗАМКНУТЫЕ КОНТУРЫ

Выше рассматривались в основном методы поверочных расчетов разветвленных систем в условиях их совместной работы с водопитателями.

В реальных системах в подавляющем большинстве случаев мы имеем смешанные системы транспортирования и раздачи воды, в которых наряду с одиночными магистралями (водоводами) и тупиковыми линиями имеются магистрали, образующие замкнутые контуры (кольца). Иногда число таких контуров незначительно, как это бывает, например, в районных системах водоснабжения,

иногда же это число весьма велико. Последнее имеет место в системах городского водоснабжения, где линии, расположенные на территории города, образуют систему многочисленных замкнутых контуров, к которым приывает небольшое число водоводов и тупиковых ответвлений.

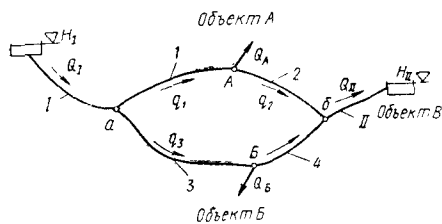


Рис. III.22

Таким образом, в первых системах превалирующую роль будет играть расчет совместной работы водопитателей и водоводов (с учетом работы замкнутых контуров), тогда как во втором случае основную часть работы занимает расчет системы замкнутых контуров (кольцевых сетей) с учетом ее совместной работы с водопитателями. Однако наличие в системе даже небольшого количества замкнутых контуров вносит в ее расчет определенную специфику и осложнения.

Как указано выше, при поверочном расчете систем, имеющих число водопитателей  $e > 1$  и включающих замкнутые контуры числом  $n$ , для нахождения величин линейных расходов необходимо к системе  $m$  уравнений первой группы ( $\sum Q = 0$ ) добавить  $e - 1$  уравнений внешней увязки и  $n$  уравнений внутренней увязки.

Рассмотрим ниже некоторые особенности поверочных расчетов подобных систем.

Система районного водоснабжения (рис. III.22) подает воду трем объектам  $A$ ,  $B$  и  $B$  из водоема, расположенного на высоте  $H_I$  (где  $H_I$  — расчетный уровень воды в водоеме). Водовод  $I$  разделяется на две ветви, образуя кольцо. Вода подается объектам  $A$  и  $B$  в заданных количествах, которые показаны на схеме в виде фиксированных сосредоточенных расходов  $Q_A$  и  $Q_B$ . К третьему объекту  $B$  вода подается по водоводу  $II$  и сбрасывается в регулирующий резервуар на отметке  $H_{II}$ .

В результате поверочного расчета должны быть найдены нефиксированный расход  $Q_{II}$  (сбрасываемый в резервуар) и все линейные расходы, а также общая подача воды в систему  $Q_I$ .

Величины гидравлических сопротивлений всех линий известны.

Всего имеется шесть неизвестных расходов  $q_1, q_2, q_3, q_4, Q_I$  и  $Q_{II}$ . Для их определения могут быть использованы четыре узловых уравнения ( $\sum Q = 0$ ), уравнения внутренней ( $\sum h_i = 0$ ) и внешней ( $H_I - H_{II} = \sum_I h_i$ ) увязок.

Для рассматриваемой системы уравнение внутренней увязки будет:

$$h_1 + h_2 - h_3 - h_4 = 0 \quad \text{или} \quad S_1 q_1^2 + S_2 q_2^2 - S_3 q_3^2 - S_4 q_4^2 = 0. \quad (\text{III.10})$$

Следует отметить, что уравнение внешней увязки может быть написано с включением одной или другой ветви кольца, т. е.

$$H_I - h_1 - (h_1 + h_2) - h_{II} = H_{II}; \quad (\text{III.11a})$$

$$H_I - h_1 - (h_3 + h_4) - h_{II} = H_{II}. \quad (\text{III.11б})$$

Этих двух уравнений достаточно для определения искомых независимых неизвестных  $h_j$  и  $h_i$  или, что то же, —  $Q_I$  и  $q_i$ . Вычитая из уравнения (III.11a) уравнение (III.11б), получим уравнение внутренней увязки

$$(h_1 + h_2) - (h_3 + h_4) = 0. \quad (\text{III.10a})$$

Таким образом, задачу можно решать системой уравнений (III.11a) и (III.11б) или системой одного из них и уравнения (III.10).

Сказанное весьма наглядно может быть показано введением фиктивных контуров увязки системы. Искомые значения расходов воды могут быть найдены путем увязки одного действительного и одного фиктивного кольца (рис. III.23). Практически обычно удобнее использовать систему уравнений (III.10) и одно из уравнений (III.11), например (III.11a). Если подставить в него расходы воды вместо потерь напора, оно примет вид

$$H_I - S_I Q_I^2 - S_1 q_1^2 - S_2 q_2^2 - S_{II} Q_{II}^2 = H_{II}. \quad (\text{III.11})$$

Используя узловые уравнения, можно все неизвестные расходы выразить через два независимых расхода:  $Q_I$  и, например

$q_1$  — расход одного из участков кольца; последний может быть представлен как часть подачи  $Q_I$ , определяемая неизвестным пока «коэффициентом распределения» расходов  $\alpha$  по линиям кольца. Тогда

$$q_1 = \alpha Q_I; \quad q_2 = \alpha Q_I - Q_A; \quad q_3 = (1 - \alpha) Q_I; \quad q_4 = (1 - \alpha) Q_I - Q_B;$$

$$Q_{II} = Q_I - \sum Q_i,$$

где  $\sum Q_i = Q_A + Q_B$ .

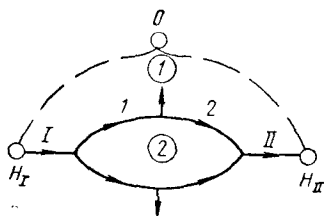


Рис. III.23

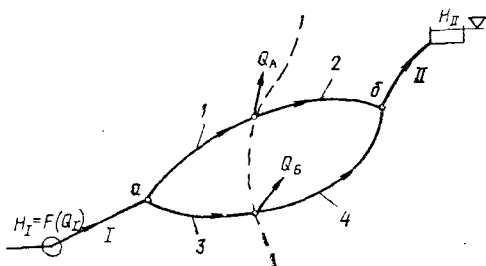


Рис. III.24

Подставляя эти выражения расходов в уравнения (III.10) и (III.11), приведем их путем простейших преобразований к виду:

$$(S_1 + S_2 - S_3 - S_4) (\alpha Q_I)^2 + 2(S_3 + S_4) \alpha Q_I^2 - (S_3 + S_4) Q_I^2 -$$

$$- 2(S_3 Q_A + S_4 Q_B) \alpha Q_I + 2S_4 Q_B Q_I + (S_2 Q_A^2 - S_4 Q_B^2) = 0; \quad (\text{III.10б})$$

$$(S_1 + S_2) (\alpha Q_I)^2 + (S_I + S_{II}) Q_I^2 - 2S_2 Q_A - \alpha Q_I -$$

$$- 2S_{II} (\sum Q_i) Q_I + [S_{II} (\sum Q_i)^2 + S_2 Q_A^2 - \Delta H], \quad (\text{III.11в})$$

т. е. будем иметь два уравнения типа:

$$Ax^2y^2 + Bx^2y - Cx^2 - Dxy + Ex + F \quad (\text{III.10в})$$

и

$$A'x^2y^2 + C'x^2 - D'xy + E'x + F' = 0. \quad (\text{III.11г})$$

Значение искоемых неизвестных ( $Q_I$  и  $\alpha$ ) может быть получено аналитически путем решения системы этих двух уравнений, методами последовательного приближения, путем непосредственной гидравлической увязки системы, используя методы увязки колец, изложенные в главе VI, а также графически.

Графическое решение задачи легко осуществимо, но является достаточно громоздким и здесь опущено.

Графическое решение имеет преимущества для систем, в которые вода подается насосами (рис. III.24). Так, если в рассмотренной выше системе вместо питающего резервуара будет находиться насосная станция, то условие  $H_I = \text{const}$  должно быть заменено

характеристикой насоса  $H_I = F(Q)_{нас}$ . Графическое решение подобной задачи схематически показано на рис. III.25.

Рассмотрим систему, представленную на рис. III.26; ее питание происходит от двух резервуаров.

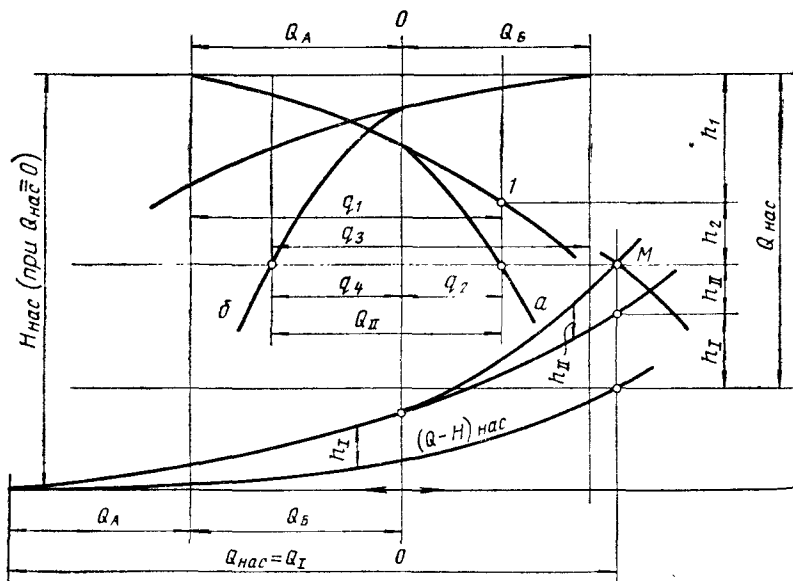


Рис. III.25

Отдача воды объектам, как и ранее, задана в виде фиксированных отборов  $Q_A$  и  $Q_B$ . В этом случае мы будем иметь те же неизвестные и принципиально ту же систему уравнений, как и в системе с односторонним питанием. Разница будет в узловых уравнениях для точек отдачи воды и в уравнении внешней увязки, которое примет вид:

$$H_I - h_I - h_1 + h_2 + h_{II} = H_{II}$$

или

$$H_I - S_I Q_I^2 - S_1 q_1^2 + S_2 q_2^2 + S_{II} Q_{II}^2 = H_{II}. \quad (III.11г)$$

В уравнении внутренней увязки будет несколько иное чередование знаков у потерь напора, а именно:

$$h_1 - h_2 - h_3 + h_4 = 0$$

или

$$S_1 q_1^2 - S_2 q_2^2 - S_3 q_3^2 + S_4 q_4^2 = 0. \quad (III.12)$$

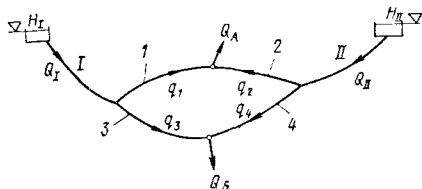


Рис. III.26

Эти уравнения выражают условия увязки действительного и фиктивного замкнутых контуров, как это видно из рис. III.27.

Выразив все расходы воды через основные неизвестные  $Q_I$  и  $\alpha$  или  $(q_1)$  и подставив их в уравнения (III.11г) и (III.12), получим систему двух уравнений, аналогичную уравнениям (III.10в) и (III.11в), из которых могут быть найдены значения  $Q_I$  и  $q_1$  и, следовательно, значения всех остальных расходов.

Возможные пути решения те же, что и в предыдущих примерах.

Рассмотрим теперь ту же систему с двусторонним питанием, но при условии, что вода подается в нее двумя

насосными станциями (НС-I и НС-II). По-прежнему сброс воды потребителям задан в точках А и В фиксированными расходами  $Q_A$  и  $Q_B$ .

В качестве основных неизвестных могут быть приняты: подача одной из насосных станций и линейный расход в одном из участков кольца, т. е.  $Q_I$  и  $q_1$  или коэффициент распределения  $\alpha$ . Для их отыскания могут быть приняты, как и ранее, уравнения внутренней и внешней увязки.

Для составления последнего должны быть использованы

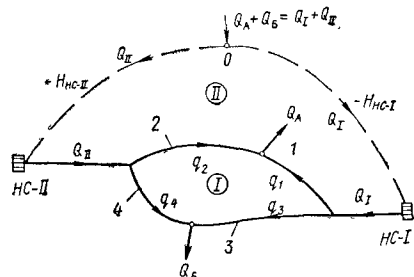


Рис. III.28

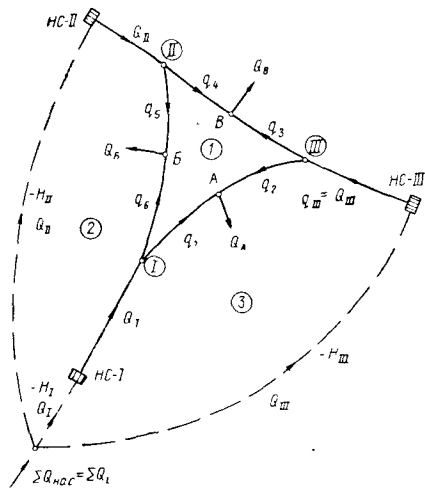


Рис. III.29

уравнения  $H = F(Q)$  водопитателей-насосов, выражающие их характеристики. Уравнение внешней увязки легко построить, обходя фиктивный контур, связывающий водопитатели (рис. III.28). Это уравнение будет иметь вид:

$$-F(Q_I) + S_I Q_I^2 + S_1 q_1^2 - S_2 q_2^2 + S_{II} Q_{II}^2 + F(Q_{II}) = 0$$

или

$$S_I Q_I^2 + S_{1q_1} - S_2 q_2^2 - S_{II} Q_{II}^2 = F(Q_I) - F(Q_{II}).$$

Уравнение внутренней увязки аналогично приведенному для системы с питанием от двух резервуаров.

Заменив в обоих уравнениях все неизвестные через основные  $Q_I$  и  $\alpha$  и учитывая, что  $Q_I + Q_{II} = Q_A + Q_B$ , получим два расчетных уравнения для двух неизвестных.

Решение их может быть получено или графически, используя графически заданные характеристики насосов, или аналитически, для чего необходимо описать графические характеристики насосов уравнениями. Как известно, при использовании для расчета вычислительных машин эти характеристики описываются приближенно уравнениями второго порядка или отрезками прямых (линейно-кусочная аппроксимация). Схема графического решения близка к приведенной на рис. III.25.

На рис. III.29 представлена схематически система районного водоснабжения, питаемая от трех насосных станций. Система имеет: число участков  $p = 9$ , число узлов  $m = 9$ , число водопитателей  $e = 3$  и число колец  $n = 1$ . Общее число неизвестных расходов будет  $p + e = 12$ .

Для их определения к узловым уравнениям должны быть добавлены  $e - 1 = 2$  уравнений внешней увязки (III.11) и  $n = 1$  уравнений внутренней увязки (III.10).

Схема возможных фиктивных контуров показана на рис. III.29. Таким образом, для увязки системы при совместной работе водопитателей и линий имеем три замкнутых контура — один реальный и два фиктивных. Обход этих контуров дает три расчетных уравнения:

$$S_6 q_6^2 - S_5 q_5^2 + S_4 q_4^2 - S_3 q_3^2 + S_2 q_2^2 - S_1 q_1^2 = 0;$$

$$F(Q_{II}) + S_{II} Q_{II}^2 + S_5 q_5^2 - S_6 q_6^2 - S_I Q_I^2 - F(Q_I) = 0;$$

$$F(Q_I) + S_I Q_I^2 + S_1 q_1^2 - S_2 q_2^2 - S_{III} Q_{III}^2 - F(Q_{III}) = 0.$$

Используя узловые уравнения, можно в данной системе все неизвестные расходы выразить через три основные (независимые) неизвестные; такими будут: подачи двух (из трех) насосных станций и один из линейных расходов кольца, например  $q_1$  (или соответствующий ему коэффициент  $\alpha$ ).

Эти неизвестные могут быть найдены путем решения системы трех написанных уравнений после выражения всех расходов через три основных.

Аналогичный предыдущему путь расчета может быть использован для рассматриваемой системы при наличии нескольких заданных отборов воды на каждом участке кольца  $A-B-B$  (рис. III.30).

При решении задачи путем последовательного приближения необходимо предварительно принять некоторое вероятное

расположение границ зон питания системы каждой из трех насосных станций. Внесение поправок к принятому расположению будет внесено автоматически при удовлетворении расчетных уравнений.

На рис. III.31 и III.32 представлена подобная же система, но питаемая двумя насосными станциями и имеющая одну напорно-регулирующую емкость. При расчете систем с регулирующими емкостями имеем два характерных случая их работы, когда емкость работает как водопитатель (см. рис. III.31) и когда она является нефиксированным отбором (см. рис. III.32). Расположение фиктивных контуров для этих случаев показано на рисунках.

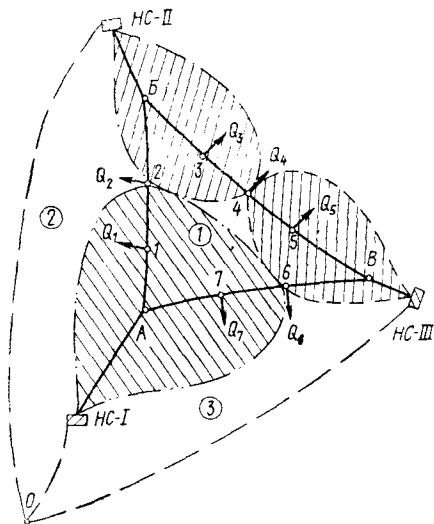


Рис. III.30

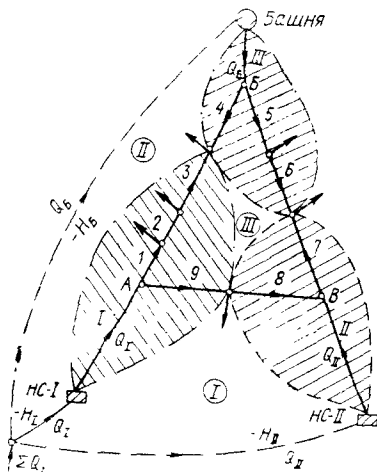


Рис. III.31

В обоих случаях основными (независимыми) неизвестными расходами будут: подача одной из насосных станций и подача (или отбор) воды напорной регулирующей емкостью, а также линейный расход одного из участков кольца (или соответствующий ему коэффициент распределения  $\alpha$ ).

Используя фиктивные контуры, легко написать уравнения внешней и внутренней увязок.

Для случая подачи воды в башню:

$$-F(Q_I) + \sum (S_i q_i^2)_{I-A} - \sum (S_i q_i^2)_{A-II} + F(Q_{II}) = 0,$$

$$-H_B + \sum (S_i q_i^2)_{B-I} + H_I \quad \text{или} \quad H_I = H_B - \sum (S_i q_i^2)_{B-I} = 0;$$

$$\sum (S_i q_i^2)_{\text{кольца}} = 0.$$



Для случая поступления воды из башни:

$$-F(Q_I) + \sum (S_i q_i^2)_{I-9} - \sum (S_i q_i^2)_{8-II} + F(Q_{II}) = 0;$$

$$-H_B + \sum (S_i q_i^2)_{III-4} - \sum (S_i q_i^2)_{3-I} + F(Q_I) = 0;$$

$$\sum (S_i q_i^2)_{\text{кольца}} = 0.$$

Разумеется, значения всех расходов воды, полученных из написанных уравнений, будут различны для каждого из рассматриваемых случаев.

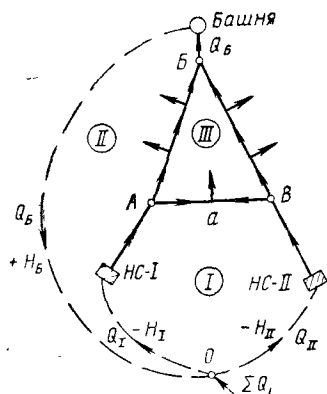


Рис. III.32

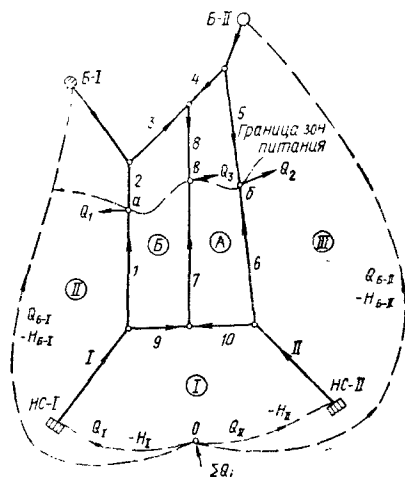


Рис. III.33

Рассмотрим особенности поверочного расчета системы, включающей два замкнутых контура, питаемой от двух насосных станций и имеющей две напорно-регулирующие емкости (рис. III.33).

Вода разбирается тремя объектами в точках *a*, *b* и *в* в виде сосредоточенных фиксированных расходов. Все неизвестные расходы могут быть сведены к пяти основным (независимым) расходам, включая: три любых подачи (или нефиксированные отборы) и два линейных расхода — по одному для каждого кольца. Для их нахождения могут быть написаны три уравнения внешней увязки и два уравнения внутренней увязки колец с использованием фиктивных контуров, показанных на рис. III.33.

Получим следующие уравнения (башня является водопитателем):

внешней увязки

$$-H_B + \sum (S_i q_i^2)_{B-I-2} - \sum (S_i q_i^2)_{I-I} + F(Q_I) = 0,$$

$$-F(Q_I) + \sum (S_i q_i^2)_{I-9} - \sum (S_i q_i^2)_{10-II} + F(Q_{II}) = 0,$$

$$-F(Q_{II}) + \sum (S_i q_i^2)_{II-6} - \sum (S_i q_i^2)_{5-B-II} + H_B = 0;$$

внутренней увязки

$$\sum (S_i q_i^2)_{\text{кольца } A} = 0,$$

$$\sum (S_i q_i^2)_{\text{кольца } B} = 0.$$

---

В настоящей главе были рассмотрены лишь некоторые из систем, включающие весьма небольшое число замкнутых контуров. Основным расчетом таких систем является нахождение совместной работы водопитателей в данную сеть, а не самой сети, т. е. вопросы внешней увязки. Там, где число замкнутых контуров значительно, основным становится вопрос о внутренней увязке. Методы проведения этой весьма трудоемкой работы рассматриваются далее в главе VI.

Следует подчеркнуть, что наряду с указанными здесь возможными путями расчета систем с небольшим числом замкнутых контуров для них могут использоваться и те методы инженерного расчета, которые широко применяются в расчетах многокольцевых сетей.

# IV

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При проектировании и расчете подающих и распределительных систем водонасбжения, и в частности водопроводных сетей, приходится широко использовать различные геометрические свойства, особенности и характеристики этих систем.

Выбор и оценка формы сети, приемы ее трансформаций, связанных с методами расчета, определение взаимосвязей расходов и напоров для отдельных элементов систем, оценка степени их надежности — все это связано с использованием и анализом взаимосвязей элементов систем, как геометрических фигур — графов.

Ряд положений общей теории графов [8, 40, 42], получившей в последние годы значительное развитие, с успехом могут быть использованы для анализа работы водопроводных систем (сетей) и решения поставленных выше вопросов.

Система водопроводной сети и питающих ее водоводов представляет конечный связный граф, т. е. структуру, состоящую из конечного числа вершин (узлов), вообще говоря, произвольно расположенных в пространстве и связанных между собой ребрами (участками). При этом участки могут быть как прямыми, так и кривыми линиями. Под связным графом понимается граф, в котором каждая вершина может быть соединена некоторой цепью ребер с любой другой вершиной. Связывающим ребром графа называется ребро, удаление которого нарушает (например, ребро *ab* на рис. IV.1) связность графа, т. е. приводит к разделению единого связного графа на несколько отдельных связных графов (увеличивает число связных компонентов). Связность графа может быть нарушена также удалением точки сочленения (например, точки *в* на рис. IV.1).

Отображение на плоскости пространственной структуры из ребер и вершин представляет топологический граф.

Топологические графы большинства водопроводных сетей являются плоскими (планарными), т. е. такими, которые можно начертить на плоскости так, чтобы все его ребра пересекались только в вершинах графа (рис. IV.2, *а*), в отличие от графа, приведенного на рис. IV.2, *б*, который не является плоским.

Цепочкой участков (ребер) на зывают ряд последовательно проходимых участков, при этом каждый участок проходят один раз (например, на рис. IV.3 участок *A-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-B*). Цепочка, в которой каждый узел проходят

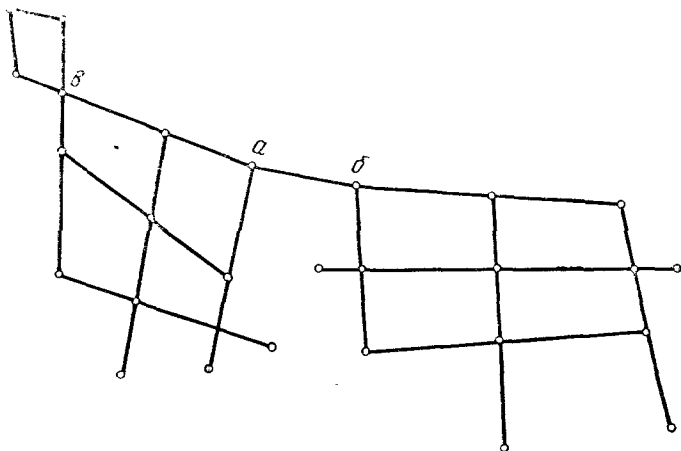


Рис. IV.1

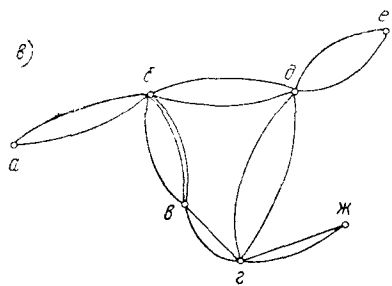
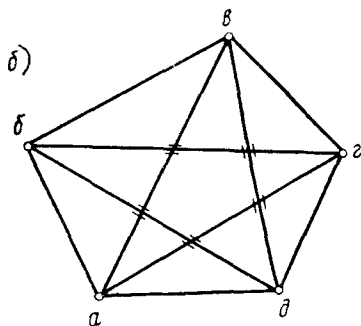
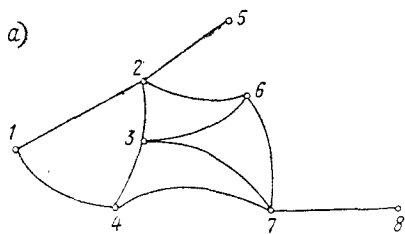


Рис. IV.2

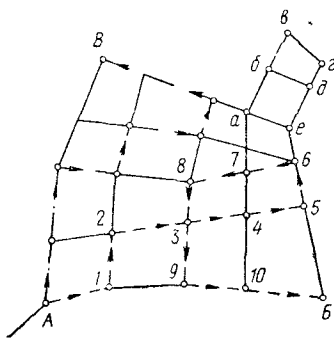


Рис. IV.3

один раз, — «путь» (например, цепочка  $A-B$ ). Путь, в котором начальный и конечный узлы совпадают, образует «цикл» (например,  $a-b-c-d-e-a$ ). Цикл, в котором не имеется ребер, пересекающих его площадь, и который не делится на более мелкие циклы, называется минимальным циклом или *элементарным кольцом* (например, цикл  $a-b-d-e-a$ ). Понятие элементарного кольца весьма важно для анализа водопроводных сетей.

Число участков (ребер), сходящихся в узле (вершине), определяет *степень вершины (узла)*. В водопроводных сетях, которые всегда являются связными графами, степень узла не может быть меньше единицы. Степень 0 имеет изолированная точка. Узлы, имеющие степень 1, являются конечными узлами тупиковых участков.

Разветвленная (тупиковая) водопроводная сеть представляет связный граф, не содержащий циклов, — *дерево*.

Кольцевая сеть представляет собой граф, не содержащий тупиковых участков, т. е. граф, не имеющий вершин (узлов) со степенью ниже 2.

Таким образом, если между любыми двумя узлами сети можно пройти только одним путем, сеть будет полностью разветвленной. Если между любыми двумя узлами сети существует не менее двух возможных путей, сеть будет полностью кольцевой.

В большинстве случаев подающая и распределительная система водоснабжения представляет собой смешанный граф, включающий систему замкнутых контуров или колец и примыкающие к ней разветвления или тупики — водоводы, ответвления к отдельным потребителям и т. п.

В многокольцевой сети могут рассматриваться элементарные кольца, внешний (охватывающий всю сеть) контур, а также различные контуры, цепочки и циклы, соединяющие заданные узлы или охватывающие определенные участки.

Так как в общем случае участки сети могут быть криволинейными, между двумя соседними узлами (смежными вершинами) может быть проведено любое число соединяющих их участков (ребер). Простейшим элементарным кольцом является «двухугольник», который образуется двумя криволинейными участками, соединяющими смежные узлы (подобный соответствующим фигурам из сферической геометрии). Фигуру, у которой одна и та же пара вершин соединена более чем одним ребром (см. рис. IV.2, в), называют *мультиграфом*.

## 2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ЧИСЛОМ УЗЛОВ, УЧАСТКОВ И КОЛЕЦ ПЛОСКИХ СЕТЕЙ

Для связных плоских графов соотношение между числом ребер (участков)  $p$ , вершин (узлов)  $m$  и граней (колец)  $n$  определяется на основании теоремы Эйлера так:  $p = n + m - 2$ .

Здесь для общности выводов в число граней включается бесконечная грань, т. е. бесконечная плоскость, окружающая внешний контур графа (сети). Этот внешний контур может рассматриваться как «край бесконечной грани», которую он ограничивает.

В практике исследования и расчета реальных инженерных сетей в большинстве случаев учет бесконечной грани не представляет каких-либо преимуществ. Поэтому впредь под числом  $n$  будем понимать число конечных граней (элементарных колец)

плоского графа (если не сделано специальных оговорок). Тогда основное соотношение между

элементами плоской сети примет вид:  $p = m + n - 1$ . Откуда  $n = p - m + 1$ .

В теории графов широко используется «цикломатическое число»  $\nu = p - m + 1$ , равное для всякого графа наибольшему числу независимых его циклов. Для плоского графа число таких контуров равно числу его элементарных колец, т. е. величине  $n$ . Таким образом, для плоского графа  $\nu = n$ .

Рассмотрим некоторые частные и предельные случаи значений числа отдельных видов элементов сети и соотношений между ними.

При величине  $n = 0$  получим  $p = m - 1$ , т. е. общее соотношение между числом участков и узлов разветвленной сети (дерева). Следовательно, в разветвленной сети  $p < m$ .

Если при этом  $m = 1$  и  $p = 0$ , получаем граф, состоящий из единственной изолированной точки, т. е. случай, не имеющий практического интереса.

Практически наименьшим возможным числом узлов в сети<sup>1</sup> может быть  $m = 2$  — точка питания и точка отбора воды.

Для разветвленной сети при  $m = 2$  получим  $p = 1$ , т. е. простейший случай дерева — один участок с двумя узлами, так называемая независимо работающая линия (рис. IV.4, а).

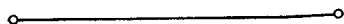
Для кольцевой сети при  $m = 2$  получим общее соотношение  $p = n + 1$ .

В простейшем случае при  $n = 1$  получим однокольцевую сеть, образуемую двумя участками (рис. IV.4, б). Каждое дополнительное ребро (участок), проведенное между данными двумя узлами, даст одно дополнительное кольцо. При любом числе участков, соединяющих узлы А и В, соотношение  $p = n + 1$  сохраняется (рис. IV.4, в). Такие соединения имеют место и в мультиграфах.

Приведенное общее соотношение между  $p$ ,  $m$  и  $n$  для плоских сетей широко используется в теории и практике расчета сетей

<sup>1</sup> Можно представить сети (графы) и при величине  $m = 1$ . Для таких графов, очевидно,  $p = n$ , т. е. число участков равно числу колец (при одном узле). Их вид показан на рис. IV.4, г и д соответственно при одном и нескольких кольцах. Практического применения они, разумеется, не имеют.

а)



б)



в)



г)



д)

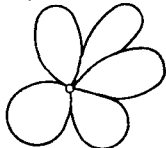


Рис. IV.4

для установления числа неизвестных и составления систем уравнений для их нахождения.

Для пространственных сетей, не приводимых к плоским, действуют иные зависимости между числом  $p$ ,  $m$  и  $n$ , приводимые ниже. Из более общих зависимостей и соотношений, действительных для пространственных сетей, соотношения для плоских сетей могут быть получены как частный случай.

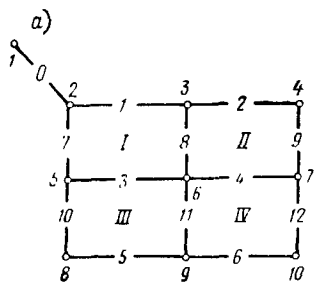
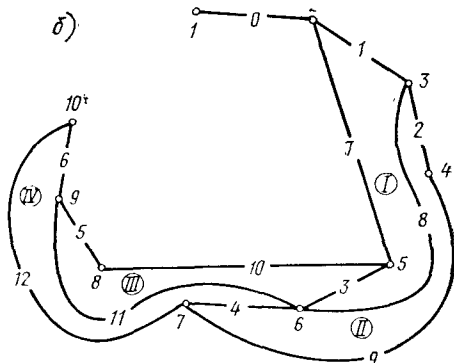


Рис. IV.5



Методы теории графов позволяют весьма просто производить анализ всех основных геометрических свойств и самой формы сети путем составления матриц. Могут быть построены матрицы вершин, устанавливающие связь между участками и узлами сети, или матрицы контуров, характеризующие связь между участками и кольцами сети. Так, для обычной четырехкольцевой сети (рис. IV.5,а) может быть составлена следующая матрица.

Участки												Узлы ↓	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	5
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	6
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	7
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	8
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	9
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	10

Здесь каждая строка цифр соответствует номеру узла, а каждый столбец — номеру участка сети. Так, для участка 0,

инцидентного узлам 1 и 2, в соответствующих клетках матрицы ставятся единицы, а в остальных клетках — нули. Подобным же образом отмечают все участки сети. Та же матрица будет получена, если за основу ее составления взять узлы и отмечать инцидентные им участки. Так, для узла 6 должны быть поставлены единицы в соответствующей строке при ее пересечении со столбцами 3, 4, 8 и 11. Имея подобную матрицу, можно воссоздать первоначально заданную сеть. Расположив узлы в любом порядке (например, по кругу) и соединив их участками в соответствии с записью в матрице, получим сеть, хотя и имеющую искаженную форму (по сравнению с начальной), но сохранившую полностью ее геометрические свойства (рис. IV.5, б). Ее узлы и участки соединены в таком же порядке, она имеет то же число колец, образуемых теми же участками.

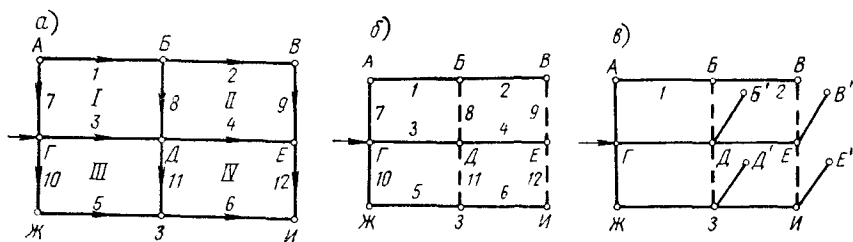


Рис. IV.6

Гидравлическая увязка этой сети дает одновременно увязку начальной сети (и наоборот).

Переместив по плоскости соответствующим образом узлы полученной сети, можно полностью восстановить и первоначальную форму сети.

Матрица инцидентий (вершин) позволяет определить степень узлов (т. е. число сходящихся в них участков) изображаемой сети, сделать заключение о наличии в сети тупиковых участков.

Контурная матрица устанавливает взаимосвязь участков и контуров сети. При этом могут быть учтены и направления потоков в участках сети (считая положительным движение по часовой стрелке). Для обычной четырехкольцевой сети (например, приведенной на рис. IV.6, а) подобная матрица (для системы элементарных колец) будет иметь следующий вид.

		Участки											
		1	2	3	4	5	6	7	10	8	11	9	12
Контур	I	+1	0	-1	0	0	0	-1	0	+1	0	0	0
	II	0	+1	0	-1	0	0	0	0	-1	0	+1	0
	III	0	0	+1	0	-1	0	0	-1	0	+1	0	0
	IV	0	0	0	+1	0	-1	0	0	0	-1	0	+1



### 3. ТРАНСФОРМАЦИИ СЕТЕЙ

Современные методы гидравлического и технико-экономического расчета кольцевых водопроводных сетей и их совместной работы с водопитателями предусматривают различные трансформации этих сетей, позволяющие упростить и ускорить расчет, сократить число и объем расчетных операций. Некоторые искусственные преобразования сетей позволяют также наилучшим образом использовать возможности вычислительных машин как при собственно расчетах, так и при связанных с ними подготовительных операциях.

При расчетах кольцевых и смешанных сетей часто применяют трансформацию их в дерево путем исключения из сети участков, замыкающих циклы. Эта операция может преследовать различные цели.

Во-первых, выделение дерева в рассчитываемой кольцевой сети помогает сделать выбор системы независимых расчетных циклов.

Во-вторых, выделение дерева дает возможность поручить машине автоматическое определение величин расчетных расходов воды для всех участков сети (с удовлетворением первого закона Кирхгофа). Проведение этой операции вручную занимает при расчете больших сетей много времени.

Дерево, выделяемое из кольцевой сети, представляет ее частный граф, включающий все ее вершины. Для превращения в дерево любой сети, содержащей циклы, необходимо и достаточно выбросить из каждого цикла один замыкающий его участок. Очевидно, наименьшее число выброшенных для этой цели участков всегда равно числу имевшихся в сети элементарных циклов (колец)  $n$ .

После превращения сети в дерево величина  $n = 0$ , а соотношение числа участков и узлов его составит:  $p = m - 1$ .

Из каждой кольцевой или смешанной сети дерево может быть образовано в нескольких вариантах. При образовании любого варианта дерева необходимо соблюдать следующие требования: а) граф, представляющий сеть, должен остаться связным; б) все вершины преобразуемой кольцевой (смешанной) сети должны остаться вершинами дерева; в) в дерево не следует, по возможности, включать участки с относительно большими гидравлическими сопротивлениями (выполнение этого требования позволяет сократить итеративный процесс увязки сети).

Здесь рассматриваются только некоторые чисто геометрические стороны вопроса о создании дерева из кольцевой сети.

На рис. IV.6, а показана четырехкольцевая сеть, которая должна быть превращена в дерево. Это может быть сделано путем удаления четырех участков, например 8, 9, 11 и 12. Полученное таким образом дерево показано на рис. IV.6, б. Следует отметить, что превращение кольцевой сети в разветвленную может быть также осуществлено путем разрезания замыкающих узлов — по

одному в каждом цикле (кольце). При первом типе трансформации из сети выпадает  $n$  участков и  $n$  контуров; при втором типе также выпадает  $n$  циклов, но число участков не изменяется, а число узлов увеличивается на  $n$  (рис. IV,6, в). Таким образом, и в том и в другом случае в получаемом дереве остается справедливым соотношение  $p' = m' - 1$  (где  $p'$  и  $m'$  — соответственно число участков и узлов в полученном дереве).

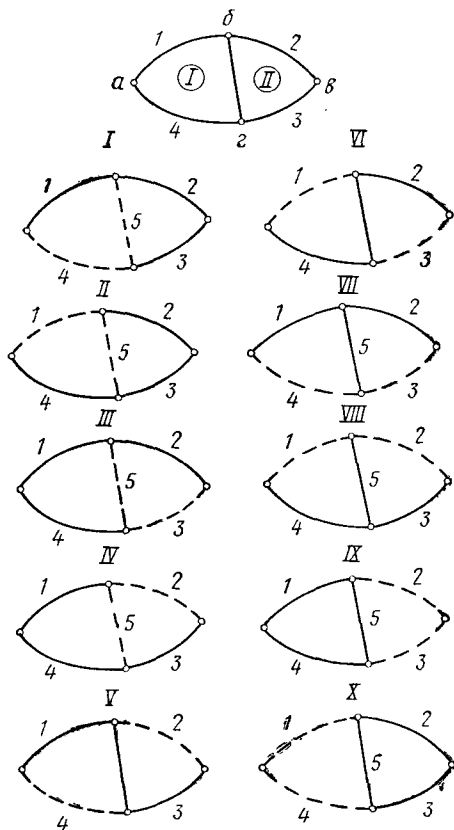


Рис. IV.7

Интересно отметить, что еще до создания современных методов расчета кольцевых сетей (в 20-х годах этого столетия) кольцевую сеть условно разрезали (для расчета) в точках предполагаемого «схода потоков» или «нулевых» точках [18].

Можно считать, что способ создания дерева путем выбрасывания участков из кольцевой сети имеет некоторые практические преимущества перед методом разрезания сети в узлах, так как сокращает объем информации, передаваемой машине.

Число возможных вариантов дерева, образуемого из данной кольцевой сети, зависит от числа ее участков и колец и быстро возрастает с их увеличением. Число возможных комбинаций из  $p$  участков кольцевой сети по  $p - n =$  участков дерева будет равно числу сочетаний

$$C_p^r = \frac{p(p-1) \dots (p-r+1)}{r}$$

Так, например, для простейшей двухкольцевой сети число таких комбинаций будет десять (рис. IV.7). Однако нетрудно увидеть, что две из этих комбинаций не удовлетворяют основным требованиям, которые должны соблюдаться при образовании дерева. Это варианты IX и X; в них остается один цикл и изолированная вершина, т. е. нарушается связность графа. Следовательно, для данной кольцевой сети возможно восемь вариантов дерева.

На рис. IV.8 показана схема водопроводной сети из двух колец с отбором воды в ее узлах. Здесь число вершин и соответственно число участков больше, чем в сети, приведенной на рис. IV.7, так как учтены все точки отбора воды. Для такой сети число возможных сочетаний из  $p$  участков по  $p - n$  будет 21 (см. рис. IV.8). Здесь уже шесть комбинаций имеют нарушение связности

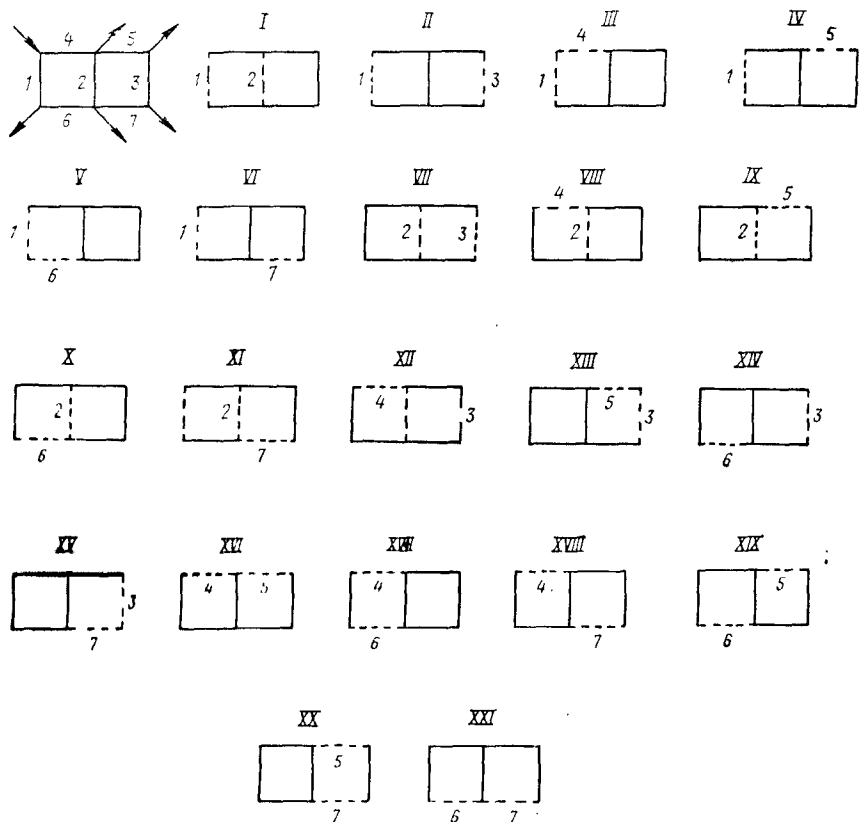


Рис. IV.8

графа и не дают образования дерева (III, V, XIII, XV, XVII и XX). Таким образом, число возможных вариантов дерева для сети, приведенной на рис. IV.8, будет 15. Для четырехкольцевой сети (см. рис. IV.6) число возможных сочетаний из  $p$  по  $p - n$  участков возрастает до 495; одновременно значительно возрастает число непригодных комбинаций для образования дерева.

Очевидно, указанный простейший путь определения числа возможных комбинаций одновременного изъятия из сети  $n$  участков дает лишь приближенное представление о числе возможных вариантов дерева.

Теория графов дает общий способ определения числа возможных вариантов дерева, которое выделяют из любого плоского графа, имеющего циклы.

Согласно теореме Трента [8] в графе  $G$  (без петель) число деревьев, представляющих собой его частичные графы, равно минору любого из элементов главной диагонали квадратной матрицы  $(b_j^i)$   $n$ -го порядка.

Элементами главной диагонали этой матрицы являются множества  $(\Gamma x_i)$  вершин, соединенных ребрами с вершиной  $x_i$ . Остальные элементы матрицы (при  $i \neq j$ ) равны  $-1$ , если соответствующие

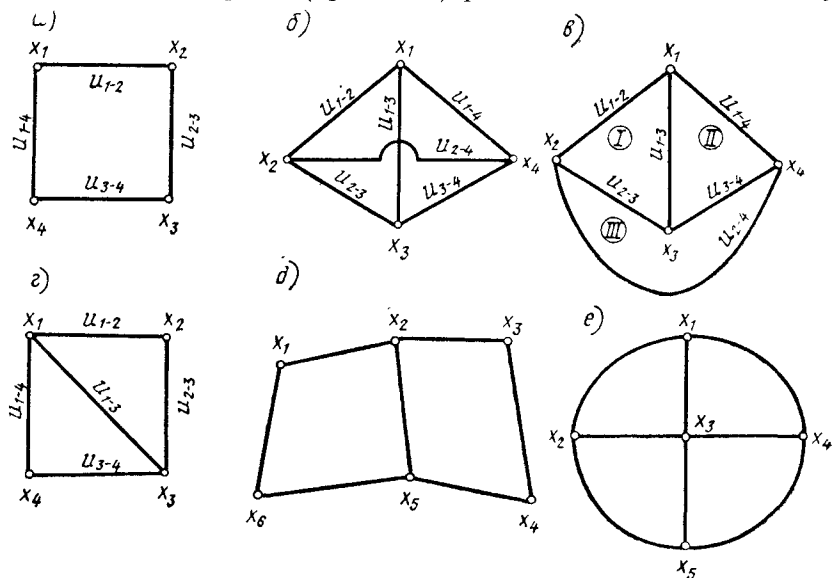


Рис. IV.9

ющие вершины  $x_i, x_j$  принадлежат множеству ребер, инцидентных вершине  $x_i$ , а в противном случае равны нулю.

Для простейшего графа (рис. IV.9, а), который изображает однокольцевую сеть с четырьмя вершинами (узлами), матрица  $(b_j^i)$  будет иметь вид:

$$(b_j^i) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \Gamma x_1 & u_{1-2} & - & u_{1-4} \\ u_{1-2} & \Gamma x_2 & u_{2-3} & - \\ - & u_{2-3} & \Gamma x_3 & u_{3-4} \\ u_{1-4} & - & u_{3-4} & \Gamma x_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix}.$$

Величины  $\Gamma x_i$  выражаются числом ребер, примыкающих к каждой из вершин  $x_i$ ; в данном случае к каждому узлу примыкает по два участка. Таким образом, все  $\Gamma x_i = 2$ . В приведенной

схеме матрицы прочеркнуты клетки, соответствующие вершинам, которые не соединены ребром с вершиной данного номера  $i$ . Не соединены непосредственно вершина  $x_1$  с вершиной  $x_3$  (и обратно), а также вершина  $x_2$  с вершиной  $x_4$  (и обратно); в соответствующих клетках матрицы должны быть поставлены нули. В остальных клетках ставятся  $-1$ .

Окончательно для представленного графа получим:

$$(b_j^i) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix}$$

Минор любого из элементов главной диагонали, например, элемента  $a_{11}$ , будет:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 4,$$

т. е. равно числу возможных вариантов дерева, образуемого из данного графа. Этот же результат может быть получен и по формуле  $C_4^3 = 4$ .

Для полного графа<sup>1</sup>  $G$  (рис. IV.9, б) с четырьмя вершинами, приводимого к плоской трехколыцевой сети (рис. IV.9, в), матрица  $(b_j^i)$  будет иметь вид:

$$(b_j^i) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix}$$

и

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 16,$$

т. е. число вариантов частных подграфов графа  $G$ , представляющих дерево, равно 16.

Определяя общее число возможных комбинаций из шести участков по 3, по формуле сочетаний получим:  $C_6^3 = 20$ .

Это расхождение объясняется тем, что из общего числа возможных комбинаций в четырех из них (когда удаляются три

<sup>1</sup> Т. е. для такого графа, в котором каждая его вершина соединена ребрами с остальными вершинами.

участка, примыкающих к одной вершине) нарушается связность графа, образуются изолированные узлы и остаются замкнутые контуры. Используя вычисление миноров, автоматически получаем только те комбинации, которые дают связное дерево. Для полных графов число вариантов дерева может быть получено по весьма простой формуле  $\Delta = n^{n-2}$  (где  $n$  — число вершин полного графа). Для несимметричной двухкольцевой сети (рис. IV.9, з) получим:

$$(b_j^z) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix}$$

Миноры любого элемента главной диагонали матрицы  $(b_j^z)$  (например,  $\Delta_1$  или  $\Delta_4$ ) дают:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \Delta_4 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8,$$

т. е. восемь возможных вариантов дерева.

Для обычной двухкольцевой сети с шестью узлами (рис. IV.9, д) получим матрицу:

$$(b_j^d) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix}$$

Ее минор

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Раскладывая его по элементам первой строки, получаем:  $\Delta_1 = 15$ , т. е. тот же результат, который был получен для такой сети ранее.

Наконец, для четырехкольцевой сети (рис. IV.9, e) с восемью ребрами получаем матрицу

$$(b_i^j) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 3 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix}.$$

Ее минор

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \pm a_{11}A_{11} \pm a_{12}A_{12} \pm a_{13}A_{13} = \\ = 3 \cdot 24 - 12 - 15 = 45.$$

По формуле сочетаний общее число возможных комбинаций участков  $C_8^m = 70$ . Из них 25 комбинаций являются неудовлетворительными.

В зависимости от того, для какой цели осуществляется трансформация кольцевой сети в дерево, к последнему могут быть предъявлены те или другие специфические требования. Если выделение дерева имеет целью только передачу машине исходных данных для вычисления величин расчетных расходов воды в участках сети, то для этого может быть использован почти любой вариант дерева.

За базисную точку сети принимают или один из водопитателей, или внешний фиктивный узел (см. п. 3 главы III). Конечному узлу одной из произвольно выбранных относительно длинных ветвей дерева, примыкающих к базисной точке, присваивается № 1. Идя от этой точки к базисной, перенумеровывают узлы ветви таким образом. Если следующий за № 1 узел ветви имеет степень 2, ему присваивается следующий порядковый номер (№ 2); если степень следующего узла ветви более 2, то порядковый

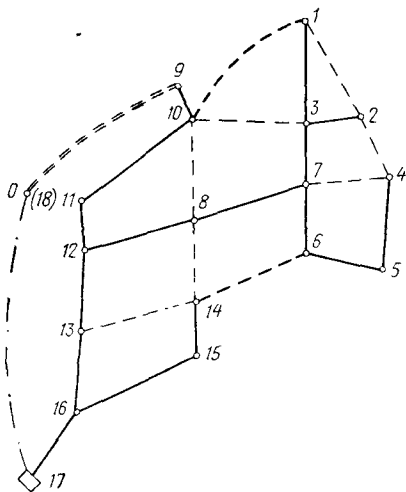


Рис. IV.10

номер присваивается конечной точке ответвления, примыкающего к рассматриваемому узлу ветви. В порядке возрастания нумеруются узлы ответвления, включая узел примыкания к ветви.

Так, например, в дереве, выделенном в кольцевой сети (рис. IV.10), за базисную точку выбрана точка 17. Идя к ней от узла 1, следующему узлу присваивают № 3, так как № 2 получает крайний узел ответвления 2—3, примыкающего к точке основной ветви (точке 3). Следующий номер узла ветви получается в результате нумерации узлов примыкающего к нему ответвления; номера ответвления будут 4, 5, 6, а номер узла магистральной ветви 7. Тот же порядок нумерации использован для всех остальных узлов сети. Базисной точкой может быть оставлена точка 17 или взят фиктивный узел 0, который получает в этом случае № 18.

#### 4. ВЫБОР СИСТЕМ РАСЧЕТНЫХ КОНТУРОВ ДЛЯ УВЯЗКИ КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЕЙ

Одной из основных задач при увязке кольцевой сети является выделение в ней системы независимых контуров (циклов). Так как любому контуру в сети соответствует одно определенное уравнение (для ее гидравлической увязки), нахождение системы

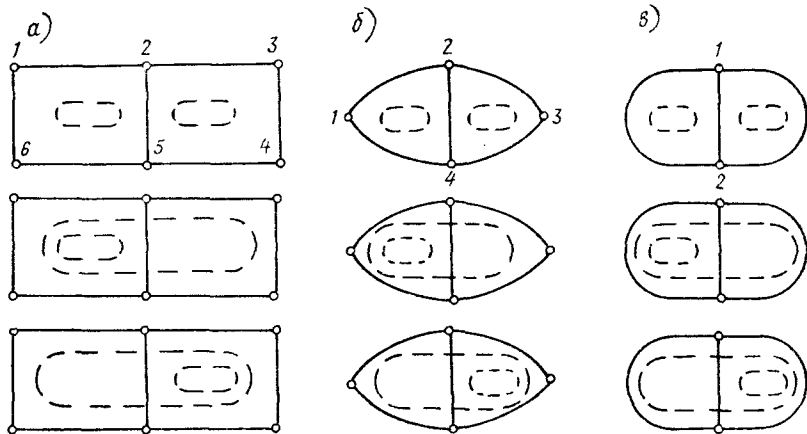


Рис. IV.11

независимых контуров гарантирует тем самым нахождение совместной системы уравнений. В применении к расчету водопроводных сетей исследование систем независимых контуров может оказаться проще, чем непосредственное исследование совместности систем уравнений — обычными методами линейной алгебры.



В соответствии с теорией графов в связном графе число независимых контуров (в каждой системе) равно цикломатическому числу  $\nu = p - m + 1$ . Для плоского связного графа (как было указано выше)  $\nu = n$  (равно числу элементарных колец сети).

Следовательно, система элементарных колец всякой кольцевой сети есть система независимых контуров. В каждой кольцевой (или смешанной) сети может быть выбрано много различных вариантов систем независимых циклов (по  $n$  в каждой системе).

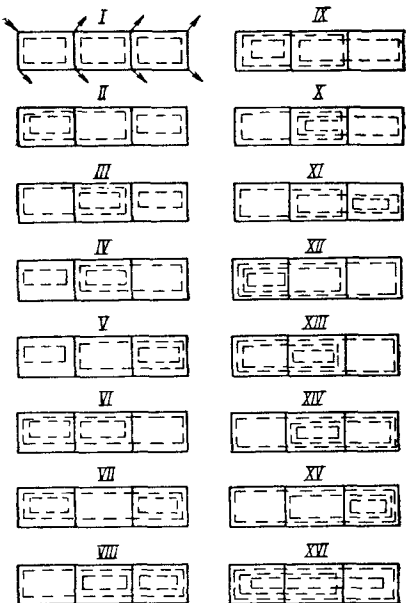


Рис. IV.12

Отдельные циклы в таких системах могут охватывать по несколько элементарных колец сети (от одного до полного охвата сети по ее внешнему контуру). Для выбранной системы

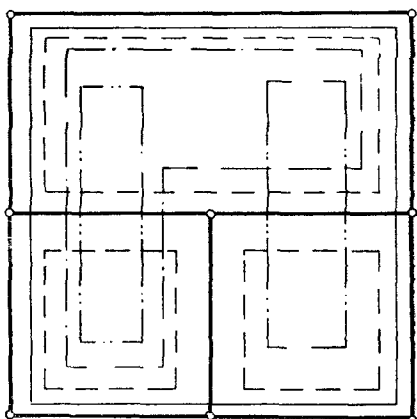


Рис. IV.13

необходимо убедиться в том, что вошедшие в нее циклы (контур) являются независимыми.

Так, для простейшей двухкольцевой сети существует три варианта системы независимых циклов (по два в каждом, рис. IV.11). Эти системы циклов остаются неизменными при изменении числа участков и узлов сети, т. е. определяются только числом колец (см. рис. IV.11, б и в).

Для трехкольцевой сети (типа цепочки колец) число систем независимых контуров обхода (охватывающих все участки сети) составит 16 (рис. IV.12).

Для трехкольцевой сети иной формы (рис. IV.13) может быть получено 35 вариантов системы контуров обхода, охватывающих одно, два или три кольца.

Для цепочки из четырех колец число возможных вариантов систем возрастает до 210. Число возможных систем контуров определяется не только числом колец, но и характером их

взаимного расположения в сети (видом связи). В многокольцевых сетях произвольной формы число возможных вариантов систем контуров обхода сети весьма велико.

Проверка совместности выбранной системы расчетных контуров может быть проведена различными способами. Прежде всего в любом варианте системы циклов (контуров обхода) все элементарные кольца и все участки сети должны быть включены хотя бы в один из циклов. Каждому расчетному контуру соответствует поправочный расход  $\Delta q_I$  (кольца) и каждому участку — расход  $q_{ik}$ . Невыполнение сформулированного выше требования приведет к тому, что некоторые из неизвестных не войдут ни в одно из уравнений системы.

Один из способов проверки совместности выбранной системы контуров обхода сети, предложенный французским инженером

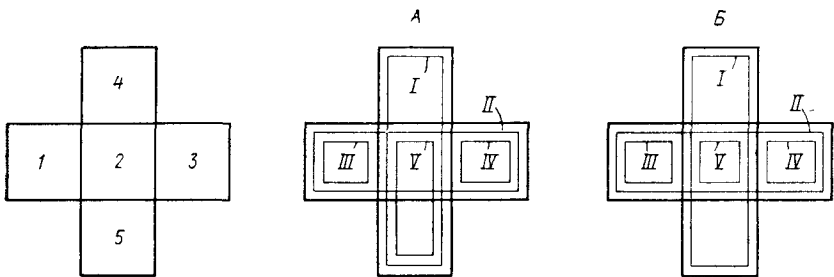


Рис. IV.14

Бизелем [57, 58], состоит в следующем. Для намеченной системы обходов составляется квадратная матрица следующего вида:

	№ элементарных колец сети				
	1	2	3	4	5 . . . .
А	.....	.....	.....	.....	.....
Б	.....	.....	.....	.....	.....
В	.....	.....	.....	.....	.....

На пересечении строк и столбцов матрицы ставится единица, если соответствующий цикл охватывает данное элементарное кольцо, или ноль, если цикл не охватывает его. Матрица всегда квадратная, так как число расчетных циклов в каждой системе всегда равно числу элементарных колец. Если соответствующий детерминант не равен нулю, то выбранная система контуров обхода является независимой. Так, например, для системы,

приведенной на рис. 14, а детерминант, построенный подобным образом, будет:

$$D_a = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

и, следовательно, система циклов является независимой.

Для системы, приведенной на рис. IV.14, б, получаем детерминант:

$$D_b = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Следовательно, система, приведенная на рис. IV.14, б, не является независимой.

Метод Бизеля основан на анализе контурных матриц сети. Для многокольцевых сетей этот метод оказывается достаточно трудоемким. Относительно просто можно найти совместную систему контуров кольцевой сети, используя операцию выделения в ней дерева. Для этого следует выделить в данной кольцевой сети каркас, т. е. такой ее частный связный граф, не имеющий циклов, который образуется путем выбрасывания из каждого элементарного кольца одного замыкающего участка. При этом, если к полученному частному графу добавить какой-либо участок кольцевой сети (не вошедший в дерево), то образуется цикл. Число выброшенных участков при образовании каркаса равно числу элементарных колец сети. При этой операции вполне возможно и целесообразно учитывать соображения о желательности включения в дерево линий с относительно малыми гидравлическими сопротивлениями (см. главу VI).

Каркас обладает тем свойством, что для него может быть построена система  $n$  контуров, замыкающих  $n$  удаленных из кольцевой сети участков. В такой системе циклов, которая со времен Кирхгофа получила название *фундаментальной системы*, в каждый из  $n$  составляющих ее контуров входит только один замыкающий участок, удаленный из кольцевой сети. Остальные участки, входящие в контур, состоят из участков дерева. Таким образом, каждому из  $n$  удаленных участков, которые замыкали каждое из элементарных колец сети, соответствует в фундаментальной системе циклов только один цикл. Так как  $n$  удаленных участков составляли независимую

систему, то, очевидно, фундаментальная система циклов всегда является независимой и дает совместную и определенную систему уравнений для нахождения поправочных расходов.

Для каждой кольцевой сети можно получить несколько вариантов фундаментальной системы. Так, например, в четырехкольцевой сети (рис. IV.15, а) для образования фундаментальной системы могут быть выброшены участки 1, 2, 4 и 5 (по одному из каждого кольца). Четыре независимых цикла полу-

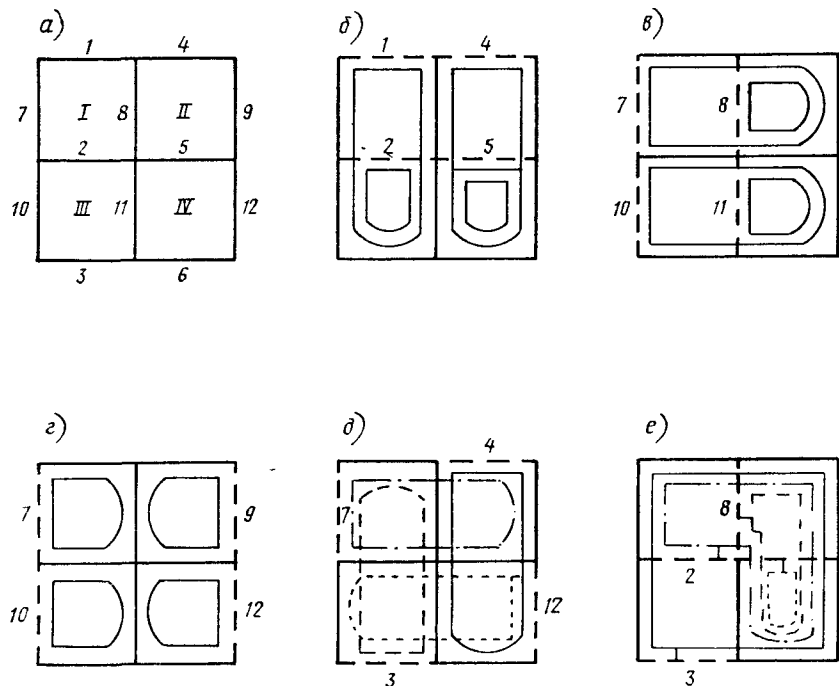


Рис. IV.15

чатся, если замкнуть эти участки соответствующими цепочками участков дерева, соединяющими граничные узлы удаленных участков (рис. IV.15, б). На рис. IV.15, в — е показаны некоторые иные варианты каркасов той же сети и соответствующие им фундаментальные системы циклов для кольцевой сети, приведенной на рис. IV.15, а.

После того как дерево образовано таким образом, создание фундаментальной системы циклов не представляет никакого труда и производится автоматически. Каждый из  $n$  циклов включает выброшенный участок кольцевой сети и единственно возможный путь по ветвям дерева между граничными узлами выброшенного участка.

Исследование всех полученных на рис. 15 фундаментальных систем при помощи критерия Бизеля показывает, что все эти системы действительно представляют системы независимых циклов.

В данном случае система элементарных колец сети также является фундаментальной системой. Однако это может быть только в том случае, если сеть не имеет внутренних колец (не имеющих общих участков с внешним контуром сети). Так, на рис. IV.16 показана сеть, для которой система элементарных колец уже не может являться фундаментальной. Для одного из колец, примыкающих к внутреннему кольцу А, должен быть введен контур обхода, охватывающий оба эти кольца вместе. Элементарный цикл для кольца 10—11—14—13 не удовлетворяет

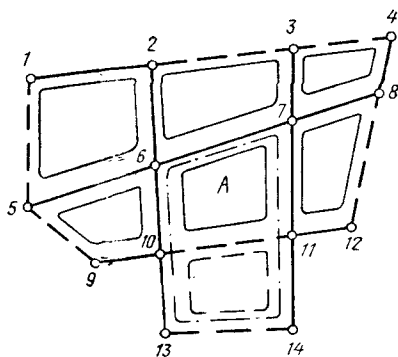


Рис. IV.16

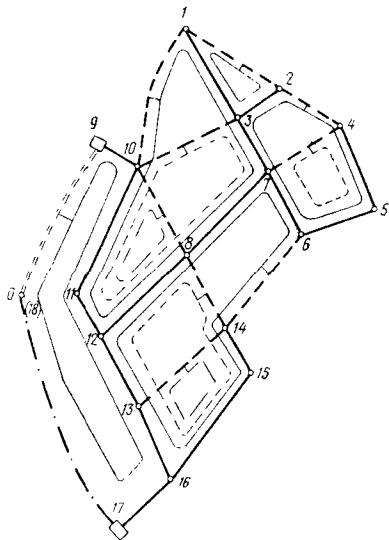


Рис. IV.17

требованиям фундаментальной системы, так как включает не один, а два исключенных участка кольцевой сети.

На рис. IV.17 показана та же сеть, что и на рис. IV.10. Образованное для нее дерево представляет каркас сети, а основанная на нем система циклов (см. рис. IV.17) — фундаментальная система. Здесь в число независимых циклов включено также кольцо, ограниченное фиктивными линиями (17—18 и 18—9).

При построении систем независимых циклов следует учитывать некоторые особенности, которыми обладают иногда намеченные к исключению участки. Так, например, два соседних узла сети могут быть соединены не одним, а двумя (или несколькими) участками, как это имеется в так называемых мультиграфах. Если подобные участки намечаются к исключению из сети, то, очевидно, для размыкания кольца надо изъять оба (все) участка, параллельно включенные между двумя данными узлами (например, участки между узлами *a* и *b*, приведенными на

рис. IV.18, а. Изъятие обоих участков приведет к образованию двух циклов  $I$  и  $II$ , образуемых одним и тем же путем по ветвям дерева между точками  $a$  и  $b$ , но замыкаемые разными выбрасываемыми участками ( $a - b$  и  $a - \theta - b$ ). Другая особенность исключаемых линий может заключаться в том, что они состоят из некоторой цепи участков, последовательно включенных и имеющих промежуточные узлы второй степени (рис. IV.18, б). Для размыкания кольца  $A$  достаточно выключить любой из элементарных участков ( $I - a$ ,  $a - b$ ,  $b - 2$ ). При этом цикл фундаментальной системы  $A$  или  $B$  (или какой-либо другой) не изменится в зависимости от того, какой именно из этих участков выключен. При практических расчетах здесь можно поступить двояко: выключить один (любой) из элементарных участков,

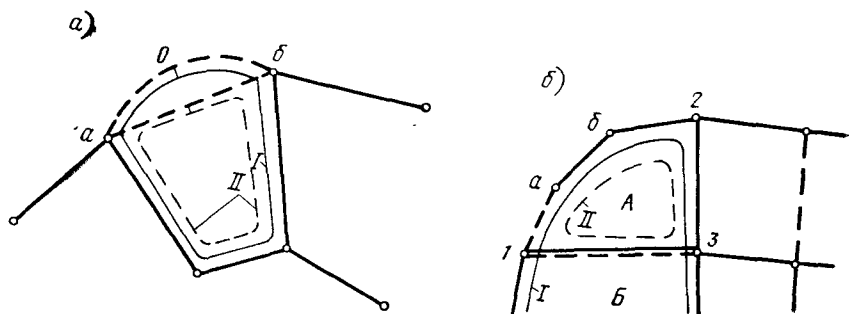


Рис. IV.18

например,  $I - a$ , включив остальные в дерево, или весь участок  $1-2$ , придав ему гидравлическое сопротивление, эквивалентное сопротивлению комбинации слагающих его участков.

Изложенный метод образования фундаментальной системы циклов основан на определенной связи между операцией выбора возможных вариантов дерева для данной сети и операцией нахождения систем контуров обхода. Следует отметить, что число возможных вариантов дерева зависит не только от числа колец и формы сети, из которой оно образуется, но и от числа участков сети, тогда как число вариантов систем независимых циклов зависит только от числа колец и их взаимного расположения (формы сети). Поэтому для данной сети различным вариантам ее дерева могут соответствовать одни и те же системы циклов.

Это легко видеть на примере некоторых простейших сетей. Так, например, для любой двухкольцевой сети (рис. IV.19) система контуров обхода может быть дана только в трех вариантах (обход каждого элементарного кольца и две комбинации обхода обоих колец одним циклом и одного из колец). Между тем число возможных деревьев для двухкольцевой сети зависит также и от числа участков сети. Для обычной (в системах

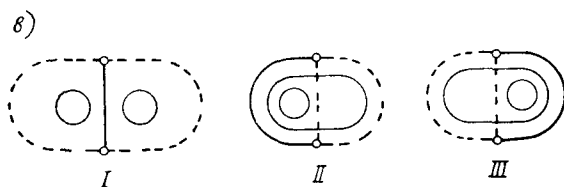
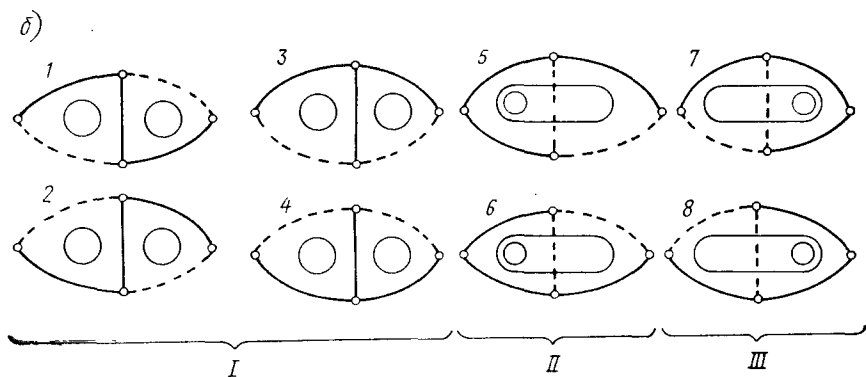
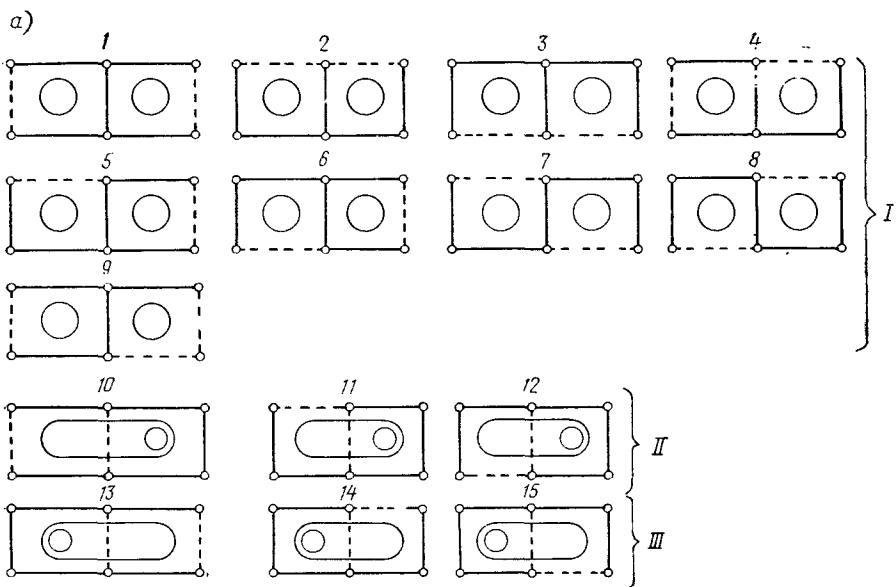


Рис. IV.19

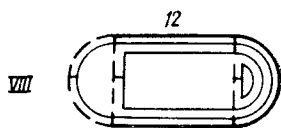
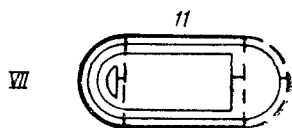
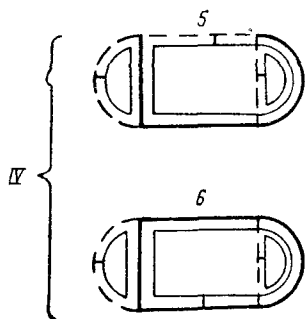
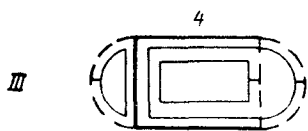
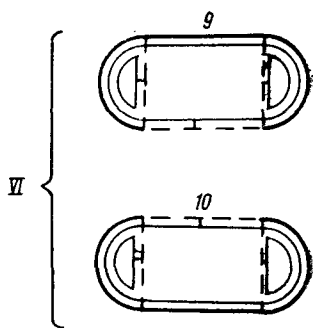
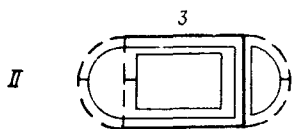
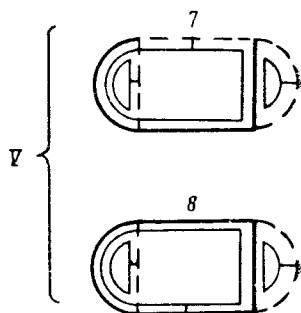
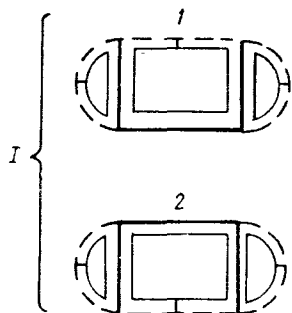
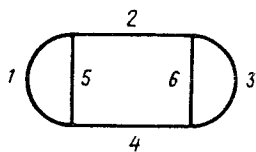


Рис. IV.20



водоснабжения) двухкольцевой сети, образуемой двумя смежными четырехугольными кольцами (рис. IV.19, *a*), возможно образовать 15 вариантов дерева при условии, что связность сети не нарушается.

Для всех этих вариантов дерева фундаментальная система циклов остается одной и той же. Так, для девяти вариантов дерева фундаментальной системой является система элементарных циклов; для шести следующих вариантов дерева имеют место еще два варианта систем циклов. Следовательно, на 15 вариантов дерева имеется всего три различные системы циклов. В рассмотренной системе число участков  $p = 7$ . Для упрощенной двухкольцевой сети (рис. IV.19, *b*), имеющей  $p = 5$ , число вариантов дерева будет восемь. Для предельно простой сети из двух колец (рис. IV.19, *в*)  $p = 3$  и число вариантов дерева будет три. Для сетей (см. рис. IV.19, *б* и *в*) число возможных вариантов систем циклов остается равным трем. Таким образом, только для простейшей сети, не имеющей узлов между разветвлениями

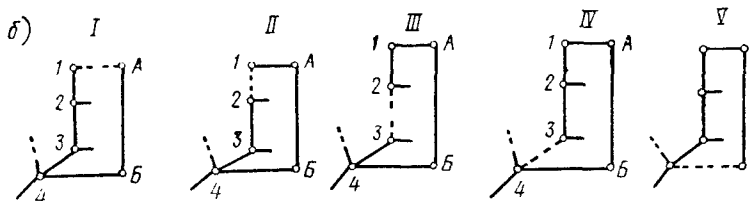
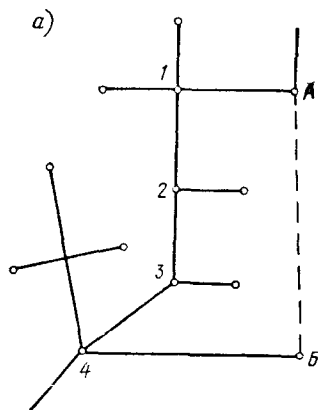


Рис. IV.21

(узлов степени 2), число вариантов дерева равно числу вариантов систем контуров обхода.

На рис. IV.20 показано восемь (I—VIII) фундаментальных систем независимых контуров, которые можно получить из 16 систем независимых контуров (охватывающих все участки) для элементарной трехкольцевой сети, показанной на рис. IV.12.

Интересно отметить, что добавление одного ребра (участка), связывающего две произвольно выбранные вершины (узла) дерева, образует всегда только один цикл. Так, для дерева (рис. IV.21, *a*) добавление участка  $A - B$  образует цикл  $A - B - 4 - 1$ . Однако для размыкания этого цикла и превращения полученной смешанной сети снова в дерево кроме удаления участка  $A - B$  может быть выброшен также любой из пяти

участков, входящих в путь и соединяющий узлы  $A$  и  $B$  по ветвям дерева. Следовательно, добавляется еще пять ( $I-V$ ) новых вариантов дерева (рис. IV.21, б).

По рассмотренному вопросу о выборе системы независимых циклов можно сформулировать следующие основные положения.

1. Совместными системами, содержащими требуемое число  $n$  независимых циклов (контуров обхода сети), будут те системы, которые охватывают все элементарные кольца сети и в которые все участки сети входят хотя бы один раз и хотя бы в один из циклов системы.

2. Все фундаментальные системы являются совместными.

3. Системы элементарных колец сети всегда являются совместными, но не всегда являются фундаментальными.

4. Признак Бизеля всегда дает возможность судить о совместности системы, хотя использование его для многокольцевых сетей достаточно громоздко.

5. Использование фундаментальной системы контуров, для построения которой необходимо выделение каркаса кольцевой сети, может представить существенные преимущества в смысле быстроты и достоверности получения системы независимых циклов.

6. Выделение каркаса (дерева) дает одновременно возможность включения участков с такими гидравлическими сопротивлениями, которые позволяют ускорить процесс увязки сети, а также облегчения нумерации узлов для передачи необходимой информации счетным машинам.

7. Использование фундаментальной системы для образования расчетной системы циклов иногда приводит к необходимости включать в описание контуров (для расчета на ЭЦВМ) излишнее число линий.

8. При выборе системы расчетных контуров на основе фундаментальной системы число обходов отдельных участков дерева иногда получается значительным, что может замедлить процесс увязки.

## 5. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СЕТИ

Пространственные сети образуются в результате соединения линиями точек, произвольно расположенных в пространстве. Такая сеть представляет собой некую геометрическую фигуру — каркас (пространственный граф), состоящий из вершин и ребер. В некоторых случаях ребра образуют замкнутые контуры.

Рассмотрим некоторые основные виды пространственных сетей. На рис. IV.22, а показана пространственная сеть, участки (ребра) которой не образуют замкнутых контуров (циклов), т. е. представлена разветвленная пространственная сеть. При этом участки ее могут быть как прямолинейными, так и криволинейными. Весьма часто пространственная сеть (каркас) обра-

зуется в результате добавления к некоторой основной плоской<sup>1</sup> сети дополнительных вершин (узлов) и ребер (участков), соединяющих их с узлами основной сети. Так, на рис. IV.22, б к системе узлов (1—6), лежащих в одной плоскости, добавлен ряд точек, лежащих над этой плоскостью и соединенных с узлами основной системы дополнительными участками. Подобную систему представляет обычная водопроводная разветвленная сеть, подающая воду к точкам ее отбора по системе стояков. Все разветвленные пространственные сети могут быть представлены в виде плоских графов без изменения числа их элементов, т. е. их топологические графы являются плоскими (планарными).

Для подобных сетей будет иметь место то же соотношение между числом участков  $p$  и узлов  $m$ , как и для плоской разветвленной сети:  $p = m - 1$ .

Если некоторые из точек, лежащих над основной сетью, соединяются участками не только с узлами основной сети, но и между собой (рис. IV.23), образуется смешанная пространственная сеть.

При этом участки, лежащие в пространстве, могут образовывать отдельные плоские циклы над некоторыми участками основной сети (рис. IV.23, а) или над всеми ее участками (рис. IV.23, б); могут соединять в пространстве точки, не соответствующие основной системе, образуя изломанные плоско-пространственные контуры (рис. IV.23, в) и, наконец, могут образовывать замкнутые контуры (циклы), полностью расположенные над плоскостью основной сети (рис. IV.23, г).

В полученных системах прибавление к разветвленной пространственной системе одного замыкающего ребра вело к образованию одного элементарного замкнутого цикла. Во всех смешанных пространственных системах соотношение между числом участков, узлов и элементарных замкнутых контуров то же, что и в плоских смешанных и кольцевых сетях ( $p = n + m - 1$ ), т. е. во всех случаях, когда пространственные сети не образуются в каркасы многогранников.

В полученных системах прибавление к разветвленной пространственной системе одного замыкающего ребра вело к образованию одного элементарного замкнутого цикла. Во всех смешанных пространственных системах соотношение между числом участков, узлов и элементарных замкнутых контуров то же, что и в плоских смешанных и кольцевых сетях ( $p = n + m - 1$ ), т. е. во всех случаях, когда пространственные сети не образуются в каркасы многогранников.

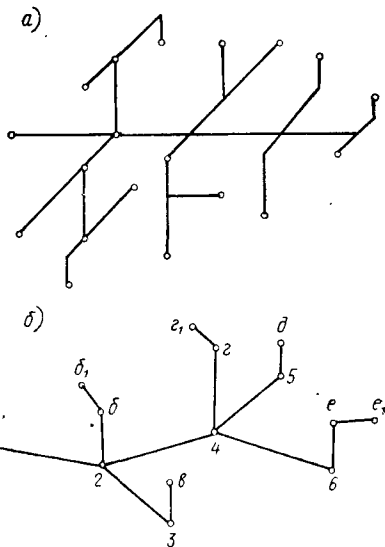


Рис. IV.22

<sup>1</sup> Под плоской сетью здесь и далее подразумеваются также сети, которые лежат на поверхности, относительно мало отличающейся от плоскости.

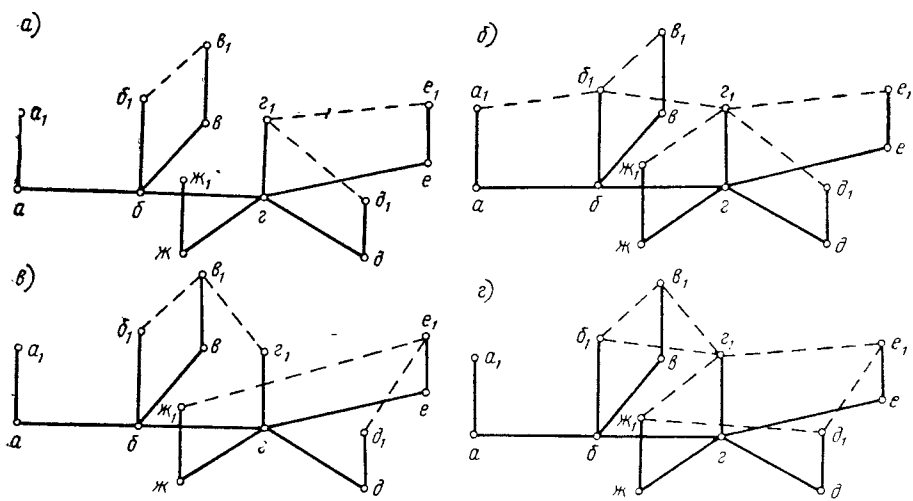


Рис. IV.23

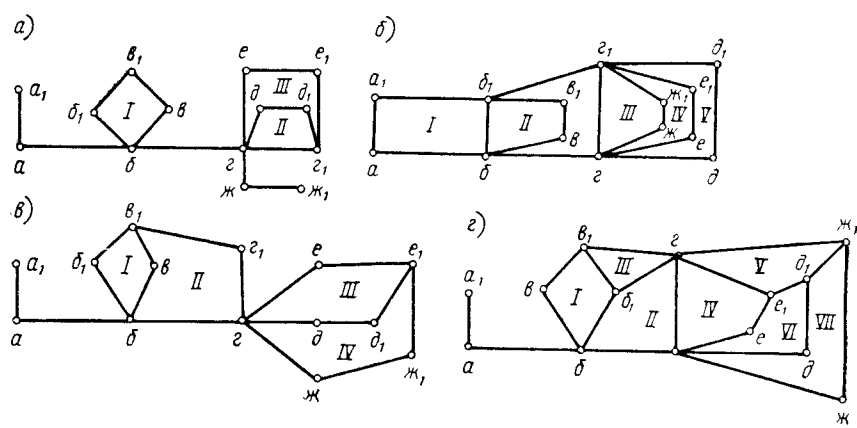


Рис. IV.24

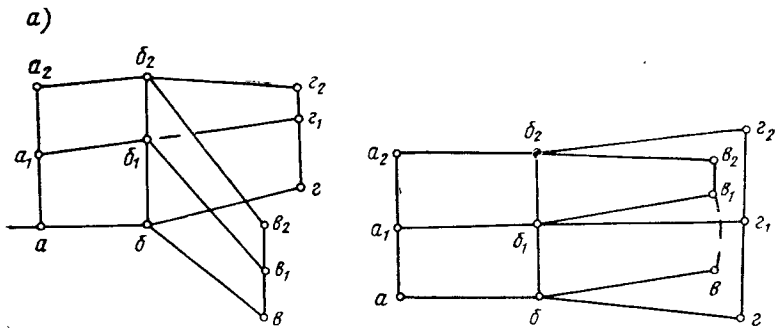


Рис. IV.25

Все системы, показанные на рис. IV.23, могут быть представлены в виде плоских графов (рис. IV.24, *a — з*). Плоский граф системы, приведенный на рис. IV.24, *б*, представляет полностью закольцованную сеть, хотя она и основана на разветвленной сети. Эта сеть замыкается только участками, расположенными вне основной плоскости. Плоский граф, приведенный на рис. IV.24, *б*, имеет ту особенность, что к одному его участку примыкает несколько колец.

В том случае, если над разветвленной основной сетью «надстраивается» в пространстве система замкнутых контуров (циклов), включая циклы, не примыкающие непосредственно к участкам основной сети, система может оказаться необратимой в плоский граф (рис. IV.25, *a*). Это будет в тех случаях, когда в «надстроенной» кольцевой сети содержатся внутренние точки, не

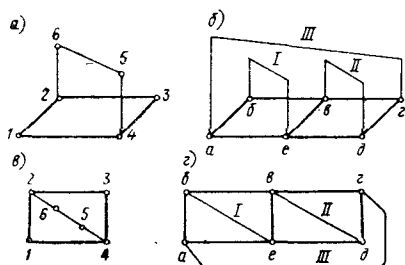


Рис. IV.26

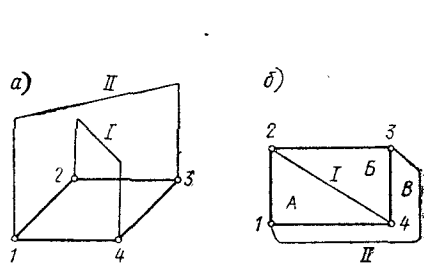


Рис. IV.27

лежащие на внешнем контуре этой сети, например в системе, показанной на рис. IV.25, *б*. Внутренней точкой является точка  $b_1$ . В соответствии с этим один участок сети ( $e - e_1$  или  $e_1 - e_2$ ) остается пространственным и создает один пространственный цикл  $b - e - e_1 - b_1$ . Если точки, расположенные в пространстве над основной плоской разветвленной сетью и соединенные с узлами плоской сети, образуют кольцевые сети с внутренними узлами, то такие сети (каркасы) также не могут быть приведены к плоским графам.

Необходимое и достаточное условие того, что данный топологический граф является плоским (т. е. отображаемая пространственная структура может быть представлена плоским графом), дано в общем виде в известной теореме Понтрягина — Куратовского [8, 42].

Это условие состоит в том, что граф, приводимый к плоскому, не содержит подграфов двух следующих типов: а) полный пятиугольник; б) шестиугольник, все противоположные вершины которого соединены попарно хордами.

Некоторой разновидностью пространственных каркасов являются системы, образованные добавлением к плоской кольцевой

сети пространственных линий, которые соединяют ее несмежные узлы. Такие простейшие каркасы показаны на рис. IV.26, *a* и *б*. В подобных каркасах осложняется понятие грани: здесь грани, в обычном понимании, отсутствуют. В то время как для таких каркасов сразу можно сказать, сколько в них узлов и участков (вершин и ребер), определить число независимых циклов (граней) не так просто. Узлы 2 и 4 могут замыкаться цепями 2—1—4, 2—3—4 и 2—6—5—4. Однако если обратиться к плоским графам (рис. 26, *в* и *г*) этих каркасов, к которым они легко приводятся, то становится очевидным число расчетных контуров для пространственного каркаса. Для каркаса, приведенного на рис. IV.26, *a*, существуют два элементарных расчетных цикла. Такими могут быть: 1—2—6—5—4—1 и 3—2—6—5—4—3, как это следует из плоского графа, или цикл основной сети 1—2—3—4, который в плоском графе превращается во внешний контур сети, и один (любой) из двух пространственных контуров, превратившихся в плоском графе в два элементарных кольца сети.

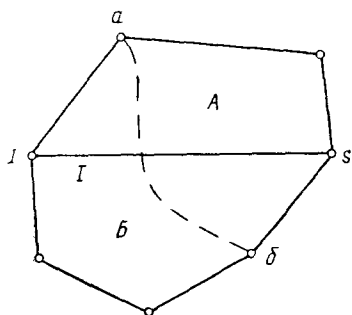


Рис. IV.28

Рассмотрим еще один случай соединения несмежных узлов элементарных контуров (колец, циклов), который может быть использован при рассмотрении любых соединений несмежных узлов реальных кольцевых водопроводных сетей.

Если в подобном кольце соединить пространственными участками обе пары несмежных узлов (1—3 и 2—4), то получим пространственный каркас (рис. IV.27, *a*). Он может быть превращен в плоский граф, если на плоскость будем укладывать один из пространственных участков внутри основного контура, а другой вне его (рис. IV.27, *б*).

Если в более общем случае мы будем иметь элементарный основной контур в виде выпуклого многоугольника с  $m$  вершинами (рис. IV.28), то, проведя внутри контура соединительный участок (хорду) между точкой 1 и некоторой точкой  $s$ , можно получить другие хорды, не пересекающиеся с линией 1— $s$ . Это возможно в том случае, если оба соединяемых узла будут лежать по одну сторону от хорды 1— $s$  (в областях *A* или *B*).

Иначе говоря, если между двумя узлами контура, соединяемыми одной хордой, не лежит узел другой хорды, эти две хорды не пересекаются. Это положение вытекает из известной теоремы Жордана [8].

Общее число непересекающихся хорд в выпуклом  $m$ -угольнике равно  $m - 3$ ; они делят его площадь на  $m - 2$  области (или, иначе говоря, на  $m - 2$  новых элементарных кольца или

цикла). Полное число хорд, которое можно провести в  $m$ -угольнике, составляет:

$$C_m^2 - m = \frac{m(m-1)}{2} - m,$$

и, следовательно, число пересекающихся хорд будет

$$\frac{m(m-1)}{2} - 2m + 3.$$

Можно (условно) установить несколько категорий хорд, соединяющих вершины плоского многогранника. Так, например, в пятиугольнике (рис. IV.29, а) проводим сначала такие хорды, которые не пересекаются друг с другом (категория а). Пусть это будут две хорды  $a$ , которые могут выходить из узла 1. Далее, из узла 2 проводим еще две хорды, которые пересекут хорды категории а; отнесем такие хорды к категории б. Наконец, из

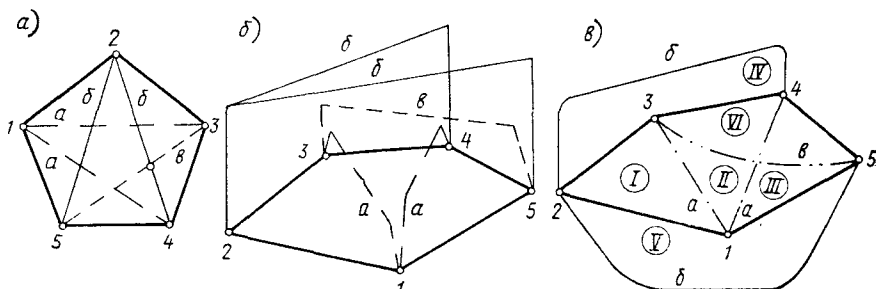


Рис. IV.29

узла 3 проводим одну (последнюю из возможных) хорду, которая пересекает хорды категории а и б (отнесем ее к категории в).

Анализ пространственных каркасов (рис. IV.29, б), для которых рассмотренная фигура (см. рис. IV.29, а) является наибольшим приближением к плоскому графу, показывает, что только те пространственные контуры каркаса, которые изображаются на рис. IV.29, а хордами категории в, не могут быть уложены в плоский граф. Действительно, линии категории а можно уложить на плоскость внутри основного пятиугольника; линии категории б укладываются на плоскость вне пятиугольника и только линия 3—5 (категории в) не укладывается на плоскость.

В результате получаем граф рассматриваемого пространственного каркаса, возможно более близкий к плоскому (рис. IV.29, в). Здесь имеется пять плоских циклов и один пространственный. Это соответствует пяти расчетным контурам (I—V) пространственного каркаса.

Другой подобный пример для плоского шестиугольного кольца с построенными на его узлах тремя пространственными

хордами-перемычками показан на рис. IV.30, а. Здесь также в плоский граф каркаса (рис. IV.30, б) не укладывается лишь одна хорда 2—5 (категории  $e$ ).

То обстоятельство, что линии категории  $e$  не укладываются в плоский граф (в рассмотренных примерах), может найти свое объяснение в том, что в каждом из представленных пространственных каркасов можно провести две некоторые поверхности. Из них одна охватывает основной плоский контур (многоугольник) и пространственные перемычки категории  $a$ , а вторая —

тот же основной многоугольник и пространственные перемычки категории  $b$ .

Как видно из рис. IV.29 и IV.30, пространственная хорда категории  $e$  оказывается расположенной внутри объемов, образованных (охватываемых) указанными поверхностями. Таким образом, пространственные хорды, перемычки категории  $e$ , в рассмотренных выше каркасах аналогичны внутренним ребрам многогранников.

Подобные соединения несмежных узлов дополнительными линиями нередко встречаются в водопроводных сетях. Соединяться могут несмежные узлы внешнего контура сети между собой, а также с внутренними несмежными

узлами и, наконец, внутренние несмежные узлы между собой. В последних двух случаях такие соединительные линии неизбежно пересекают (в плане) некоторые участки основной водопроводной сети и не могут быть уложены в плоский граф, создавая пространственно-замкнутые контуры (циклы).

Такие соединительные линии или «люпинги» могут встречаться при прокладке отдельных линий сети по городским мостам, виадукам, тоннелям, а также при укладке дополнительных магистралей для усиления существующей сети при ее реконструкции.

Несколько типов соединений несмежных узлов сети приведено на рис. IV.31. Линия, соединяющая узлы  $A$  и  $B$  внешнего контура сети, может быть уложена на плоскость (за ее внешним контуром). Из двух диагональных связей кольца  $ЖЗКИ$  только одна (любая) может быть уложена на плоскость внутри кольца, а другая остается в виде пространственного контура. Уложить ее на плоскость за внешним контуром кольца, как это было

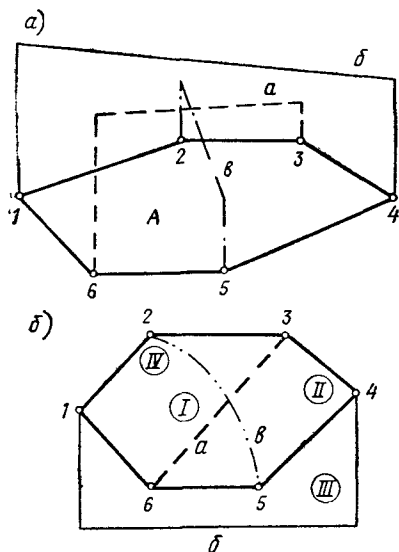


Рис. IV.30



сделано в случае изолированного кольца (см. рис. IV.27), не представляется возможным, так как там лежат линии сети. Из двух дополнительных магистралей  $B - Г$  и  $Д - Е$ , соединяющих узлы внешнего контура, только одна может быть уложена на плоскость (вне сети) в силу того, что узел одной из них расположен на контуре между двумя узлами другой.

В некоторых случаях не могут быть уложены на плоскость также фиктивные линии, вводимые в систему при ее расчете

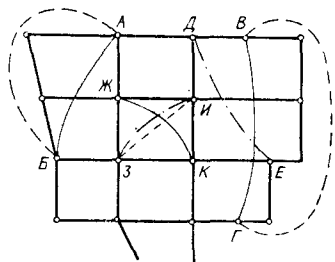


Рис. IV.31

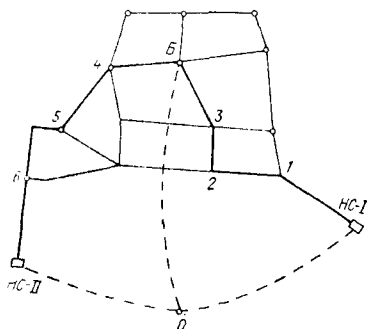


Рис. IV.32

на совместную работу водопитателей, сети, емкостей и нефиксированных отборов.

В простейшем случае такие фиктивные линии соединяют фиктивный узел  $O$ , например, с башней  $B$  (рис. IV.32). Линия  $O - Б$  не может быть уложена на плоскость и образует дополнительный плоско-пространственный цикл, за который может быть принят контур  $O - Б - 3 - 2 - 1 - П - І$  или  $O - Б - 4 - 5 - 6 - П - І$ .

На рис. IV.33 показана сеть с тремя насосными станциями  $П$ , регулирующим резервуаром  $Р$  и нефиксированным отбором  $Отб$ . Соединение с ними фиктивной точки  $O$  создает пять новых контуров, из которых три — пространственные (от точки  $O$  до точек 1, 3 и 5); остальные две укладываются на плоскость.

Нами рассмотрены различные пространственные системы (каркасы), как разветвленные, так и содержащие замкнутые контуры, однако не образующие замкнутых объемов. Для всех рассмотренных каркасов могут быть установлены следующие положения:

а) соотношение между числом их ребер (участков), вершин (узлов) и конечных граней (элементарных замкнутых контуров) будет:  $p = n + m - 1$ , т. е.  $n$  равно цикломатическому числу:  $v = p - m + 1$ ;

б) все разветвленные системы и значительная часть смешанных и кольцевых систем могут быть приведены к плоским графам;

в) полностью плоским графом не могут быть представлены те кольцевые и смешанные системы, которые содержат внутренние точки в плоских сетях, входящих в эти системы, а также системы, содержащие пространственные контуры, располагаемые на нескольких уровнях над плоскостью основной сети.

Рассмотрим далее пространственные сети, представляющие каркасы выпуклых многогранников и их комбинаций. Для них соотношение между числом ребер (участков)  $p$ , вершин (узлов)  $m$  и граней (элементарных) колец  $n$  установлено Эйлера и определяется формулой  $p = m + n - 2$ .

В каркасах многогранников грани, как поверхности, физически не существуют и их заменяют цепочки ребер,

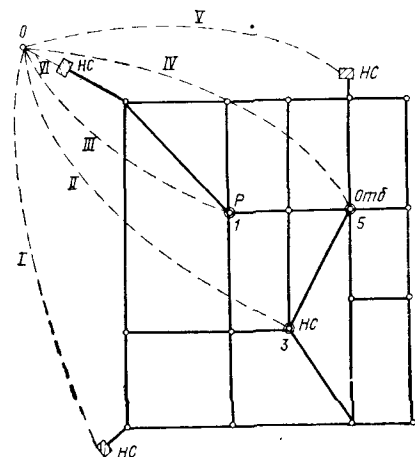


Рис. IV.33

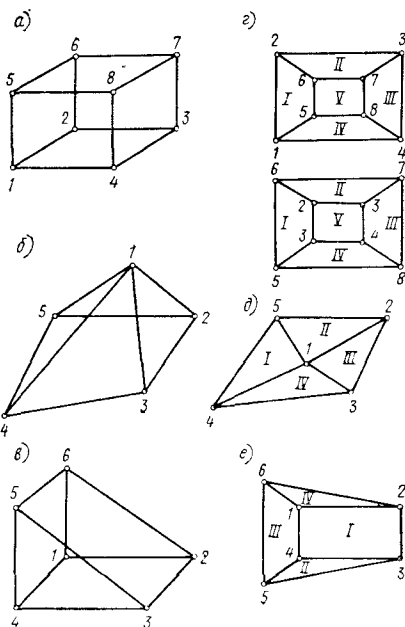


Рис. IV.34

окаймляющих грань (края грани). Такие цепочки ребер представляют собой элементарные кольца пространственных сетей.

Каждый каркас выпуклого многогранника может быть приведен к плоскому графу. Для этого достаточно, расширив соответственно одну из граней (например, ту, на которую многогранник опирается), спроектировать на нее все остальные вершины и ребра. При этом опорная грань исчезает или, точнее, перестает существовать как элементарный цикл и превращается во внешний контур образовавшейся плоской сети.

Так, например, если спроектировать на грань 1—2—3—4 все остальные вершины и ребра параллелепипеда (рис. IV.34, а), получим его плоский граф (рис. IV.34, з). В этом графе число

элементарных колец на единицу меньше числа граней параллелепипеда, т. е.  $p = m + n - 1$ . Это соотношение будет справедливым, как сказано, для любого плоского графа.

В теории графов часто предполагают (для общности выводов), что внешний контур плоской сети «ограничивает» всю бесконечную плоскость, лежащую вне его, т. е. будто бы граф имеет кроме конечных граней одну бесконечную. В этом случае и в плоской сети следовало бы считать, что  $p = n + m - 2$ . Это представление не имеет какой-либо ценности для анализа геометрических свойств водопроводных сетей, а поэтому мы будем принимать во внимание только конечные грани, используя для плоских сетей соотношение  $p = m + n - 1$ .

На рис. IV.34, б и в даны каркасы многогранников другого типа — призм и пирамид; их плоские графы показаны на рис. IV.34, д и е.

Поскольку при гидравлическом расчете кольцевых сетей число неизвестных расходов равно  $p$ , а число возможных уравнений  $m + n - 1$ , то, очевидно, в представленных пространственных сетях  $p < m + n - 1$ , т. е. число возможных уравнений превышает число неизвестных на единицу.

Превращение этих сетей в плоские графы автоматически удаляет один лишний контур (дающий «лишнее» уравнение). Легко показать, что если плоская сеть, изображаемая этим графом, увязана, то будет увязана и соответствующая пространственная сеть.

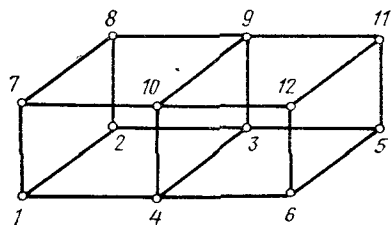
Рассмотрим теперь более сложные пространственные сети, представляющие каркасы комбинаций выпуклых многогранников. Подобные сети встречаются в производственных и противопожарных водопроводах многоэтажных цехов или общественных зданий, где стояки закольцованы в пределах отдельных этажей.

На рис. IV.35, а и б даны подобные простейшие системы из комбинаций («цепочек») двух и трех параллелепипедов, а на рис. IV.36, а и б — из двух и четырех призм. Характерным для подобных каркасов является то, что они не содержат внутренних узлов и ребер. Все эти элементы располагаются в рассматриваемых системах на внешней поверхности, охватывающей каркас. Соотношение между  $p$ ,  $m$  и  $n$  может быть дано для этих систем в виде  $p = m + n - (1 + k)$  (где  $k$  — число элементарных многогранников, входящих в систему).

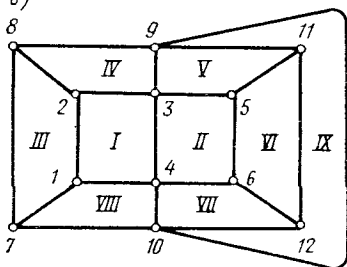
Все подобные каркасы в виде «цепочек» многогранников могут быть представлены в виде плоских графов. При этом число элементарных колец плоского графа получается на  $k$  меньше, чем число граней (элементарных циклов) представляемой им пространственной системы.

При ином (отличном от «цепочки») взаимном расположении отдельных многогранников, входящих в систему, могут появиться внутренние узлы и (или) ребра. На рис. IV.37 и IV.38

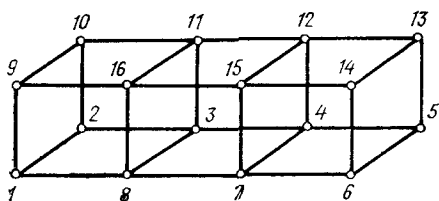
a)



б)



в)



г)

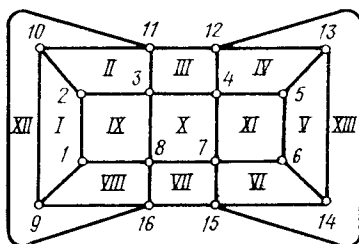
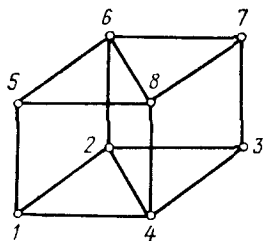
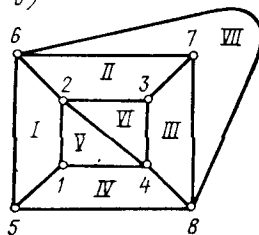


Рис. IV.35

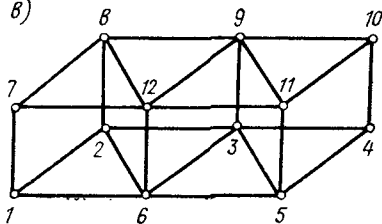
а)



б)



в)



г)

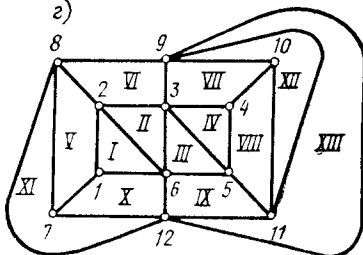


Рис. IV.36

показаны комбинации четырех и шести элементарных многогранников, уложенных в несколько параллельных рядов. В этих системах появились внутренние ребра (5—14, 5—17 и 8—20).

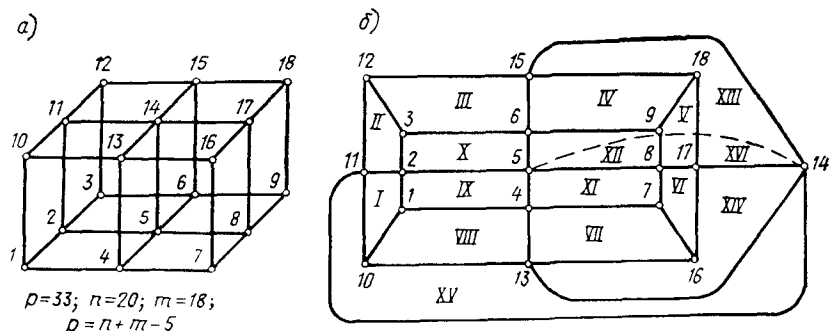


Рис. IV.37

Соотношения между элементами будут соответственно выражаться формулами

$$p = n + m - (1 + 4) = n + m - 5$$

и

$$p = n + m - (1 + 6) = n + m - 7.$$

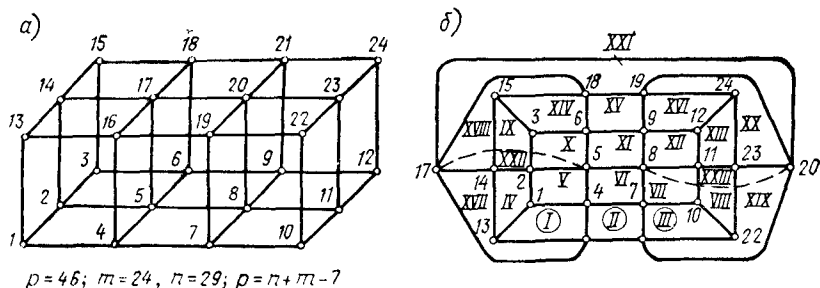


Рис. IV.38

Приведенные пространственные системы не могут быть полностью представлены в виде плоских графов; в них остаются пространственными соответственно одно (см. рис. IV.37, б) и два (см. рис. IV.38, б) ребра; они образуют один или два пространственных контура. Эти ребра соответствуют внутренним ребрам пространственных систем.

На рис. IV.39 показан каркас из восьми элементарных многогранников, уложенных в два слоя. В этой системе содержатся не только внутренние ребра (числом 6), но и один внутренний узел — точка 14 (не внутри плоских контуров, как в рассмотренных

выше случаях, а внутри объема). Этот каркас не укладывается полностью в плоский граф; остаются пять плоско-пространственных контуров, при этом они все включают пространственную точку 14. В каркасе (см. рис. IV.39) имеется восемь лишних элементарных циклов.

Наконец, на рис. IV.40, а дан каркас, сложенный из 27 многогранников (шестигранников), которые уложены в три слоя. Для этого каркаса  $p = m + n - 28$ . В нем имеется 27 лишних элементарных циклов. В плоский граф этой системы не укладываются 36 ребер, 8 узлов и 30 контуров (рис. IV.40, б). Интересно отметить, что при этом часть элементов (четыре узла, восемь ребер) остается висеть над плоскостью, образуя

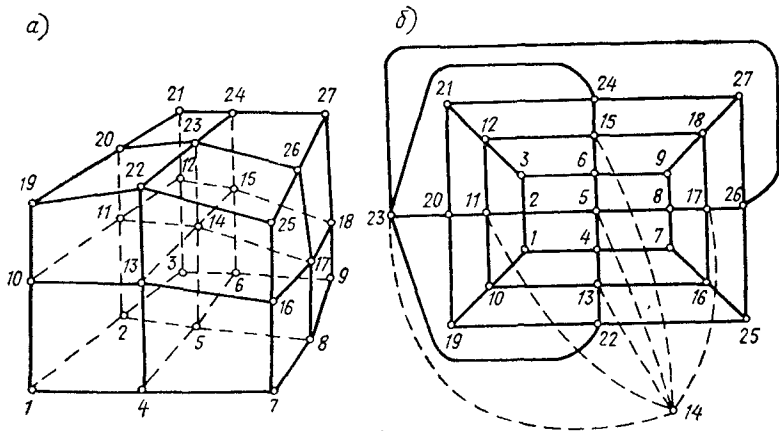


Рис. IV.39

пространственный шестигранник, который соединен с плоскостью графа 24 ребрами, образующими 24 элементарных цикла вместе с ребрами, лежащими в плоскости графа.

Схематически эта система элементов, не укладывающихся на плоскость, представлена на рис. IV.41, а. Ее можно представить также в форме плоского отображения (рис. IV.41, б), где 24 точки являются точками, в которых пространственная система соединена с плоскостью.

Для всех рассмотренных пространственных систем, представляющих каркасы комбинаций выпуклых многогранников, остается справедливой формула  $p = m + n - (k + 1)$ , дающая соотношения между числом ребер, узлов и вершин.

В системах, показанных на рис. IV.37—IV.40, содержались внутренние ребра, а в системах, приведенных на рис. IV.39 и IV.40, — и внутренние узлы.

Для всех пространственных сетей, имеющих внутренние элементы (т. е. лежащие внутри внешней поверхности, объемлющей

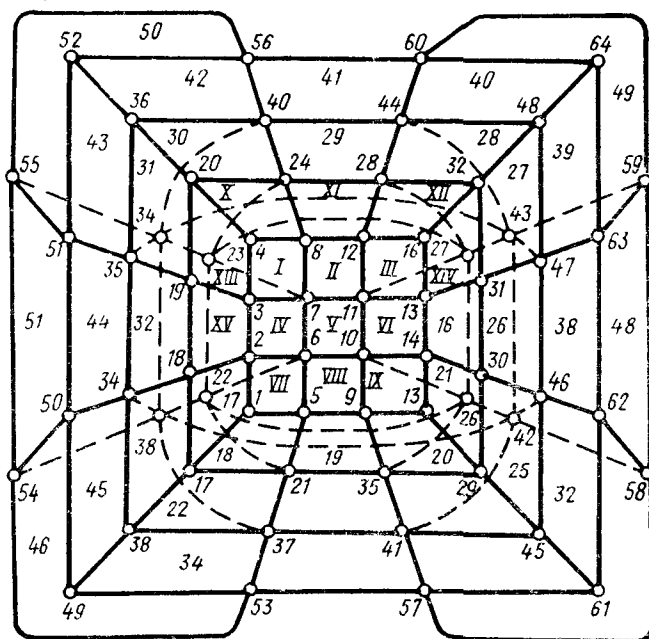
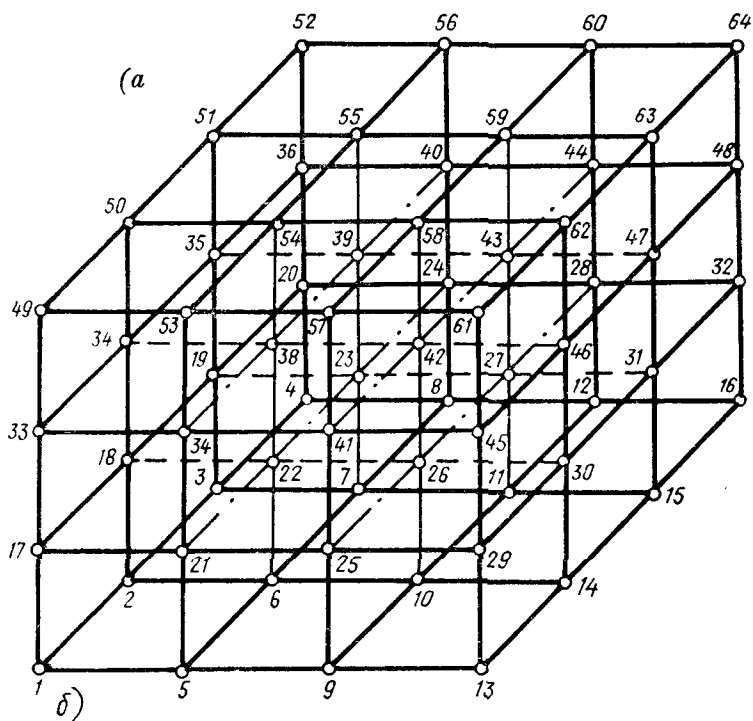


Рис. IV.40

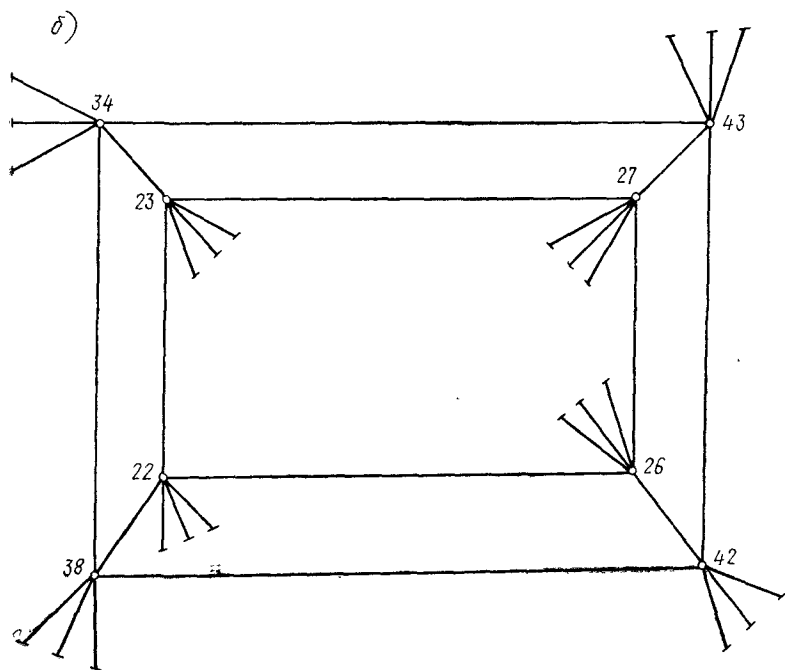
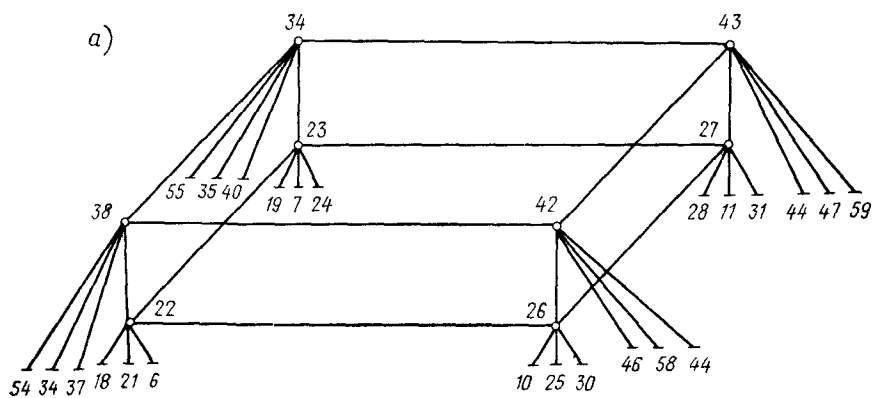


Рис. IV.41



весь каркас), соотношение между их элементами может быть выражено так:

$$p = m + n - 2 - (m' + n' - p') \quad \text{или} \quad (p - p') = (m - m') + (n - n') - 2,$$

где  $p'$ ,  $m'$  и  $n'$  — соответственно число внутренних ребер, узлов и элементарных циклов каркаса.

Число лишних элементарных циклов  $N$  может быть выражено через число внутренних элементов системы, т. е.

$$N = m' + n' - p' + 1.$$

В системах, не имеющих внутренних ребер и узлов, очевидно,  $N = 1$  (см. рис. IV.34—IV.36). Во всех системах, образованных каркасами выпуклых многогранников и их комбинаций,  $N = k$ , (где  $k$  — число таких многогранников в системе).

Для определения числа лишних элементарных контуров в любых пространственных системах весьма удобно использовать понятие цикломатического числа, принятое в теории графов.

Для любого связного графа цикломатическое число  $\nu = p - m + 1$  и, следовательно, равно числу независимых замкнутых контуров графа, и в частности числу его элементарных циклов (колец). Для плоских графов цикломатическое число равно числу его конечных граней, т. е.  $\nu = p - m + 1 = n$ .

Отсюда получается известное соотношение между числом элементов плоского графа:  $p = m + n - 1$ .

Для всех пространственных сетей, представляющих каркасы многогранников и их комбинаций, число лишних элементарных циклов равно:  $N = n - \nu$  (где  $n$  — полное число элементарных циклов системы). Сравнивая это выражение с ранее приведенным, нетрудно видеть, что  $n - \nu = m' + n' - p' + 1$ .

Рассмотрим теперь некоторые пространственные сети, представляющие каркасы отдельных многогранников с расположенными внутри ребрами, но без внутренних граней. Эти ребра соединяют несмежные (противоположные) вершины многогранника или точки, расположенные на его внешних гранях.

На рис. IV.42 показан параллелепипед, в котором две диагонально расположенные вершины 4 и 6 соединяются ребром. Для такой сети, очевидно,  $p = 13$  и  $m = 8$ . Что касается граней, то добавление лишнего ребра, подобного ребру 4—6, не создает дополнительной грани в обычном ее представлении. Если считать, что общее число граней (при указанной операции) не изменилось, то при добавлении диагоналей получим:

$$\text{одной} \quad - \quad p = m + n - 1;$$

$$\text{двух} \quad - \quad p = m + n;$$

$$\text{трех} \quad - \quad p = m + n + 1.$$

Таким образом, для первого случая получим  $n = p - m + 1$ , т. е. равное цикломатическому числу  $\nu$ , а для второго и третьего

случаев  $n < v$ . Следовательно, при одной диагонали число контуров, ограничивающих отдельные грани параллелепипеда, равно расчетному числу независимых колец. При увязке этих контуров автоматически увязывается и контур, создаваемый диагональю. В остальных случаях, т. е. при добавлении диагоналей сверх одной, необходимо

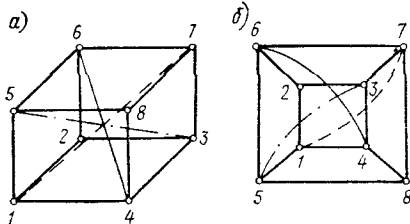


Рис. IV.42

вводить по одному дополнительному расчетному контуру на каждую диагональ. Этот контур должен, разумеется, включать в себя эту диагональ.

Все сказанное может быть распространено на любой выпуклый многогранник при добавлении к его каркасу любого количества диагоналей, соединяющих противоположные вершины.

Таким образом, использование цикломатического числа помогает определить число дополнительных расчетных контуров. Какие именно контуры следует добавить, легко видеть из плоских графов приведенных систем. Привести их полностью к плоскому графу не удастся. Все добавляемые диагонали в плоскость не укладываются. Они создают те плоско-пространственные контуры, которые и могут быть приняты как дополнительные

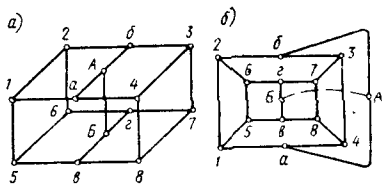


Рис. IV.43

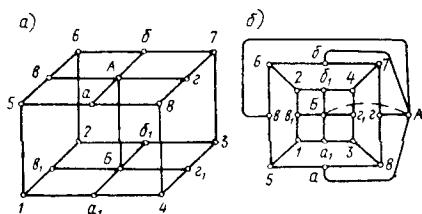


Рис. IV.44

расчетные контуры. Так, например, при преобразовании пространственной системы (см. рис. IV.42) один контур (5-6-7-8) исчезает как элементарный, но добавляются два плоско-пространственных контура: 5-3-2-1-5 (или 5-3-4-1-5) и 2-6-4-1-2 (или 2-6-4-3-2), т. е. общее число расчетных контуров во всех случаях будет равно цикломатическому числу (т. е. достаточно).

Подобную же картину мы будем иметь в системах, показанных на рис. IV.43 и IV.44, где к каркасам выпуклых многогранников добавляются внутренние ребра (участки), которые соединяют узлы, расположенные на его противоположных гранях.

## А. Краткие выводы по разделу о пространственных сетях

Все пространственные сети могут быть отнесены к следующим основным типам (категориям).

I. Разветвленные пространственные сети, представляющие связный граф, который образован произвольно расположенными в пространстве вершинами (узлами), соединенными ребрами (участками), без образования циклов.

II. Смешанные системы, имеющие основанием плоскую (или близкую к плоской) сеть: 1) разветвленную, на которой «надстроены» в пространстве тушиковые разветвления и (или) замкнутые контуры (циклы); 2) кольцевую, на которой «надстроены» в пространстве тушиковые разветвления или замкнутые контуры (циклы), не образующие замкнутых в пространстве цепочек.

III. Замкнутые пространственные сети, представляющие собой: 1) каркасы выпуклых многогранников; 2) комбинации каркасов многогранников; 3) каркасы отдельных выпуклых многогранников, имеющих внутренние ребра.

Наличие в составе пространственной сети тушиковых участков и разветвлений не осложняет ее расчета или трансформации ее в плоский граф. Характерными особенностями в отношении их расчета и трансформации обладают лишь пространственные сети, образованные замкнутыми контурами или включающие их.

При гидравлическом расчете пространственных сетей должны приниматься во внимание и использоваться следующие их свойства: а) соотношения между числом их участков, узлов и элементарных циклов (для анализа соотношения числа неизвестных и возможных уравнений); б) возможность и методы их превращения в плоский граф, а также использование плоских графов для выбора системы независимых расчетных контуров.

Сети типа I всегда могут быть представлены плоским графом. Сети типа II могут быть приведены к плоскому графу при условии, что содержащиеся в них кольцевые сети не имеют внутренних узлов. При наличии внутренних узлов (рис. IV.4, IV.10 и др.) в плоском графе остаются пространственные участки и образуемые ими плоско-пространственные элементарные циклы (равные числу внутренних точек).

Соотношение между числом участков, узлов и элементарных колец для сетей типа I определяется формулой  $p = m - 1$ .

Для сетей типа II имеет место соотношение  $p = m + n - 1$  или  $n = p - m + 1$ . Для них цикломатическое число  $v = n$ , и, следовательно, для всех сетей типа II число возможных уравнений достаточно для нахождения всех неизвестных (расходов).

Для сетей типа III.1 имеет место соотношение  $p = m + n - 2$  или  $n = p - m + 2$ . Таким образом,  $n > v$ , и, следовательно,

в этих сетях имеется число элементарных циклов, превышающее требуемое. Число лишних контуров (колец) равно:  $N = n - v = 1$ . При преобразовании таких сетей в плоский граф один (лишний) цикл исчезает и, следовательно, плоский граф дает систему независимых  $n = v$  колец.

Системы типа III.2, представляющие каркасы комбинаций многогранников, всегда имеют внутренние грани, а могут иметь также внутренние ребра и узлы. В подобных сетях имеет место соотношение

$$p = m + n - (N + 1) = m + n - [(n - v) + 1],$$

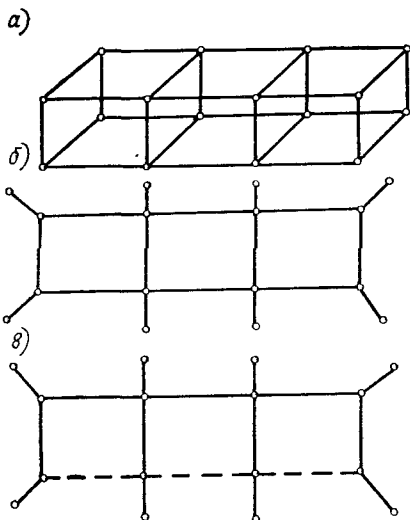


Рис. IV.45

где  $N$  — число лишних (зависимых) колец, исчезающих из пространственной сети при ее преобразовании в плоский граф. Во всех плоских графах любых пространственных сетей суммарное число плоских и оставшихся плоско-пространственных контуров равно:  $\bar{N} = n - v$ .

Во всех пространственных сетях, имеющих внутренние элементы ( $p'$ ,  $m'$ ,  $n'$ ), соотношение между всеми элементами системы может быть выражено следующей общей формулой:

$$p = m + n - 2 - (m' + n' - p')$$

или

$$(p - p') = (m - m') + (n - n') - 2.$$

Число лишних колец может быть выражено через числа внутренних элементов:  $N = m' + n' + p' + 1$ .

Для пространственных сетей, представляющих каркасы систем  $k$  выпуклых многогранников (при отсутствии внутренних ребер в них), число лишних контуров равно:  $N = k$ .

Для превращения любой пространственной сети в дерево (так же, как и плоской сети) из нее должно быть удалено число участков, равное цикломатическому числу  $v$ . Однако для плоской сети это число равно числу ее колец, тогда как для пространственной сети должен быть удален один участок.

Пространственная система, представляющая комбинацию  $k$  многогранников, может быть превращена в дерево следующим путем. Из системы удаляется  $k$  граней (с соответствующими ребрами). Это превращает ее в сеть, приводимую к плоской

и содержащую  $k$  колец. Удалив из каждого такого кольца по одному замыкающему участку, получим дерево. Так, из пространственной системы (рис. IV.45, *a*) после удаления трех верхних граней получаем сеть (рис. IV.45, *б*). Удаление из ее трех колец по одному участку дает дерево (рис. IV.45, *в*). Рассмотренная пространственная сеть имела 28 участков, 16 узлов и 16 граней (колец). Для нее величина  $v = p - n + 1 = 13$ . Для получения дерева удалено 13 участков. Плоская сеть (см. рис. IV.45, *в*) имеет 16 узлов и 15 участков, т. е.  $n = 0$ .

## 6. СОПРЯЖЕННЫЕ ГРАФЫ

Для каждого плоского графа может быть построен сопряженный ему граф. Каждому узлу основного графа соответствует элементарный контур (кольцо) сопряженного графа, а каждому кольцу основного графа — узел сопряженного графа.

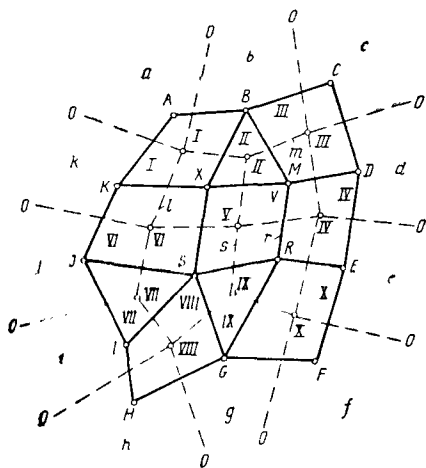


Рис. IV.46

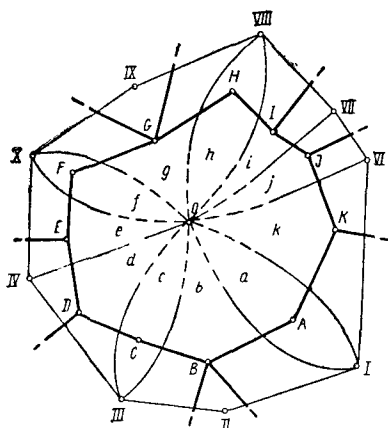


Рис. IV.47

В данном случае удобно рассматривать плоскость, окружающую основной граф, как бесконечно большую грань, ограниченную внешним контуром графа.

Для графа, изображенного на рис. IV.46 сплошными линиями, сопряженным является граф, начерченный пунктирными линиями.

Число участков основного графа равно числу участков сопряженного. Каждому участку основного графа соответствует пересекающий его участок сопряженного графа. Таким образом, в основном графе каждому участку, соединяющему два его смежных узла, соответствует участок сопряженного графа, разделяющий два его смежных кольца (соответствующие этим двум узлам основного графа). Группе участков, образующих

некоторое кольцо основного графа, соответствует группа участков сопряженного графа, примыкающих к его узлу, который сопряжен с указанным кольцом основного графа и расположен внутри его.

Все участки сопряженного графа, пересекающие участки внешнего контура основного графа, идут к одной бесконечно удаленной точке  $\theta$  плоскости графа. Они делят бесконечную плоскость, окружающую основной граф, на «замкнутые» (через точку  $\theta$ ) контуры. Число таких контуров равно числу узлов внешнего контура основного графа. Эти контуры и узлы являются взаимно сопряженными.

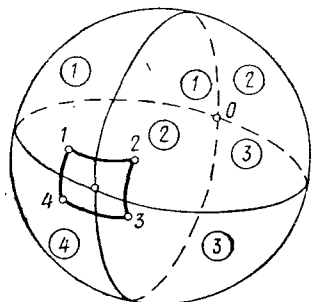


Рис. IV.48

На рис. IV.47 показана схема (модель) расположения участков и контуров, замыкающихся в точке  $\theta$ . Удобно представлять себе части графа (см. рис. IV.46 и IV.47) начерченными на сфере (конечного радиуса) у ее противоположных полюсов (рис. IV.48).

Если в числе колец основного графа (см. рис. IV.46) считать окружающую его бесконечную плоскость, а в числе узлов сопряженного графа — бесконечно удаленную точку плоскости  $\theta$ , то мы будем иметь следующее:

Граф	Число		
	узлов $m$	колец $n$	участков $p$
Основной . . . . .	15	$10+1^*$	24
Сопряженный . . . . .	$10+1^{**}$	$4+11^{***}$	24

\* Бесконечная плоскость.

\*\* Бесконечно удаленная точка  $\theta$ .

\*\*\* Контур, замыкаемые точкой  $\theta$ .

Таким образом, в основном и сопряженном графах  $p = n + m - 2$ .

На рис. IV.49 приведены некоторые сопряженные пары элементов сетей (линии сопряженных графов показаны пунктиром).

Так, узлу  $A$  с выходящим из него лучом  $A - \theta$  сопряженным является замкнутый контур  $a$  произвольного размера и формы (фиг. 1).

Для участка  $b$  с двумя ограничивающими его узлами  $I$  и  $II$  (фиг. 2) сопряженным графом является бесконечная прямая  $b_1$ , пересекающая участок  $b$ .

Цепи участков  $a - b - c$  сопряжена группа линий  $(1, 2, 3)$ , пересекающих эти участки и замыкающихся в бесконечно удаленной точке плоскости  $\theta$  (фиг. 3). Три замкнутые таким образом контура соответствуют трем узлам основного графа  $(II, III, IV)$ . Для узла  $I$  сопряженной гранью является бесконечная плоскость.

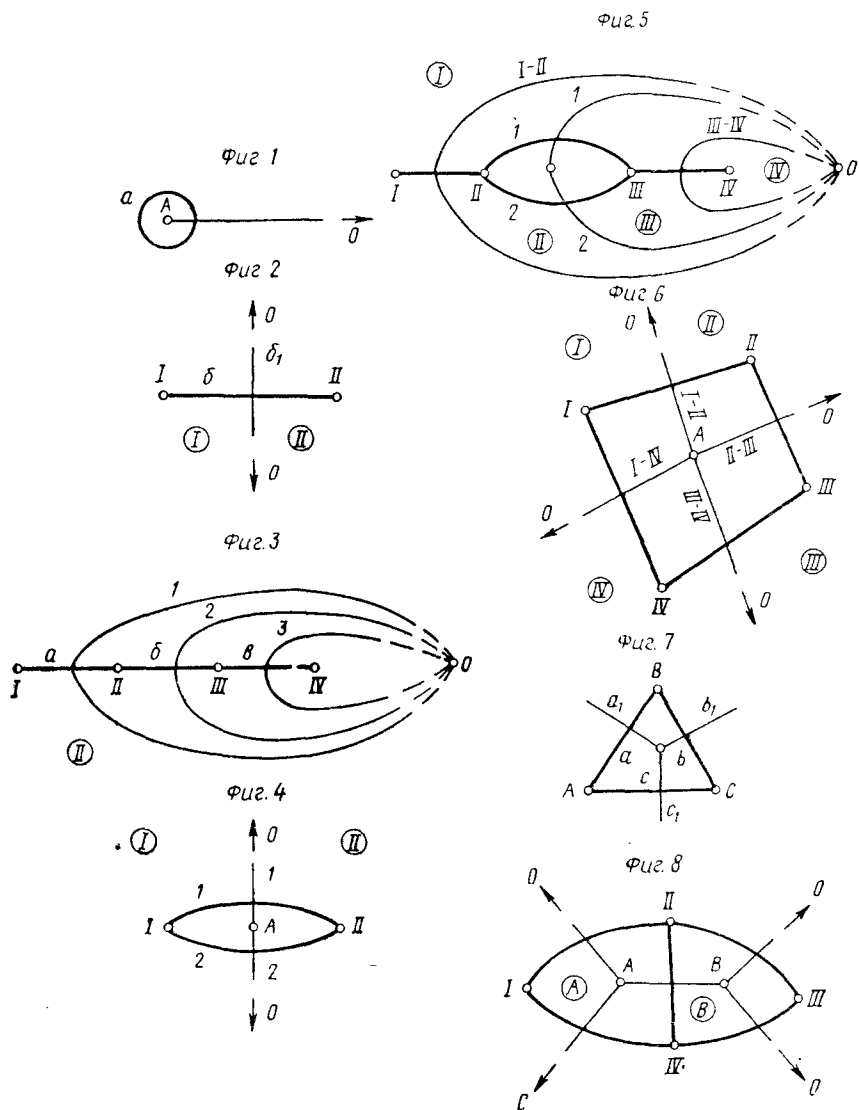


Рис. IV.49

Для двухугольника  $I-II$  (фиг. 4) сопряженным графом служит узел  $A$  с выходящими из него лучами  $1$  и  $2$ . Эти лучи замыкаются в точке  $O$  и делят плоскость на два поля  $I$  и  $II$ , сопряженных двум узлам основного графа.

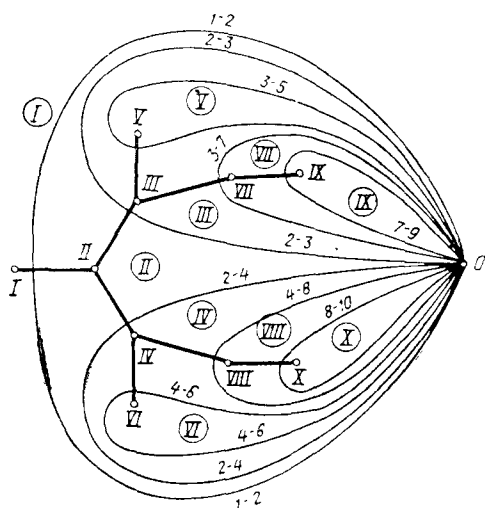


Рис. IV.50

На фиг. 5 показан сопряженный граф системы, содержащей одно кольцо и два тупиковых участка.

Элементарному кольцу (фиг. 6) с четырьмя узлами и участками сопряжен пучок лучей, которые выходят из узла  $A$ , отображающего в сопряженном графе кольцо основного графа.

В частном случае (фиг. 7) треугольному контуру будет сопряжена «звезда» из трех лучей.

Наконец, графу из двух смежных замкнутых контуров (фиг. 8) сопряжен граф, состоящий из участка  $A-B$ , из двух

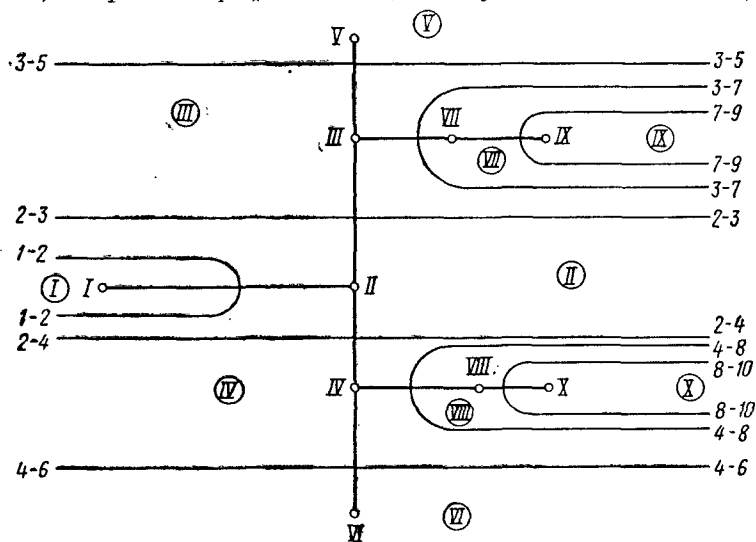


Рис. IV.51

граничных узлов которого выходят по два луча, пересекающих соответствующие участки кольца и идущих в бесконечно удаленную точку  $O$ .



Для разветвленной сети (рис. IV.50) сопряженный граф представляет собой систему контуров, образованных линиями, которые пересекают все участки сети и замыкают в точке  $0$ . Вариант такого графа дан на рис. IV.51. Одному из кольцевых узлов сети (например, узлу  $I$ ) сопряжена плоскость, окружающая граф. При этом контуры, сопряженные с остальными концевыми узлами ( $V, VI, IX, X$ ) ветвей сети, замыкаются в точке  $0$ , не охватывая других контуров; контуры же, соответствующие промежуточным узлам сети ( $II-IV, VII, VIII$ ), охватывают и другие контуры, соответствующие концевым узлам тех же ветвей сети.

В разветвленной сети замкнутые контуры отсутствуют, а поэтому в ее сопряженном графе нет узлов, кроме бесконечно удаленной точки плоскости  $0$ .

Как будет показано в главе VI, свойство сопряженности графов соответствует принципу взаимности между системами неизвестных расходов воды и неизвестных напоров при гидравлических расчетах водопроводных сетей.

# V РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАСХОДОВ ВОДЫ ПО УЧАСТКАМ КОЛЬЦЕВОЙ СЕТИ И ТРЕБОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ

---

## 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Важность (значение) разумного предварительного распределения расходов воды по участкам кольцевой сети при заданной ее конфигурации и заданных узловых притоках и отборах исключительно велика. Также велики и трудности правильного решения этой задачи.

Можно наметить неограниченное число вариантов распределения расходов с удовлетворением первого закона Кирхгофа, и для каждого из вариантов могут быть определены тем или иным образом диаметры труб участков сети, которые после проведения ее гидравлической увязки в большинстве случаев не претерпевают изменений (или изменяются для весьма немногих отдельных линий). Таким образом, первоначальное распределение потоков воды по линиям сети в значительной степени предопределяет соотношение величин диаметров отдельных линий сети.

В свою очередь, принятие диаметров линий сети (оказывающих на величины их гидравлических сопротивлений значительно большее влияние, чем длины) полностью определяет для сети данной конфигурации два ее важнейших показателя: экономичность и надежность, т. е. обеспечение бесперебойности подачи воды потребителям.

Экономичность сети характеризуется наименьшей величиной приведенных затрат на строительство сети и на подачу воды и достигается в основном выбором наиболее выгодных диаметров труб участков сети.

В большинстве предложенных методов технико-экономических расчетов (нахождения наиболее выгодных диаметров) величины расхода в отдельных участках рассматриваются как уже заданные (при начальном потокораспределении) и в процессе расчета не меняются (до окончательной корректировки).

Нахождение наиболее выгодных путей транспортирования воды по территории объекта относится к проблеме нахождения наиболее выгодного распределения потоков воды по сети. Соображения по этому вопросу даны в данной главе (для элементарной кольцевой сети), а также в главе VII.

Надежность сети является тем ее свойством, которое должно

обеспечивать наименьший ущерб в снабжении водой потребителей в случае аварии на сети и выхода из работы некоторых ее участков.

Возможность выполнения требований по обеспеченности потребителя водой при аварии определяется принятыми соотношениями пропускных способностей параллельно работающих магистралей и соединяющих их перемычек, т. е. определяется схемой первоначально намеченного распределения расходов воды по сети и назначенными по ним диаметрами труб.

Следует отметить, что требования экономичности и надежности являются в значительной мере антагонистичными, что сильно усложняет задачу о начальном потокораспределении.

Вероятно, в самом общем виде эта задача должна быть сформулирована как задача отыскания такого распределения потоков воды по сети, которое бы обеспечивало наибольшую экономичность системы (наименьшую величину приведенных затрат) при соблюдении заданных требований к ее надежности в соответствии с требованиями обеспеченности водой потребителей в случае возможных аварий на сети.

Вопросам первоначального потокораспределения уделено много внимания в ряде работ, опубликованных за последние годы.

Однако следует отметить, что в ряде весьма серьезных работ и исследований (отечественных и зарубежных), где дается глубокий анализ вопросов расчета сетей, совершенно не затрагиваются вопросы начального потокораспределения (или затрагиваются очень мало).

Для удовлетворительного решения этого вопроса необходимо: предварительно уточнить основные понятия надежности в применении к таким системам обслуживания, как системы водоснабжения, дать анализ требований потребителей (или нормативной документации) к обеспеченности их водой и бесперебойности водоснабжения, рассмотреть методы определения численных критериев надежности и методы учета этих требований одновременно с требованиями экономичности при назначении начального потокораспределения.

Вопрос о начальном потокораспределении становится особо значимым в свете все расширяющегося использования ЭЦВМ для расчета водопроводных сетей.

Правильная формулировка и задание машине требований по соблюдению условий надежности позволит сравнительно легко решать задачи исключительной трудности и трудоемкости.

## 2. СОПОСТАВЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ЭКОНОМИЧНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ СИСТЕМЫ

### А. Нахождение наивыгоднейших диаметров ветвей кольца при заданном потокораспределении

Рассмотрим вопрос о начальном потокораспределении в простейшей кольцевой сети.

С точки зрения экономической принятое потокораспределение должно обеспечить наименьшую величину ежегодных затрат<sup>1</sup>.

Как будет показано в главе VII, для общих случаев технико-экономических расчетов для кольцевых сетей нахождение такого потокораспределения, которое давало бы минимум функции стоимости, не представляется возможным.

В то же время для каждого заданного распределения потоков воды по участкам кольцевой сети могут быть найдены диаметры труб, обеспечивающие наименьшее значение величины приведенных затрат, т. е. так называемые наивыгоднейшие диаметры.

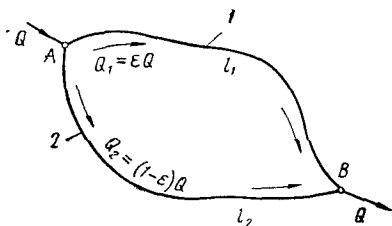


Рис. V.1

Рассмотрим задачу о нахождении наивыгоднейших диаметров для элементарной кольцевой сети, представляющей одно кольцо (рис. V.1), по двум ветвям которого передается от точки A к точке B расход Q.

Пусть для ветви 1 принят расход  $Q_1 = \varepsilon Q$ , а для ветви 2 — расход  $Q_2 = (1 - \varepsilon)Q$ . Этим соотношением  $Q_1$  и  $Q_2$  уже учитывается соблюдение баланса расхода воды в узлах, так как  $Q_1 + Q_2 = Q$ .

Требуется определить экономически наивыгоднейшие диаметры труб для обоих участков сети —  $d_1$  и  $d_2$ .

Для их нахождения могут быть использованы два независимых уравнения. Первым является уравнение баланса потерь напора в кольце

$$h_1 = h_2 \quad \text{или} \quad k \frac{Q_1^2}{d_1^5} l_1 = k \frac{Q_2^2}{d_2^5} l_2,$$

$$\text{или} \quad k \frac{\varepsilon^2 Q^2 l_1}{d_1^5} = k \frac{(1-\varepsilon)^2 Q^2 l_2}{d_2^5}.$$

Отсюда получаем уравнение, связывающее величины  $d_1$  и  $d_2$ :

$$\frac{d_2}{d_1} = \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{2/m} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{1/m}.$$

<sup>1</sup> Здесь используются некоторые понятия и формулы, детально рассматриваемые в главе VII.

Отсюда

$$d_2 = \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{2/m} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{1/m} d_1.$$

Вторым уравнением может служить уравнение вида  $\frac{dW}{dd_1} = 0$  (где  $W$  — приведенная величина ежегодных затрат;  $d_1$  — один из двух диаметров, принятый за независимое переменное). Значение  $d_1$ , удовлетворяющее уравнению  $\frac{dW}{dd_1} = 0$ , соответствует экстремальному значению функции  $W = f(d_1)$ .

Величина  $W$  может быть выражена в функции как диаметров, так и потерь напора, которые при заданных расходах всегда могут быть выражены одни через другие.

Как будет показано в главе VII, величина приведенных затрат, выраженная через диаметры сети, может быть представлена для рассматриваемой системы в следующем общем виде:

$$W = (B + p) [(a + bd_1^\alpha) l_1 + (a + bd_2^\alpha) l_2] + P \left( H_0 + k \frac{(\varepsilon Q)^2 l_1}{d_1^\alpha} \right) Q.$$

Введя в эту формулу выражение  $d_2$  через  $d_1$ , получим

$$W = (B + p) \left\{ (a + bd_1^\alpha) l_1 + \left[ a + b \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{\frac{2\alpha}{m}} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha}{m}} d_1^\alpha \right] l_2 \right\} + P \left[ H + k \frac{(\varepsilon Q)^2 l_1}{d_1^\alpha} \right] Q.$$

Вместо функции  $W$  может далее рассматриваться более простое выражение  $W_0$  (переменная часть функции  $W$ ), экстремальное значение которого имеет место при тех же самых значениях  $d_i$ :

$$W_0 = (B + p) b d_1^\alpha \left[ l_1 + \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{\frac{2\alpha}{m}} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha}{m}} l_2 \right] + P k \frac{(\varepsilon Q)^2}{d_1^\alpha} Q l_1.$$

Во второй член выражения входит потеря напора на участке  $l_1$ , выраженная через диаметр  $d_1$ , который принят в качестве независимого переменного. Беря производную  $\frac{dW}{dd_1}$  и приравнявая ее нулю, получаем уравнение, содержащее одно неизвестное:

$$\alpha d_1^{\alpha-1} (B + p) b \left[ l_1 \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{\frac{2\alpha}{m}} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha}{m}} \right] - \frac{m P k (\varepsilon Q)^2 Q l_1}{d_1^{\alpha+1}} = 0.$$

Отсюда после простых преобразований получаем

$$d_1 = \left( \frac{P k}{\frac{\alpha}{m} (B + p) b} \right)^{\frac{1}{\alpha+m}} \left[ \frac{l_1}{l_1 + \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{\frac{2\alpha}{m}} \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha}{m}} l_2} \right] (\varepsilon Q)^2 Q.$$

Величина, стоящая в квадратных скобках (обозначим ее через  $x_1$ ), может быть преобразована следующим образом:

$$x_1 = \frac{l_1}{l_1 + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^m \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^m l_2} = \frac{\varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}}}{l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{\frac{\alpha+m}{m}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{2\alpha}{m}}}. \quad (\text{V.1})$$

Величина  $\frac{Pk}{\frac{\alpha}{m}(B+p)b}$  представляет собой «экономический фактор»  $\mathcal{E}$  (см. главу VII). Величина  $x$  — «фиктивный расход», используемый при технико-экономических расчетах сетей по методу Л. Ф. Мошнина (см. главу VII).

Тогда наивыгоднейший диаметр участка  $I$  рассматриваемого кольца может быть выражен так:

$$d_1 = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} (x_1 Q)^{\frac{1}{\alpha+m}} Q_1^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}}.$$

Эта формула соответствует общей формуле наивыгоднейшего диаметра участка кольцевой сети, полученной для общего случая в главе VII.

Нетрудно убедиться, что вторая производная  $\frac{d^2W}{(dd_1)^2} > 0$ . Таким образом, полученное значение  $d$  действительно соответствует наименьшему значению величины приведенных затрат.

Диаметр второго участка кольца

$$d_2 = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} (x_2 Q)^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}},$$

где

$$x_2 = 1 - x_1 = \frac{l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}}}{l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^m \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^{\frac{2\alpha}{m}}}. \quad (\text{V.2})$$

Отношение

$$\frac{x_2}{x_1} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{\frac{\alpha+m}{m}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{2\alpha}{m}} \quad (\text{V.3})$$

устанавливает связь между «фиктивными расходами»  $x_i$  Мошнина и коэффициентами распределения  $\varepsilon$  и  $1 - \varepsilon$ .

Численные значения  $x_1$  и  $\varepsilon$ , а также  $x_2$  и  $1 - \varepsilon$  совпадают при  $\varepsilon = 1 - \varepsilon$  и  $l_1 = l_2$ . В этом случае  $x_1 = \varepsilon = 0,5 = x_2 = (1 - \varepsilon)$ , т. е.  $Q_1 = Q_2$ .

При величине  $\varepsilon = 1$  величина  $1 - \varepsilon = 0$ ,  $x_2/x_1 = 0$ , т. е.  $x_2 = 0$ . В этом случае весь расход  $Q$  идет по участку  $l$ .

### Б. О возможности нахождения «наивыгоднейшего» потокораспределения в кольце

Рассмотрим теперь ту же систему при условии, что первоначальное распределение расходов по участкам не задано. В этом случае являются неизвестными расходы в ветвях  $Q_1 = \varepsilon Q$  и  $Q_2 = (1 - \varepsilon)Q$  или, точнее, величина коэффициента распределения  $\varepsilon$ .

Может быть поставлен вопрос о наивыгоднейшем распределении заданного общего расхода  $Q$  по ветвям кольца, т. е. нахождение такого потокораспределения, при котором величина приведенных затрат является наименьшей. При такой постановке задачи в общем виде неизвестными будут  $d_1$ ,  $d_2$  и  $\varepsilon$  (см. рис. V.1).

Общее выражение величины приведенных затрат  $W$  (или функции  $W_0$ ) будет иметь тот же вид, что и в предыдущей задаче:

$$W_0 = (B + p) b (d_1^\alpha l_1 + d_2^\alpha l_2) + \frac{Pk (Q\varepsilon)^2 l_1 Q}{d_1^m}.$$

Как известно, законы гидравлики не дают однозначной связи между величинами  $d_i$  и  $Q_i$ . Такая связь устанавливается или благодаря привлечению требований экономичности, или путем использования заданных величин скоростей движения воды.

Воспользуемся для выражения  $d_i$  через  $Q_i$  полученными выше формулами наивыгоднейших диаметров для кольцевой сети:

$$d_1 = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} (\varepsilon Q)^{\frac{2}{\alpha+m}} (x_1 Q)^{\frac{1}{\alpha+m}}$$

и

$$d_2 = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} (1 - \varepsilon)^{\frac{2}{\alpha+m}} Q^{\frac{2}{\alpha+m}} (x_2 Q)^{\frac{1}{\alpha+m}}$$

и введем эти значения  $d_i$  в выражение  $W_0$ .

Эти выражения диаметров предусматривают уже удовлетворение I и II законов Кирхгофа (при условии, что этим законам будут удовлетворять величины  $x_i$ , как это показано далее в главе VII).

Тогда

$$W_0 = (B + p) b \mathcal{E}^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \left[ \varepsilon^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} l_1 + (1 - \varepsilon)^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} x_2^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} l_2 \right] + \frac{Pk (\varepsilon Q)^2 l_1 Q}{\mathcal{E}^{\frac{m}{\alpha+m}} (\varepsilon Q)^{\frac{2m}{\alpha+m}} x^{\frac{m}{\alpha+m}} Q^{\frac{m}{\alpha+m}}}.$$

Подставим в выражение, стоящее в квадратных скобках (назовем его через  $A$ ), значения  $x_1$  и  $x_2$ , полученные из формул (V.1) и (V.2), т. е.

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{\frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m}; \\ x_2 &= \frac{\frac{\alpha+m}{l_2^m} \frac{2\alpha}{(1-\varepsilon)^m}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.4})$$

Произведя некоторые преобразования, получим

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{2\alpha}{\varepsilon^{\alpha+m}} \left( \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} \right) \frac{\alpha}{\alpha+m} l_1 + (1-\varepsilon) \frac{2\alpha}{\alpha+m} \left[ \frac{\alpha+m}{l_2^m} \frac{2\alpha}{(1-\varepsilon)^m} \right] \frac{\alpha}{\alpha+m} l_2}{\left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{\alpha}{\alpha+m}} = \\ &= \frac{\frac{2\alpha}{\varepsilon^{\alpha+m}} \frac{2\alpha^2}{\varepsilon^m (\alpha+m)} \frac{\alpha}{l_1 l_1^m} + (1-\varepsilon) \frac{2\alpha}{\alpha+m} \frac{2\alpha^2}{m (\alpha+m)} \frac{\alpha}{l_2 l_2^m}}{\left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{\alpha}{\alpha+m}} = \\ &= \frac{\frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \frac{2\alpha}{m}}{\left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{\alpha}{\alpha+m}} = \\ &= \left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{m}{\alpha+m}. \end{aligned}$$

Введем полученное значение величины  $A$  в выражение для  $W_0$  и одновременно подставим во второй член этого выражения значение  $x_1$  из формулы (V.1). Тогда получим

$$\begin{aligned} W_0 &= (B+p) b \vartheta \frac{\alpha}{\alpha+m} Q \frac{3\alpha}{\alpha+m} \left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{m}{\alpha+m} + \\ &+ \frac{PkQ^3 \varepsilon^2 l_1 \left[ \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} + l_2^m (1-\varepsilon)^m \right] \frac{m}{\alpha+m}}{\vartheta \frac{m}{\alpha+m} Q \frac{3m}{\alpha+m} \varepsilon \frac{2m}{\alpha+m} \left( \frac{\alpha+m}{l_1^m} \frac{2\alpha}{\varepsilon^m} \right) \frac{m}{\alpha+m}}. \end{aligned}$$

Разделим обе части равенства на постоянную величину  $(B+p)b$  и обозначим

$$\frac{W_0}{(B+p)b} = W'_0.$$

Умножим числитель и знаменатель второго члена на  $\alpha/m$ . Полученная величина

$$\frac{Pk}{(B+p)b \frac{\alpha}{m}} = \vartheta.$$



Тогда

$$\begin{aligned}
 W_0' &= \vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}} + \\
 &+ \frac{\alpha}{m} \cdot \frac{\vartheta}{\vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}}} \frac{\varepsilon^2 l_1 Q^3}{\varepsilon^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_1 Q^{\frac{3m}{\alpha+m}}} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}} = \\
 &= \left(1 + \frac{\alpha}{m}\right) \vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}}.
 \end{aligned}$$

Дифференцируя  $W_0'$  по  $\varepsilon$  и приравнявая первую производную нулю, получим  $\frac{dW_0'}{d\varepsilon} = 0$  или

$$\begin{aligned}
 \frac{m}{\alpha+m} \left(1 + \frac{\alpha}{m}\right) \vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}-1} \times \\
 \times \left[ \frac{2\alpha}{m} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}-1} - \frac{2\alpha}{m} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}-1} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} \right] = \\
 = \frac{2\alpha}{m} \vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \times \\
 \times \frac{\left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}-1} - l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}-1} \right]}{\left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha+m}}} = 0. \quad (V.5)
 \end{aligned}$$

Это может быть только в том случае, если

$$l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}-1} - l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}-1} = 0, \quad (V.6)$$

т. е. если

$$\frac{l_1^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\varepsilon^{1-\frac{2\alpha}{m}}} = \frac{l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{(1-\varepsilon)^{1-\frac{2\alpha}{m}}} \quad \text{или} \quad \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\frac{\alpha+m}{m}} = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^{1-\frac{2\alpha}{m}}.$$

Отсюда получаем искомое соотношение

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\frac{\alpha+m}{m-2\alpha}}. \quad (V.7)$$

При обычных значениях  $\alpha$  и  $m$  можно считать, что  $\frac{\alpha}{m} \approx \frac{1}{3}$ .

Тогда

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^4. \quad (V.7a)$$

При  $l_1 = l_2$  получим  $Q_1 = Q_2 = 0,5Q$ .

Для того чтобы определить, будет ли полученная экстремальная точка функции  $W$  ее минимумом или максимумом, исследуем знак второй производной.

Взяв вторую производную  $W$  по  $\varepsilon$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\varepsilon^2} = & \vartheta^{\frac{\alpha}{\alpha+m}} Q^{\frac{3\alpha}{\alpha+m}} \left\{ \left( \frac{2\alpha-m}{m} \right) \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}-2} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}-2} \right] \times \right. \\ & \times \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right] - \frac{\alpha}{\alpha+m} - \\ & - \frac{\alpha}{\alpha+m} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{-1} + \frac{\alpha}{\alpha+m} \frac{2\alpha}{m} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \times \right. \\ & \left. \times \varepsilon^{\frac{2\alpha-m}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha-m}{m}} \right] \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}-1} - l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}-1} \right] \left. \right\}. \end{aligned}$$

Второе слагаемое равно нулю, так как его последний сомножитель равен нулю [см. формулу (V.6)]. Знак первого слагаемого определяется знаком сомножителя  $\frac{2\alpha-m}{m}$ . При всех встречающихся в современной практике значениях  $\alpha$  и  $m$  величина  $\frac{2\alpha-m}{m} < 0$  и, следовательно, вторая производная

$$\frac{d^2W}{(d\varepsilon)^2} < 0.$$

Отсюда следует, что распределение расходов в кольце, приведенное в формулах (V.7) и (V.8), будет при наибольшем, а не наименьшем значении  $W$ , т. е. является наименее экономичным.

Значения  $\varepsilon$  и  $(1-\varepsilon)$  по своему смыслу могут изменяться в пределах от нуля до единицы. При  $\varepsilon = 1$  весь расход пройдет по первой ветви кольца, т. е. будет:  $Q_1 = Q$ , а расход по второй ветви  $Q_2 = (1-\varepsilon)Q = 0$ . При  $\varepsilon = 0$  и  $(1-\varepsilon) = 1$ , т. е. весь расход пойдет по второй ветви кольца.

Нетрудно видеть, что значения функции стоимости, соответствующие этим граничным значениям коэффициента распределения  $\varepsilon$ , будут иметь наименьшие возможные значения. Действительно, величина  $W$  изменяется пропорционально величине ее переменного сомножителя  $W'' = \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]$ .

При обычных соотношениях величин  $\alpha$  и  $m$  будем иметь  $W'' = [l_1^{4/3} \varepsilon^{2/3} + l_2^{4/3} (1-\varepsilon)^{2/3}]$ . При  $l_1 = l_2$   $W'' = [\varepsilon^{2/3} + (1-\varepsilon)^{2/3}] l_1^{4/3}$ .

Давая величине  $\varepsilon$  значения от 0 до 1, получим для кольца с равными длинами ветвей кривую изменения величины  $W$  (кривая I на рис. V.2).

При неравных длинах ветвей кольца (например, при  $l_2 = 2l_1$ ) будем иметь:

$$W'' = l_1^{4/3} [2^{4/3} \varepsilon^{2/3} + (1-\varepsilon)^{2/3}].$$

Для тех же пределов изменения величины  $\varepsilon$  характер изменения значений приведенных затрат  $W$  показывает кривая 2 на рис. V.2. При неравных длинах ветвей величина  $W$  будет иметь наименьшее значение, когда весь расход  $Q$  будет передаваться по более короткой из линий.

Таким образом, наиболее выгодным потокораспределением, если исходить из чисто экономических соображений, будет такое, когда весь поток направляется по одной из линий кольца, т. е., иначе говоря, для удовлетворения требования наибольшей экономичности в рассмотренной простейшей кольцевой сети выпадает одна из ветвей и кольцевая сеть превращается в разветвленную.

Из рис. V.2 видно, что кривая изменения  $W$ , весьма пологая вблизи своего максимума. Следовательно, изменение соотношения расходов по ветвям в довольно широких пределах не сильно отражается на величине приведенных затрат.

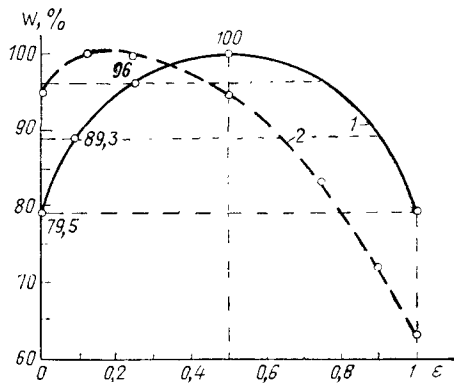


Рис. V.2

## В. Зависимость общей проводимости кольца от характера потокораспределения

Замена кольцевой сети разветвленной обычно является неприемлемой с точки зрения надежности системы и обеспечения бесперебойности подачи воды потребителю. Использование кольцевых сетей является основным средством обеспечения бесперебойной подачи воды.

Ниже будут приведены некоторые более общие соображения о признаках и критериях надежности работы сетей. Сейчас рассмотрим ту же элементарную кольцевую систему с точки зрения обеспечения ею требований бесперебойности подачи воды. Под бесперебойной работой системы водоснабжения понимается такая работа, при которой в случае аварии в системе потребителям обеспечивается уровень снабжения водой не ниже допустимого.

Численные критерии требуемой обеспеченности определяются в зависимости от особенностей потребителя. В отдельных случаях потребитель не допускает вообще снижения подачи ему воды; в других он в течение определенного периода времени допускает определенное снижение уровня подачи воды (по «аварийному графику»).

В применении к рассматриваемому кольцу (см. рис. V.1) должно быть установлено, какое снижение полного расхода  $Q$  может быть допущено при аварии (выходе из строя) одной из его ветвей.

Очевидно, при проектировании системы начальное потоко-распределение  $\mathcal{I}$ , следовательно, назначение диаметров ветвей должно обеспечить величину снижения общей подачи воды не ниже допустимой при аварии на любой из ветвей.

Ниже будут рассмотрены только те изменения в подаче воды, которые обуславливаются проводимостью самой сети, не учитывая различных мероприятий, которые могут быть использованы для обеспечения водой потребителя в должной мере во время аварии, как-то: повышение давления на насосной станции, подающей воду в систему, отбор получаемой потребителем воды под пониженным напором (например, сброс в подземные резервуары) и т. п.

Для численной оценки обеспеченности снабжения водой потребителей в случае аварии на сети необходим анализ проводимости системы и ее отдельных элементов.

Для рассматриваемой элементарной системы суммарная проводимость ее двух параллельно включенных ветвей будет:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = \frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} = \left( \frac{d_1^m}{kl_1} \right)^{1/2} + \left( \frac{d_2^m}{kl_2} \right)^{1/2}, \quad (\text{V.8})$$

где  $S$  и  $k$  — сопротивления линий и коэффициенты сопротивления.

Вводим в уравнение (V.8) выражения экономически наилучших диаметров:

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} d_1 &= \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} x_1^{\frac{1}{\alpha+m}} \varepsilon^{\frac{2}{\alpha+m}} \\ d_2 &= \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} x_2^{\frac{1}{\alpha+m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2}{\alpha+m}}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.9})$$

где  $\varepsilon$  и  $(1-\varepsilon)$  — коэффициенты распределения полного расхода  $Q$  между ветвями кольца.

Вводя в формулу (V.9) значения фиктивных расходов  $x_i$  из формул (V.4), получим:

$$d_1 = \left[ \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right] \varepsilon^{\frac{2}{\alpha+m}} \times \\ \times \frac{\left( l_1 \frac{\alpha+m}{m} \varepsilon \frac{2\alpha}{m} \right)^{\frac{1}{\alpha+m}}}{\left[ l_1 \frac{\alpha+m}{m} \varepsilon \frac{2\alpha}{m} + l_2 \frac{\alpha+m}{m} (1-\varepsilon) \frac{2\alpha}{m} \right]^{\frac{1}{\alpha+m}}};$$

$$d_2 = \left[ \mathcal{D}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right] (1-\varepsilon)^{\frac{2}{\alpha+m}} \times \\ \times \frac{\left[ l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right] \frac{1}{\alpha+m}}{\left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right] \frac{1}{\alpha+m}}.$$

Подставляя полученные выражения диаметров в выражение суммарной проводимости системы, получим:

$$\Pi_1 = \frac{d_1^2}{k^{1/2} l_1^{1/2}} = \frac{\left( \mathcal{D}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right)^{\frac{m}{2}}}{k^{1/2}} \times \\ \times \frac{\varepsilon^{\frac{2}{\alpha+m}} \cdot \frac{m}{2} \left( l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} \right)^{\frac{m}{2(\alpha+m)}}}{l_1^{1/2} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{2(\alpha+m)}}} = \\ = \frac{\left( \mathcal{D}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right)^{\frac{m}{2}}}{k^{1/2}} \cdot \frac{\varepsilon}{\left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{2(\alpha+m)}}}$$

и соответственно

$$\Pi_2 = \frac{d_2^2}{k^{1/2} l_1^{1/2}} = \frac{\left[ \mathcal{D}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right]^{\frac{m}{2}}}{k^{1/2}} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{\frac{m}{2(\alpha+m)}}}.$$

Следовательно, выражение полной проводимости системы примет вид

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = \frac{\left[ \mathcal{D}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{3}{\alpha+m}} \right]^{\frac{m}{2}}}{k^{1/2}} \times \\ \times \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{-\frac{m}{2(\alpha+m)}}.$$

Дифференцируя  $\Pi$  по  $\varepsilon$  и приравнявая производную нулю, получим:

$$-\frac{m}{2(\alpha+m)} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha}{m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha}{m}} \right]^{-\frac{m}{2(\alpha+m)}+1} \times \\ \times \frac{2\alpha}{m} \left[ l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha-m}{m}} - l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha-m}{m}} \right] = 0.$$

Так как выражение, стоящее в первых скобках, всегда положительно и отлично от нуля, все выражение может быть

равно нулю только тогда, когда равно нулю выражение, стоящее во вторых скобках, т. е. когда

$$l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} \varepsilon^{\frac{2\alpha-m}{m}} = l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (1-\varepsilon)^{\frac{2\alpha-m}{m}}.$$

Отсюда получаем следующее соотношение коэффициентов распределения расхода, соответствующее экстремальному значению функции  $\Pi = F(\varepsilon)$ :

$$\left[ \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right]^{\frac{2\alpha-m}{m}} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha+m}{m}}$$

или

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^{\frac{\alpha+m}{2\alpha-m}}.$$

При обычном отношении  $\alpha/m \approx 1/3$  получим:

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} = \left( \frac{l_1}{l_2} \right)^4.$$

Вторая производная  $\frac{d^2\Pi}{d\varepsilon^2} < 0$ . Следовательно, полученное значение коэффициентов распределения  $\varepsilon$  и  $1-\varepsilon$  соответствует наибольшему значению суммарной проводимости кольца  $\Pi$ . Как видим, максимум  $\Pi$  имеет место при тех же значениях коэффициентов распределения, при которых имеет наибольшее значение и величина приведенных затрат.

В частности, при равных длинах ветвей кольца наибольшая проводимость системы будет при  $\varepsilon = 1-\varepsilon$  или при  $\varepsilon = 0,5$ , т. е. при равномерном распределении расходов по ветвям кольца  $Q_1 = Q_2 = 0,5Q$ .

Для решения вопросов надежности работы сети нас будет интересовать не только вопрос об абсолютной величине проводимости всей системы, но и вопрос о распределении ее между параллельными ветвями кольца.

Для обеспечения требований наибольшей возможной подачи воды потребителю при аварии на одной из ветвей, очевидно, проводимость каждой ветви должна быть разделена между ветвями по возможности поровну. Проводимость зависит от диаметров и от длин. При равных проводимостях ветвей:

$$\frac{d_1}{d_2} = \left( \frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{1}{m}} \left( \frac{k_1}{k_2} \right)^{\frac{1}{m}}$$

При одинаковых типах используемых труб можно считать коэффициент  $k$  одинаковым. Тогда получим соотношение:

$$\frac{d_1}{d_2} = \left( \frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{1}{m}},$$

т. е. для сохранения равных проводимостей ветвей кольца диаметры их должны быть больше на линиях большей длины. Это требование, вызванное соображениями бесперебойности снабжения водой, также находится в противоречии с экономическими требованиями, согласно которым является более выгодным направлять большие расходы воды и, следовательно, давать большие диаметры на более коротких линиях.

Следует отметить, что различие длин участков не столь сильно влияет на различие в диаметрах труб. Так, при отношении длин участков, равном 5, соотношение диаметров труб потребуются равным 1,35. За этот предел не выходят, например, почти все соотношения соседних стандартных диаметров чугунных труб. Так,  $d_{200}/d_{150} = 1,33$ ;  $d_{250}/d_{200} = 1,25$ ;  $d_{500}/d_{400} = 1,2$ ;  $d_{800}/d_{700} = 1,14$ ,  $d_{1000}/d_{900} = 1,11$ .

Таким образом, в рассматриваемой простейшей кольцевой сети для обеспечения наименьшего снижения подачи воды при аварии любая из ветвей должна иметь по возможности одинаковую проводимость. Соответственно этому при начальном потокораспределении по обеим ветвям независимо от соотношения длин должны быть направлены приблизительно одинаковые расходы.

Наивыгоднейшие диаметры линий кольцевой сети при одинаковых расходах могут быть различны в зависимости от значений фиктивных расходов  $x_i$ .

Эти значения при равных расходах и равных коэффициентах распределения  $\epsilon = 1 - \epsilon$  будут:

$$x_1 = \frac{l_1^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m} + \frac{\alpha+m}{l_2^m}} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m} + \frac{\alpha+m}{l_2^m}}.$$

Таким образом, зная величину расчетного расхода участка ( $Q/2$ ) и длины ветвей, можно найти значения диаметров труб. Нетрудно видеть, что соотношение этих диаметров будет:

$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\frac{1}{m}}$ , как и следовало из соблюдения условия равенства проводимости ветвей.

При  $l_1 = l_2$  мы будем иметь  $x_1 = x_2$  и  $d_1 = d_2$ .

Назначая одинаковые проводимости ветвей в соответствии с равномерным начальным распределением, мы обеспечиваем одинаковое снижение подачи воды при аварии на любой из ветвей (до  $0,5Q$  при сохранении величины располагаемого напора). При любом другом распределении расхода и назначении проводимости ветвей в случае аварии ветви с большей проводимостью снижение подачи может оказаться еще большим и подача будет меньше  $0,5Q$ .

Если потребитель требует постоянного обеспечения подачи расхода  $\alpha Q_1$  (где  $\alpha > 0,5$ ), то, очевидно, диаметры линий кольца должны приниматься по заданному  $\alpha Q$  или, иначе, по завышенной по условиям бесперебойности подаче  $2\alpha Q$ . Если потребитель не допускает никакого снижения подачи, то каждая ветвь кольца должна рассчитываться на полную подачу системы, т. е. на 100%-ное резервирование системы <sup>1</sup>.

### 3. УСТАНОВЛЕНИЕ И ФОРМУЛИРОВАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ К ОБЕСПЕЧЕННОСТИ И БЕСПЕРЕБОЙНОСТИ СНАБЖЕНИЯ ИХ ВОДОЙ

Системы водоснабжения, как и все системы массового обслуживания, обязаны удовлетворять требования потребителей не только в отношении их нормального обеспечения водой, но и соблюдать определенные заданные условия при возможных случайных нарушениях в работе снабжающей системы.

Возможность и допустимая степень изменения нормального режима водоподачи во время аварий в системе водоснабжения определяется, как сказано, в зависимости от характера потребителей.

Следует отметить, что установление разумных и обоснованных требований к работе систем водообеспечения (в период аварий) — задача весьма ответственная и сложная. Эти требования должны быть основаны на анализе ущерба, который может быть причинен потребителю временным прекращением или снижением подачи воды.

Относительно просто этот ущерб может быть оценен для промышленных потребителей воды, для которых изменение нормального режима водоснабжения может повлечь аварии или повреждение технологического оборудования и установок, брак продукции, простой рабочих и т. п. Очевидно, удорожание системы водоснабжения при повышении ее надежности в соответствии с требованиями потребителей в подобных случаях должно быть оправдано предупреждением тех убытков, которые могут произойти при несоблюдении поставленных требований.

В тех случаях, когда нарушение нормальной подачи воды может повлечь возникновение на предприятии катастрофических явлений (взрывов, отравлений, пожаров и т. п.), опасных для жизни и здоровья людей, требуемая обеспеченность водоснабжения должна быть установлена независимо от экономических

---

<sup>1</sup> Все это справедливо в предположении, что аварии возможны только на одной из ветвей кольца.



соображений органами охраны труда, санитарной инспекции и т. п.

В области хозяйственно-питьевого водоснабжения трудно экономически оценить ущерб, причиняемый населению нарушением нормального режима снабжения их водой. Такое нарушение влечет за собой ухудшение бытовых и санитарных условий жизни людей. В этих случаях допустимые степень и длительность нарушения нормального водообеспечения могут быть определены (установлены) организациями, ведающими обеспечением комфорта и здорового быта населения, — органами здравоохранения, санитарного надзора, а также в известной степени органами пожарной безопасности.

Обоснованные требования потребителей к бесперебойности и обеспеченности снабжения водой, рассмотренные и апробированные соответствующими компетентными организациями, кладутся в основу нормативных документов — технических условий проектирования систем водоснабжения.

В нормативных документах по водоснабжению требования потребителей в отношении обеспеченности их водой должны быть сформулированы как требования к системе водоподачи.

В системах водоснабжения может быть предусмотрено и обеспечено удовлетворение почти любых требований бесперебойности снабжения водой и почти любой «аварийный график» подачи воды потребителю. Это может быть осуществлено различными способами. Мероприятия, которые для этого используются, могут охватывать все основные сооружения водопроводной системы, включая насосные станции, водоводы, сети и емкости.

Основным принципом обеспечения надежности системы подачи воды в целом является принцип резервирования, т. е. наличие резервных объемов емкостей, как общих для системы, так и у потребителей, назначения размеров резерва в оборудовании насосных станций, а также назначения «резервирующих» элементов и резервов в проводимости водоводов и сетей. Может быть также предусмотрено автоматическое включение различных резервных элементов при аварии. Одновременно должна быть обеспечена, разумеется, бесперебойная подача электроэнергии насосным станциям и системам автоматизации водопроводных сооружений.

Требования потребителей к обеспеченности и бесперебойности их водоснабжения могут носить следующий характер.

А. Потребитель вообще не допускает никакого перерыва или снижения уровня нормального снабжения водой ни в отношении расхода, ни в отношении давления в сети.

Б. Потребитель допускает перерыв в подаче воды на срок не более  $t$  (часов, суток) и не чаще, чем  $n$  раз в сутки (месяц).

В. Потребитель допускает снижение подачи воды или снижение давлений в местах отбора ее из сети не более чем до  $K\%$  от нормального; может указываться также предельно допустимая длительность и частота повторяемости такого снижения.

Анализируя подобные требования, можно видеть, что они фактически относятся к двум группам: 1) регламентируется допустимость и длительность перерывов в подаче воды или степень снижения подачи воды в течение определенных сроков; 2) регламентируется допустимая частота повторяемости указанных нарушений нормальной работы.

При этом потребителю безразлично, какими способами и путем каких мероприятий система, снабжающая его водой, обеспечит выполнение поставленных требований.

Эти требования, отраженные в нормативных документах, должны быть учтены при проектировании системы водоснабжения в целом, и должно быть установлено (и экономически обосновано), за счет каких элементов (сооружений) системы должно быть введено соответствующее ее резервирование.

Следует отметить, что требования, относящиеся к первой группе, могут быть удовлетворены путем чисто технических мероприятий по резервированию системы в соответствии с установленными в нормах численными критериями ее работы в период аварии.

Требования второй группы затрагивают область вероятности событий, вызывающих нарушение нормальной работы системы, вероятность безотказной работы, частоты повторяемости аварий и длительности их протекания.

Для проверки системы на возможность удовлетворения численных критериев требований второй группы необходимо иметь численные показатели (критерии) надежности отдельных элементов системы и их сочетаний. Такие показатели выводятся на основе фактических наблюдений (за ряд лет) случайных событий, вызывающих нарушение работы элементов системы, и относятся к области теории надежности инженерных систем, основывающейся в свою очередь на законах теории вероятностей и методах математической статистики.

Формулировка требований к водопроводным системам в отношении степени обеспечения потребителей водой при нарушении работы систем сильно осложняется при обслуживании единой системой разнородных по своим требованиям потребителей. Это имеет место в системах городских водопроводов, которые наряду с обслуживанием населения обычно подают воду и ряду промышленных предприятий. Жилые районы также находятся в различных условиях снабжения в зависимости от степени удаленности от источников питания, от этажности застройки и т. п.

Формулировка указанных требований для города в целом не дает возможности обеспечить надежные условия снабжения водой отдельных его районов.

Очевидно, является нерентабельным проектировать всю систему водоснабжения, ориентируясь на удовлетворение наиболее требовательных потребителей. Обычно в городских водопроводах все наиболее требовательные потребители — отдельные промышленные предприятия, берущие воду из городских сетей, имеют

собственные запасные (аварийные) емкости, станции подкачки для обеспечения требуемых условий снабжения по аварийному графику.

Следует отметить, что в настоящее время не имеется достаточных исходных данных для установления обоснованных численных критериев требуемой обеспеченности подачи воды и допустимых пределов ущерба, наносимого различным потребителям при нарушении нормальной работы систем водоснабжения.

Существующие санитарные нормы не содержат указаний о допустимых пределах нарушения нормального снабжения водой населения. Недостаточно разработаны также методы технико-экономической оценки и обоснования допустимых ущербов промышленным предприятиям от перерывов или снижения подачи воды и экономическая оценка мероприятий по усилению надежности работы системы водоснабжения для предупреждения таких ущербов.

Указанные обстоятельства отражаются и на тех требованиях по бесперебойности подачи воды, которые содержатся в нормативных технических документах по водоснабжению.

Все изложенные в строительных нормах требования в отношении надежности водоводов и сетей относятся к требованиям первой из указанных выше двух категорий, т. е. они определяют лишь допустимые пределы снижения уровня снабжения водой потребителей при аварии линий сети.

Что касается требования второй категории, то, к сожалению, в настоящее время численные критерии надежности в отношении систем водоснабжения формулируются очень туманно, а приводимые в нормативных документах параметры надежности системы водоснабжения и ее отдельных элементов носят случайный, иногда чисто волевой характер — мало обоснованы и недостаточно увязаны друг с другом. Самые понятия надежности, бесперебойности, обеспеченности и т. д. в применении к этим системам не сформулированы точно и применяются в различных значениях.

Естественно, что отсутствие в нормативных документах требований в отношении вероятностных критериев надежности систем водоснабжения не дает возможности использовать при проектировании имеющиеся статистические данные об авариях.

Некоторые соображения об основных требованиях вероятностного характера и возможных путях их учета и выполнения приведены ниже, в п. 4 настоящей главы.

В заключение необходимо подчеркнуть, что в этой работе мы не ставим своей задачей давать какие-либо рекомендации по разработке конкретных требований потребителей к степени их обеспеченности водой и бесперебойной ее подачи. Эти требования всецело зависят от вида потребителя и должны устанавливаться в результате специальных исследований технологического, экономического и санитарного характера. Наша задача — проанализировать, какими путями и средствами подобные требования могут

быть выполнены при проектировании и расчете систем подачи и распределения воды.

#### 4. АНАЛИЗ ПОНЯТИЙ НАДЕЖНОСТИ В ПРИМЕНЕНИИ К ВОДОПРОВОДНЫМ СЕТЯМ И МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ КРИТЕРИЕВ НАДЕЖНОСТИ

В последнее время математическая теория надежности все шире используется для оценки работы и при проектировании различных инженерных систем, сооружений, машин.

Понятие надежности сложное и охватывает ряд признаков, характеризующих это свойство. В литературе приводится много общих определений надежности и ее основных признаков. Эти определения могут быть использованы для оценки различных инженерных систем лишь после конкретизации включаемых в них понятий.

В официальных документах (ГОСТ 13377—67) надежность определяется как «свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение требуемого промежутка времени».

Под «работоспособностью» понимается состояние изделия, при котором оно способно выполнять свои функции с установленными параметрами. Отказ есть «событие, заключающееся в нарушении работоспособности».

В применении к водопроводным системам, и в частности к водопроводным сетям, «заданными функциями» является обеспечение потребителей водой в требуемых количествах (и под требуемым напором) при нормальных условиях работы и снижение этих показателей не ниже установленных пределов при возможных авариях на сети. При этом может быть установлена также допустимая длительность периода снижения (или перерыва) подачи воды и частота их повторяемости.

Степень обеспечения этих свойств водопроводной сети обуславливается (как указано выше) факторами двух категорий:

1) вероятностью безотказной работы отдельных элементов сети (участков) и сочетаний этих элементов, возможной длительностью восстановления и вероятной частотой повторения отказов (интервалами между отказами);

2) степени «стабильности» самой сети, т. е. степени влияния на ее работу возможных случайных событий — аварий ее отдельных элементов.

Это свойство сети определяется в основном ее формой или способом соединения ее элементов и соотношением их проводимостей. Основным элементом сети является ее участок.

Рассмотрим сначала свойства системы, зависящие от факторов первой группы.

Как сказано в ГОСТ 13377—67 [20], надежность изделия обуславливается безотказностью его работы, долговечностью, ремонтпригодностью и т. д. При определенных показателях безотказности работы элементов водопроводной сети (ее участков), обуславливаемой материалом и конструкцией труб, стыков, арматуры, качеством производства работ по укладке и качеством эксплуатации, основным показателем надежности водопроводной сети и ее участков, очевидно, является вероятность безотказности их работы. Под безотказностью следует понимать свойство элемента сохранять работоспособность в течение некоторого периода без вынужденных перерывов.

Для ремонтируемых изделий, какими являются линии водопроводной сети, в качестве (численного) показателя безотказности может служить «вероятность безотказной работы» за определенное время, т. е. «вероятность того, что в заданном интервале времени  $t$  ... не возникнет отказа изделия», а также среднее число отказов.

Таким образом, основным показателем надежности участка водопроводной сети может служить вероятность того, что отказ его не наступит в течение заданного промежутка времени.

Отказ участка сети может быть вызван различными причинами или событиями. В теории надежности приводятся следующие основные причины: а) ошибки при проектировании и осуществлении; б) износ (старение); в) катастрофические события (аварии) и другие непредвиденные обстоятельства.

Применительно к системам водоснабжения одной из «ошибок» в проектировании, которая весьма сильно может повлиять на удовлетворение фактических запросов потребителей, можно считать ошибку в прогнозах объемов водопотребления на отдельные расчетные периоды (и отклонение действительного режима водопотребления от запланированного). Прогнозирование водопотребления представляет особую сложность в системах городского водоснабжения.

Большая часть сооружений этих систем рассчитывается на максимальное суточное водопотребление, а некоторые элементы — на максимальное часовое водопотребление в сутки наибольшего расхода воды. Частота повторения такого расхода весьма мала.

Таким образом, необходимо учитывать два обстоятельства: во-первых, что при расчете сетей на максимальные в году часовые расходы мы создаем значительный запас надежности системы; во-вторых, что при прогнозировании объемов водопотребления мы неизбежно ошибаемся. При этом жизнь показывает, что в подавляющем большинстве случаев эти ошибки ведут к занижению, а не завышению расчетных расходов воды по сравнению с фактическими. Следовательно, первое из отмеченных обстоятельств в определенной (значительной) степени парализует отрицательное влияние второго.

В результате износа (старения) отдельных элементов водопроводных сетей могут происходить нарушения в их работе. Отложения в трубах, коррозия их стенок ведут к снижению пропускной способности сети и подачи воды потребителю. Нарушение герметичности стыков приводит к увеличению утечек из сети, снижает полезную отдачу и в результате размыва основания может вызвать серьезные повреждения труб (аварии сети).

Однако все указанные обстоятельства (кроме аварий) не приводят обычно к отказам системы. Кроме того, при нормальной эксплуатации все перечисленные недостатки могут (и должны) своевременно обнаруживаться и исправляться.

Третий вид событий, вызывающий аварию, т. е. неожиданный катастрофический отказ элементов сети (участков), может иметь место в результате не обнаруженного своевременно нарушения прочности стенок труб или стыков, а также в результате самых различных внешних причин. Авария на сети является основной и наиболее серьезной причиной нарушения нормальной подачи воды.

Для возможности оценки надежности систем водоснабжения должны быть, очевидно, установлены основные показатели, которые в наибольшей степени соответствуют характеру работы этих систем и учитывают их специфические особенности. При этом единая система показателей надежности должна быть введена как в соответствующие нормативные документы, так и в методы оценки надежности проектируемых или действующих систем водоснабжения (для возможности сравнения фактических показателей с требуемыми).

Как сказано, основным требованием потребителей к системе водоснабжения является определенная обеспеченность и бесперебойность снабжения их водой. Однако понятие обеспеченности в том смысле, как это было применено (в нормативных документах) в отношении природных источников с ежегодно повторяющимся паводками, не может быть распространено на систему водоснабжения, так как ее работа представляет непрерывный процесс, не разбиваемый на какие-либо периоды. Поэтому обеспеченность снабжения водой потребителей системой водоснабжения не может быть выражена некоторым числом случаев из ста возможных.

В качестве вероятностных критериев (показателей) надежности систем водоснабжения могут служить: вероятность безотказной работы в заданном интервале, среднее число отказов за определенный промежуток времени, среднее время восстановления, а также наработка на отказ.

Тогда общие нормативные требования к надежности системы могли бы быть сформулированы так: «Средняя длительность перерыва в подаче воды потребителям (или какое-то допустимое снижение подачи) не должна превосходить  $t_0$  (часов, суток) и не должна происходить чаще, чем  $n$  раз в интервале времени  $t$  (месяц, год)».

Следует подчеркнуть, что при всех оценках надежности систем водоснабжения следует прежде всего различать понятия отказа системы (сети) в целом и отказа отдельных элементов системы (участка, узла, сети). Первое, как сказано, есть нарушение нормальных функций системы (заданного уровня снабжения водой потребителей). Фактически нарушения нормальной работы сети имеют место в результате отказов отдельных участков. Отказ участка может быть отождествлен с аварией участка, в результате которой он выходит из строя. Все элементы системы водоснабжения являются, как сказано, «ремонтируемыми изделиями» и по истечении времени, необходимого для их восстановления, снова вступают в работу.

Ниже мы будем рассматривать в первую очередь показатели надежности элементов сети, т. е. в основном участков. В основу оценки надежности отдельных участков сети, выполненных из труб разных типов и материалов и имеющих различные длины и диаметры, должны быть положены статистические сведения по регистрации и анализу аварий, имевших место с трубами данных типов и диаметров в действующих системах водоснабжения. Чем дольше и подробнее велись подобные наблюдения, тем достовернее будут полученные в результате их обработки численные параметры надежности участков водопроводной сети. К сожалению, в настоящее время мы не располагаем достаточно обширным и полноценным материалом в этой области.

По ряду городских водопроводов имеются необходимые сведения, дающие возможность определения соответствующих показателей надежности водопроводных линий. Анализ этих материалов показывает, что закон распределения числа таких отказов достаточно близок к закону Пуассона.

В этом случае вероятность того, что в течение интервала времени  $t$  произойдет  $n$  отказов элемента, будет равна:

$$p_n(t) = \frac{(\lambda_i t)^n}{n!} e^{-\lambda_i t},$$

где  $\lambda_i$  — параметр закона Пуассона, равный среднему числу отказов в единицу времени.

Среднее число отказов  $\bar{v}(t)$  в интервале времени  $t$  [т. е. математическое ожидание числа отказов  $v(t)$  в этом интервале] равно:  $\bar{v}(t) = \sum n p_n(t) = \lambda t$ . В частном случае, вероятность того, что в интервале времени  $t$  не произойдет ни одного отказа изделия, будет:

$$p_0(t) = e^{-\lambda t}.$$

Вероятность хотя бы одного отказа участка (в сети с  $m$  участками) за время  $t$  будет  $1 - p$  или  $1 - e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda = \sum \lambda_i$  или  $\lambda = m \lambda_0$ .

Чем больше  $m$  (число участков), тем больше будет  $\lambda = m \lambda_i$  и тем меньше будет  $e^{-\lambda t}$ . В свою очередь, с уменьшением  $e^{-\lambda t}$

будет возрастать  $1 - e^{-\lambda t}$ . Таким образом, с увеличением числа участков сети возрастает вероятность отказа хотя бы одного участка (в этой сети) в течение интервала времени  $t$ .

Численные значения величин  $\lambda$  могут быть получены путем обработки статистических данных о наблюдаемых числах  $n_1, n_2, \dots$  отказов участков (определенной длины, диаметра и материала) в соответствующие непересекающиеся интервалы времени  $t', t'' \dots$

Приближенно параметр  $\lambda$  можно определять по формуле  $\lambda = n/t_0$ , где  $n = \sum n_i$  и  $t_0 = \sum t_i^0$ .

В 1969—1971 гг. в Московском инженерно-строительном институте им. В. В. Куйбышева научным сотрудником кафедры водоснабжения В. С. Макогоновым была проведена большая работа по сбору и обработке сведений об авариях на линиях водопроводной сети из чугунных и стальных труб по системе московского водопровода и еще четырех крупных городов. Были получены весьма интересные данные за срок эксплуатации до 50 лет. Эти данные дают основание для вычисления параметров безотказной работы участков сети из таких труб.

Непосредственная обработка полученных сведений позволила получить следующие значения параметра  $\lambda$  для некоторых типов труб, т. е. среднее число повреждений, потребовавших выключения участка для ремонта, на 1 км длины трубопроводов в год:

для чугунных труб, $d = 400$ мм . . . . .	$\lambda = 0,46$
то же, $d = 600$ » . . . . .	$\lambda = 0,59$
» $d = 900$ » . . . . .	$\lambda = 0,95$
для стальных труб, $d = 400$ » . . . . .	$\lambda = 0,92$
то же, $d = 600$ » . . . . .	$\lambda = 0,53$
» $d = 900$ » . . . . .	$\lambda = 0,56$

Для оценки влияния аварий труб на работу сети более удобно иметь соответствующие показатели не на единицу длины линий, а на один участок как основной элемент сети, включенный в нее различным образом. Такие показатели нетрудно получить из приведенных величин  $\lambda$ , если принять некоторую среднюю длину для участков сети разных диаметров.

Получив значения параметра  $\lambda$ , можно установить показатели надежности участков, аналогичные показателям, которые рекомендуются выше для нормативных показателей надежности системы. К ним относится прежде всего сама величина  $\lambda$ , которая равна среднему числу отказов в единицу времени. Для ремонтируемых изделий, какими являются участки водопроводной сети, эта величина выражает одновременно параметр потока отказов.

Величина  $\lambda t$  дает для участков (разных диаметров и материалов) величину среднего числа  $n$  отказов за указанный в нормах срок  $t$ .



Разумеется, полученные показатели не дают возможности судить о закономерностях действительного распределения отдельных аварий участков в пределах принятых интервалов. Однако для ряда практических задач может быть принято условное предположение об их равномерном распределении.

Что касается длительности восстановления поврежденных участков, то такая также могла бы определяться в результате обработки соответствующих статистических данных.

Среднее время восстановления (ликвидации аварий) может быть определено по формуле

$$t_{\text{в}} = \frac{1}{m} \sum_1^m t_{\text{в}}^{(i)},$$

где  $t_{\text{в}}^{(i)}$  — наблюдаемые времена по отдельным авариям;  
 $m$  — число наблюдений.

Однако длительность операций по восстановлению поврежденных линий может быть определена по нормам затрат времени на подобные работы  $t_{\text{в}}$ . В существующих нормативных документах по водоснабжению эти сроки нормированы в зависимости от диаметра  $d$  и глубины укладки  $h$  труб (табл. V.1).

Таким образом, при соответствующих расчетах надежности сроки восстановления  $t_{\text{в}}$  могут приниматься по нормам.

Отказ системы, как сказано, является следствием отказов отдельных участков

или одновременных отказов нескольких различных участков. Для произвольной системы и произвольного «отказавшего» участка характер этого влияния не может быть выражен в общем виде (при современном уровне развития математической теории надежности в приложении к рассматриваемой области техники).

Однако для некоторых комбинаций событий и комбинаций элементов системы могут быть определены численные показатели надежности сети по численным показателям надежности ее участков.

Так, например, нас может интересовать вероятность того, что за время восстановления  $t_{\text{в}}$  одного участка сети не произойдет отказ любого другого участка той же сети.

Вероятность того, что за время  $t = t_{\text{в}}$  произойдет отказ какого-либо второго участка сети, будет:

$$E = 1 - e^{-(n-1) \lambda_i t_{\text{в}}}.$$

Таблица V.1

Диаметры труб $d$ в мм	$t_{\text{в}}$ , ч	
	при $h < 2$ м	при $h > 2$ м
$< 400$	8	12
400—1000	12	18
$> 1000$	16	24

Легко убедиться, что при нормативном времени ликвидации аварии  $t_b$ , которое не превосходит 24 ч, т. е.  $1/365$  года, величина  $E$  относительно мала.

При этом надо учитывать то, что в расчет могут приниматься не все участки сети  $m$ , а только те, одновременный отказ которых может оказать существенное влияние на работу сети.

Отказ любого участка отражается так или иначе на работе сети в целом и на выполнении ею функций снабжения водой потребителей. Характер и масштабы влияния отказа различных участков на работу сети зависят от значения (роли) выбывшего из работы участка (места его расположения, диаметра, проводимости).

Возможность одновременного пребывания в ремонте нескольких участков сети, разумеется, в еще большей степени снижает показатели надежности системы.

Влияние отказов «равноценных» участков различно для различных систем и различных типов систем. Для водоводов с последовательным расположением участков и для разветвленных сетей отказ любого участка ведет к полному или частичному отказу сети (т. е. к полному прекращению подачи воды той части потребителей, которые расположены ниже места аварии по ходу воды). Отказ головного участка такой сети ведет к полному прекращению подачи воды объекту.

В кольцевых сетях отказ одного участка вообще не может привести к прекращению подачи воды всем потребителям; он может вызвать только снижение подачи воды. Размеры такого снижения также определяются значением участка в системе. Полное прекращение подачи воды кольцевой сетью может произойти только в результате одновременного отказа, т. е. пребывания в нерабочем состоянии, участков основных параллельных магистралей.

Степень снижения подачи воды системой при аварии отдельных участков численно может быть определена только путем поверочных расчетов сети на случай аварии. Для этого выбираются наиболее «опасные» участки, т. е. те участки, отказ которых может вызвать наиболее сильное снижение подачи воды сетью.

Возможная длительность перерывов или снижения подачи воды в результате отказа одного из участков определяется, как следует из приведенных выше соображений, нормативными сроками восстановления  $t_b$ .

Вероятность одновременного отказа параллельных участков (особенно тех именно «опасных» участков, авария которых могла бы привести к прекращению подачи воды по кольцевой сети) весьма мала.

Рассмотрим две параллельно включенные линии с параметрами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Среднее время наработки на отказ пары линий (т. е. среднее время ее безотказной или полезной работы) будет:

$$T_n = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)\alpha} \quad (V.10)$$

(для одинаковых линий  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ ).

Приближенно:

$$T_n = \frac{1}{2\lambda\alpha};$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{T}}{\frac{1}{T} + \frac{1}{t_b}} = \frac{1}{1 + \frac{T}{t_b}};$$

$\mu$  — параметр (аналогичный параметру  $\lambda$ ) в функции распределения времени восстановления  $G(t_b) = 1 - e^{-\mu t}$ ;

$$t_n = \frac{1}{\mu} \text{ и } T = \frac{1}{\lambda}.$$

Если время восстановления нормировано, то  $\mu$  принимается как постоянная величина.

Величина  $T/t_b$  весьма велика; так, если принято время восстановления  $t_b$  одни сутки, то  $T/t_b = 365$  и  $\alpha \approx 0,0027$  (при  $T = 1$  год).

Следовательно, второй член выражения (V.10) весьма мало влияет на время безотказной работы двух линий, и вероятность отказа одновременно этих линий кольца весьма мала.

Проверить систему на возможность одновременного отказа двух участков имеет смысл в отношении сетей с малым количеством параллельно работающих магистралей, в основном тех участков, которые примыкают к точкам питания сети.

Таким образом, в результате проведения поверочных расчетов сети на случай аварии «опасных» участков можно получить возможные размеры снижения подачи воды. Эти размеры снижения могут быть отнесены к отдельным ответственным или далеко расположенным потребителям, или к общему количеству подаваемой воды при обеспечении в критических точках сети требуемых давлений для городских водопроводов (как это указывается в нормах).

Если в результате расчета сети выяснено, что аварии некоторых участков вызывают снижение подачи воды, превосходящее допустимое по нормам, необходимо соответствующее усиление сети (см. п. 5).

Что касается сроков перерыва или снижения подачи воды системой, то необходимо сравнивать допускаемые потребителем нормативные сроки  $t_n$  с нормативными же сроками восстановления  $t_b$ . Если  $t_n \geq t_b$ , то требования потребителя удовлетворяются автоматически. При условии, что величина  $t_b$  взята по наиболее неблагоприятным участкам и что нормативные сроки  $t_b$  не будут нарушаться, отказ любого участка не повлечет нарушения требований потребителей.

Если  $t_n < t_b$ , то требования потребителей в отношении срока снижения подачи вообще не могут быть выполнены путем любого

усиления сети; это можно сделать, установив резервную емкость у потребителя.

Для проверки выполнения нормативных требований (при наличии таковых) в отношении допустимой частоты повторения отказов за определенный интервал времени  $t$  должны быть использованы вероятностные показатели надежности участков  $\lambda$ . Для рассматриваемых случаев аварии различных участков, для которых проверяется влияние их отказа на работу сети, должно быть проведено сравнение величины  $\lambda t$  (среднего числа отказов за срок  $t$ ) с допустимой по нормам частотой повторения отказов. Если (при условии, что  $t_n > t_s$ ) величина  $\lambda t$  превышает допустимую, необходимо проведение операций по повышению надежности системы. Это может быть осуществлено увеличением числа параллельно работающих участков, использованием более надежных (прочных) труб и т. п.

Следует отметить, что во всех рассмотренных выше случаях вопросы повышения надежности водопроводных сетей (так же, как и вопросы их экономичности) вообще нельзя рассматривать в отрыве от вопросов надежности и экономичности всей системы подачи и распределения воды.

В ряде случаев наиболее экономично удовлетворение нормативных требований по бесперебойности снабжения водой потребителей может быть осуществлено не путем усиления самой сети, но путем соответствующего увеличения и использования резервных емкостей или изменения оборудования и режима работы насосных станций (в частности, в условиях аварийного режима).

В заключение приведем некоторые замечания и соображения о том («нормальном») уровне подачи воды потребителям, по сравнению с которым может быть допущено снижение ее в периоды аварий. В нормативных документах это понятие не уточняется.

Что касается производственных потребителей, то для их большинства это уточнение не представляет труда, так как размер и режим производственного водопотребления определяется технологическим процессом, получается в результате технологических расчетов и задается специалистам, проектирующим систему водоснабжения.

Для систем городского водоснабжения, где доминирующую роль играет хозяйственно-питьевое водопотребление, понятие «нормальной» подачи установить не так просто. Если предположить даже, что объем годового водопотребления города установлен достаточно точно (в соответствии с фактическими потребностями жителей), то изменения суточного расхода в пределах года и особенно в пределах суток не может быть сколько-нибудь точно предугадано и соответствующие коэффициенты неравномерности водопотребления определяются (как известно) осредненно, исходя из опыта работы различных городских водопроводов. Этот опыт обобщается (достаточно произвольно), и создаются нормативные коэффициенты неравномерности водопотребления.

Согласно действующим нормам (как известно) систему городского водоснабжения следует рассчитывать на момент наибольшего водопотребления (максимальный часовой расход в сутки наибольшего водопотребления) и на момент подачи воды транзитом через сеть в напорно-регулирующие емкости. Кроме того, сеть проверяется на подачу пожарного расхода в часы наибольшего водопотребления. Проект новых норм дает большее число расчетных случаев работы сети.

Научный анализ фактического режима водопотребления в городских водопроводах с применением методов математической статистики и разработка вероятностных параметров (и соответствующих нормативных критериев) частоты повторяемости и длительности пиковых расходов (суточных, часовых) до сего времени проводились в весьма ограниченных размерах. Между тем такие исследования могли бы представить исключительный интерес для уточнения расчета и повышения экономичности систем водоснабжения.

В настоящее время при расчетах городских водопроводных систем мы вынуждены ориентироваться на нормативные режимы.

Поскольку имеющиеся указания по вопросам допустимого снижения подачи воды в городских водопроводах (при аварии) имеют целью защиту интересов потребителей, то, очевидно, расчетным нормальным уровнем водопотребления следует считать наибольшее водопотребление<sup>1</sup>.

В периоды наибольшего транзита воды в регулирующие емкости обычно потребление воды будет меньше, и если при аварии снизится расчетная подача воды в емкость, то это может быть легко компенсировано удлинением периода работы насосов, установленных на насосных станциях для подачи воды в периоды большого водопотребления. Что касается случая подачи воды на тушение пожара, то согласно указаниям СНиП при этом можно не учитывать тех снижений подачи воды, которые обуславливаются авариями на сети.

## **5. ХАРАКТЕР ВЛИЯНИЯ АВАРИЙ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СЕТИ НА ЕЕ РАБОТУ. МЕРОПРИЯТИЯ ПО РЕЗЕРВИРОВАНИЮ СЕТИ И ПОВЫШЕНИЮ СТЕПЕНИ БЕСПЕРЕБОЙНОСТИ ЕЕ РАБОТЫ**

Расчеты водопроводной сети на аварийную работу, т. е. проверки того, удовлетворяются ли требования, предъявляемые к работе сети во время аварии, являются по существу поверочными расчетами. Эти расчеты должны быть произведены так,

---

<sup>1</sup> Вероятно, более тщательный анализ фактической работы систем позволил бы несколько снизить этот расчетный уровень, если учесть вероятность длительности и повторяемости пиковых расходов, сообразуясь с нормативными сроками ликвидации аварий.

чтобы можно было проверить выполнение нормативных требований, относящихся к обеим названным выше категориям, т. е. требований как по предельно допустимым снижениям уровня подачи воды при аварии, так и в отношении допустимой частоты повторения аварий (вероятности безотказной работы).

Рассмотрим сначала методы проверки удовлетворения требований первой категории при отсутствии требований вероятностного характера.

**При нормальной работе сети** должна обеспечиваться подача заданного (для данного расчетного случая) количества воды и поддержание заданных свободных напоров в точках отбора.

В периоды аварий сеть должна обеспечивать подачу некоторого меньшего количества воды  $\alpha Q$  (в соответствии с допустимыми нормами снижения подачи), но при выключении некоторых участков сети, на которых произошла авария, т. е. при уменьшенной проводимости.

Выключение участков, различно расположенных в сети и имеющих различные длины и диаметры, ведет к различному снижению проводимости сети и, следовательно, к различной степени снижения подачи воды (и давлений в сети). Если снижение подачи в результате аварии оказывается меньше, чем допустимая нормами степень снижения, то сеть, рассчитанная на нормальную работу, не требует усиления. Если в результате аварии некоторых участков подача воды сетью снижается ниже величины  $\alpha Q$ , то, очевидно, требуется соответствующее усиление сети для удовлетворения нормативных требований к ее работе в период аварии.

Некоторые участки во время аварии на сети получают нагрузку, большую, чем при нормальной работе. Для них диаметры труб должны назначаться по условиям аварийной работы. Все это целесообразно учитывать уже при начальном потокораспределении (см. п. 6).

В основном надежность сети повышается путем введения в нее резервных элементов.

Понятие резервирования достаточно четко определено ГОСТ 13377—67 как «метод повышения надежности путем введения резервных частей, являющихся избыточными по отношению к минимальной функциональной структуре изделия, необходимой и достаточной для выполнения им заданных функций». Разветвленная водопроводная сеть, которая обладает наименьшей строительной стоимостью для выполнения функций снабжения водой данной группы потребителей, не имеет резервирования. В конструктивном отношении она не обладает надежностью. Степень ее надежности полностью определяется вероятностью того, что не произойдет отказа в работе составляющих ее элементов (участков).

Кольцевание сетей, т. е. введение в сеть параллельно включенных участков и цепей, является основным методом резервирования сетей и позволяет теоретически достичь почти любой заданной обеспеченности водой потребителя. Одновременно это мероприятие

вызывает увеличение стоимости сети. Поэтому резервирование должно производиться лишь в той мере, в которой это обуславливается обоснованными требованиями к допустимой степени снижения подачи воды при аварии (или давлений в сети в местах отбора воды).

Взаимосвязь степени резервирования в сетях и допустимой степени снижения подачи воды наглядно и просто может быть выявлена на примере простейших систем, представляющих совокупность параллельно включенных линий.

При наличии одной линии, соединяющей точку питания  $A$  с точкой отбора воды  $B$ , система не обладает резервом (не имеет «конструктивной надежности»).

При прокладке между точками  $A$  и  $B$  второй линии с той же проводимостью  $\Pi$ , что и первая, мы будем иметь 100%-ное резервирование водопроводящей системы (рис. V.3, а). Авария на одной из линий не вызовет снижения подачи воды потребителю. Вероятность одновременного отключения обеих линий будет, как известно, весьма мала.

Строительная стоимость такой системы будет вдвое больше, чем при одной линии. Что касается стоимости энергии, расходуемой на подачу воды, то она будет зависеть от принятого типа и мощности водопитателя. Последний может быть принят по условиям

аварийной работы, т. е. рассчитан на подачу расхода  $Q$  в точку  $B$  с обеспечением в ней заданного напора. Если при этом при нормальной работе используется одна из двух линий, то при 100% ном резерве условия работы системы будут те же самые и при аварии: одна линия будет заменена другой, равноценной.

Обычно при нормальной работе вода подается по обеим линиям. Если каждая из них рассчитана на подачу 100%  $Q$ , то (при квадратичной зависимости  $h$  от  $Q$ ) сопротивление системы будет при этом в четыре раза меньше, чем при работе одной линии. Однако использование при нормальной работе того же насоса, который должен работать и при аварии, и необходимости подавать заданный расход  $Q$  затраты энергии не будут меньше, так как насос будет создавать тот же напор. Это повлечет (благодаря уменьшению сопротивления в системе) лишь увеличение свободного напора в точке  $B$  (против требуемой величины).

При этом снижение эксплуатационных затрат можно получить лишь при установке и использовании во время нормальной

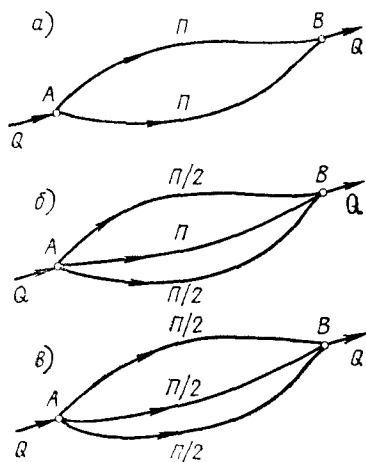


Рис. V.3

работы другого насоса с характеристикой  $Q - H$ , дающей полной расход  $Q$  при меньшем напоре, который соответствует более низкому сопротивлению системы из двух параллельных линий. Однако здесь мы уже выходим из круга вопросов надежности и экономичности самой сети.

Таким образом, в рассмотренной системе дублирование линий (100%-ное резервирование) дает 100%-ную обеспеченность расходов и напоров у потребителя при аварии на одной из линий. Нарушение нормального водообеспечения (прекращение подачи) может произойти только при одновременной аварии обеих линий.

Полное резервирование подачи воды из точки  $A$  в точку  $B$  может быть достигнуто также прокладкой трех параллельных линий, из которых одна имеет проводимость  $\Pi$  (соответствующую нормальной подаче воды) и две другие линии имеют проводимость  $\Pi/2$  каждая (рис. V.3, б).

Такая же степень резервирования может быть получена при прокладке между точками  $A$  и  $B$  трех линий проводимостью  $\Pi/2$  каждая (рис. V.3, в). В этом случае при отказе одной из линий остальные обеспечивают проводимость системы не менее 100%; при одновременном отказе двух любых линий проводимость снизится до 0,5 нормальной, т. е. так же, как она может снизиться и в системе, приведенной на рис. V.3, б, при одновременном отказе двух периферийных участков. В то же время строительная стоимость сети, приведенной на рис. V.3, в, меньше, чем стоимость системы, проведенной на рис. V.3, б, примерно в 1,3 раза (без учета разницы длин участков).

Следовательно, резервирование путем распределения суммарной проводимости системы между тремя линиями целесообразнее делать согласно рис. V.3, в.

Наконец, при назначении проводимости каждой из трех линий, равной  $\Pi/3$ , получим снижение проводимости системы при выходе из работы одной из линий до 67% нормальной и при одновременном выключении двух линий до 33%.

При прокладке между точками  $A$  и  $B$  любого числа  $n$  параллельно включенных линий с проводимостью  $\Pi/n$  каждая, будем иметь увеличение надежности системы, но не сможем иметь 100%-ного резервирования, т. е. при аварии на любой из линии произойдет некоторое снижение подачи воды потребителю (при сохранении давления в точке  $A$ ). Общая строительная стоимость сети с увеличением  $n$  будет расти.

Если допустимая степень снижения подачи воды потребителю при аварии установлена, то легко определить, какой резерв в суммарной проводимости параллельных линий (при различном их числе  $n$ ) нужно иметь, чтобы обеспечить снижение подачи воды при аварии не ниже допустимого. Таким образом, для подобных систем число параллельных путей будет характеризовать надежность работы системы.



Вернемся теперь снова к рассмотрению дерева сети, которое дает исходную схему подачи воды заданной группе потребителей. Такая сеть, как сказано, имеет относительно наименьшую строительную стоимость, но не может обеспечить бесперебойность водоснабжения в силу своих геометрических свойств.

Вводя дополнительные участки в эту сеть, т. е. замыкая ее конечные точки, получаем кольцевую сеть. Однако из каждой данной разветвленной сети можно получить различные кольцевые сети.

Очевидно, для повышения надежности сети основным требованием, которое должно соблюдаться при таком преобразовании, является требование, чтобы в дереве, представляющем разветвленную сеть, не осталось ни одной вершины (узла) первой степени. Очевидно также, что в целях экономии следует стремиться, чтобы число добавляемых участков для закольцовывания сети было по возможности наименьшим.

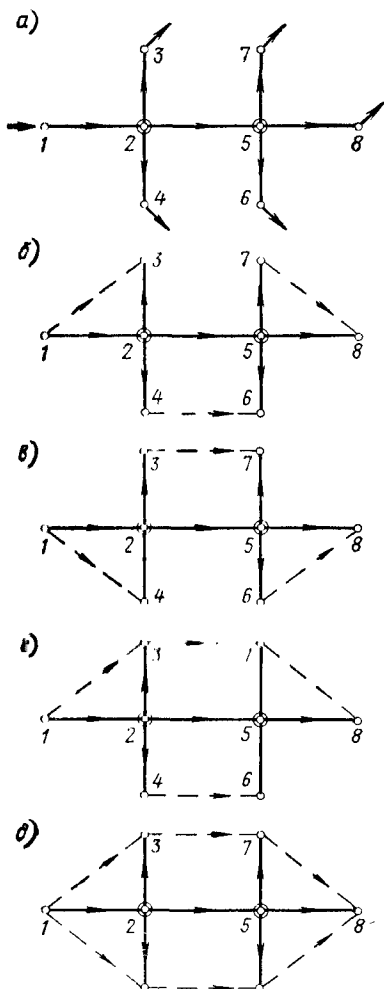


Рис. V.4

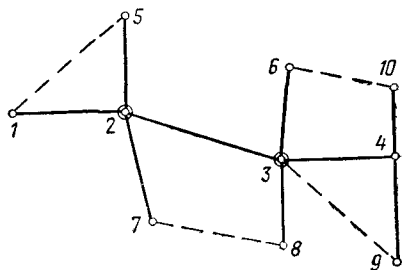


Рис. V.5

Так, например, для превращения в кольцевую разветвленной сети (рис. V.4, а), которая имеет шесть вершин первой степени (1, 3, 4, 6, 7, 8), достаточно добавить три участка, соединив попарно точки 1 и 3, 4 и 6, 7 и 8 (рис. V.4, б и в). Каждый добавочный участок повышает на единицу степень двух замыкающих его вершин. Это число ребер является минимальным для данного дерева, чтобы превратить его в кольцевую сеть.

Вообще, для превращения любой разветвленной сети в кольцевую наименьшее число необходимых добавочных ребер равно половине числа вершин первой степени с дальнейшим округлением до целого числа. Иначе говоря, для превращения в кольцевую разветвленной сети, имеющей  $k$  вершин первой степени, необходимо добавить  $\frac{k+1}{2}$  ребер при  $k$  нечетном и  $\frac{k}{2}$  при  $k$  четном.

На рис. V.5 дан пример такого превращения для разветвленной сети с семью вершинами первой степени: минимальное число ребер, добавляемых для образования кольцевой сети  $(7 + 1) : 2 = 4$ .

Кольцевые сети, получаемые из разветвленных путем добавления наименьшего возможного числа ребер (см. рис. V.4, б и в), формально удовлетворяют признакам кольцевых сетей: в них нет вершин степени ниже двух, между каждыми двумя узлами имеется не менее двух возможных путей, удовлетворяется соотношение  $p = n + t - 1$ .

Однако эти сети содержат узлы, называемые в теории графов точками сочленения (точки 2 и 5 на рис. V.4, б и в и точки 2 и 3 на рис. V.5). Точки эти характерны тем, что удаление их из графа вызывает

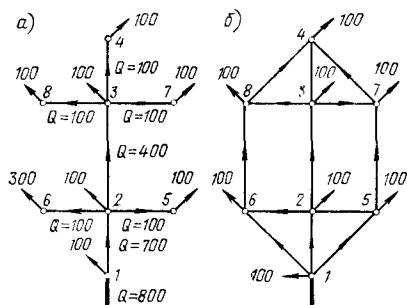


Рис. V.6

нарушение его связности; через каждую такую точку проходят все пути, которые соединяют попарно все точки, лежащие ниже и выше точки сочленения (по течению воды). Авария таких узлов будет иметь те же последствия, как и авария любого участка в разветвленной сети, т. е. прекращение подачи воды всем ниже расположенным потребителям. Наличие таких узлов (если не осуществлена их развязка) значительно снижает степень надежности работы сетей (их наличия не следует допускать).

Нетрудно видеть, что добавление еще одного участка (в рассматриваемом примере участка 3—7 на рис. V.4, б) создает один дополнительный параллельный путь в сети и точки 2 и 5 перестают быть точками сочленения (см. рис. V.4, в). Для сети (см. рис. V.5) такую роль сыграло бы добавление участка 5—6.

Для замыкания всех вершин первой степени необходимо добавить равное их числу число ребер, образующих внешний замкнутый контур кольцевой сети (например, рис. V.6, в).

Очевидно, всякое увеличение степени вершин (узлов) сети и увеличение числа параллельных ее ветвей (путей) ведет к увеличению надежности сети, но одновременно вызывает увеличение ее строительной стоимости.

Следует, однако, иметь в виду, что в городских водопроводах обычно геометрическое начертание сети, определяемое расположением улиц и проездов, само по себе дает удовлетворительное решение в смысле наличия параллельных путей и достаточно высокой степени узлов сети. Основной задачей в этом случае является нахождение такого начального потокораспределения, которое бы позволило обеспечить взаимозаменяемость этих параллельных путей (ветвей) и нахождения оптимального соотношения их проводимостей с учетом нормальной и аварийной работы.

Если для снабжения водой заданной группы потребителей сначала наметить разветвленную сеть, то каждый из ее участков будет проводить совершенно определенное и известное количество воды. При добавлении соответствующего числа участков для

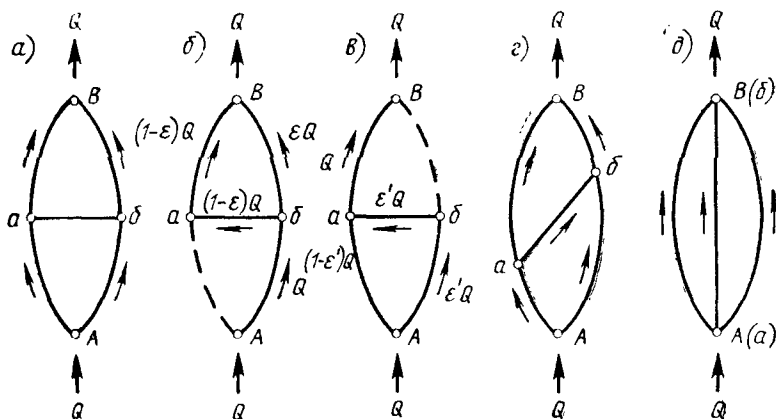


Рис. V.7

превращения этой сети в кольцевую мы можем рассматривать эти дополнительные участки как резервные и рассчитывать их лишь на пропуск во время аварии тех расходов, которые при нормальной работе идут по замыкаемым ими участкам тупикового «скелета» сети.

Так, например, на рис. V.6, а показаны расходы воды, идущие по участкам тупиковой сети до ее замыкания в кольцевую. Роль и возможные нагрузки участков, добавляемых к этой сети для замыкания, могут быть определены, если предположить, что авария случается на одном из участков тупикового скелета. Так, выход из работы участка 1—2, очевидно, потребует назначить участкам 1—5 и 1—6 суммарную проводимость, равную проводимости участка 1—2. Для замены участка 2—3 также потребуется назначить участкам 5—7 и 6—8 суммарную проводимость участка 2—3. Что касается участков 2—5, 2—6, 3—7 и 3—8, то при выходе их из строя подача воды в конечные точки этих участков ляжет

соответственно на участки 1—5, 1—6, 2—5—7 и 2—6—8, т. е. на участки, для которых эта нагрузка будет меньше, чем нагрузка, получаемая в результате аварии на участках ветви 1—2—3.

Подобный подход к определению проводимостей дополнительных (замыкающих тупиковую сеть) участков является примером 100%-ного резервирования и вызывает наибольшее повышение строительной стоимости сети. Очевидно, экономически целесообразно при замыкании концевых точек разветвленной сети учитывать возможность совместной работы всех ветвей полученной

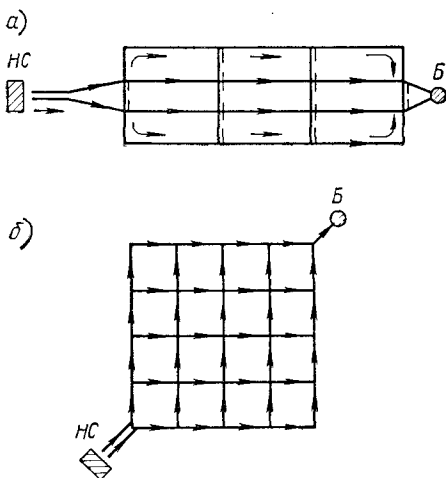


Рис. V.8

Если в элементарное кольцо (рис. V.7) добавить линию, соединяющую две его ветви (перемычку)  $a - b$ , то роль ее будет зависеть от ее положения в системе и гидравлического сопротивления. Если в узлах  $a$  и  $b$  при нормальной работе устанавливаются одинаковые давления (рис. V.7,  $a$ ), то перемычка не работает и приобретает чисто резервную роль на случай аварии на одном из участков магистралей. В этих случаях перемычка начинает работать, перебрасывая часть расхода воды с одной ветви основного кольца на другую (например, рис. V.7,  $b$  и  $в$ ).

При промежуточном положении перемычка (рис. V.7,  $г$ ) будет участвовать и в нормальной работе сети, позволяя снизить проводимость основных ветвей. При сближении точек  $a$  с  $A$  и  $b$  с  $B$  влияние перемычки в нормальной работе кольца все возрастает и в предельном случае при совпадении указанных пар точек она превращается в полноценную третью ветвь кольцевой сети (рис. V.7,  $д$ ).

В практике, особенно в городских сетях водоснабжения, конфигурация сети определяется в основном планировкой объекта и поэтому будут иметь место самые разнообразные взаимные расположения отдельных участков сетей. В значительной степени

кольцевой сети, т. е. полностью использовать ее геометрические преимущества.

Рассматривая характер работы различных линий (участков) кольцевой сети и его отличие при нормальной работе и при работе в период аварии, нетрудно установить две основные категории линий: 1) имеющие направление, близко совпадающее с основным направлением движения воды в системе; 2) проложенные в направлении, близком к перпендикулярному по отношению к направлению основного движения воды.

роль отдельных линий кольцевых сетей в их нормальной работе зависит от расположения мест подачи воды от источников питания и регулирующих емкостей.

Так, например, если в сети (рис. V.8, а) линии, отмеченные пунктиром, являются при нормальной работе сети чисто резервными, то в сети, показанной на рис. V.8, б, практически все участки участвуют в ее работе.

Таким образом, общая методика поверочных расчетов сети по условиям ее работы во время аварии может быть сведена к следующему.

Принимается (по условиям нормальной работы) конфигурация системы расчетных магистральных линий. Эта система анализируется с точки зрения роли и характера работы отдельных линий в период аварий. Выбираются наиболее «опасные» участки транзитных магистральных линий, т. е. линий, входящих в систему основных параллельно включенных путей транспортирования воды — «опасных» как в отношении их влияния на выполнение условий обеспечения в период аварий объекта в целом, так и в отношении подачи воды к диктующим точкам. Выбирается также система резервных линий (перемычек), несущих малую или нулевую нагрузку при нормальной работе сети. Намечаются «расчетные аварии», т. е. аварии тех участков, которые, предположительно, в наибольшей мере могут повлиять на снижение проводимости сети при аварии. Такими участками в отношении обеспечения снижения подачи воды объекту в целом не ниже допустимого являются обычно участки параллельных транзитных магистралей, ближе всего расположенные к точке подачи воды в сеть.

В отношении требований обеспечения подачи установленного расхода к диктующим точкам сети часто особенно «опасными» будут аварии на тех участках магистралей, которые примыкают (или ближе всего расположены) к этим точкам.

В дополнение к гидравлическому расчету сети на основные установленные расчетные случаи производится расчет ее на выбранные варианты аварий. Если полученное в результате этих расчетов снижение подачи воды или напора допустимо, то принятые первоначально диаметры магистральных транзитных линий могут быть оставлены; в противном случае диаметры «опасных участков» должны быть увеличены до тех пределов, чтобы требования условий аварийной работы сети были удовлетворены.

Для каждого расчетного случая (как на нормальную, так и на аварийную работу) составляются схемы начального потоко-распределения. При этом обычно диаметры основных транзитных магистралей определяются в основном условиями их нормальной работы и лишь иногда корректируются по условиям аварийной работы; диаметры же перемычек в основном диктуются условиями их работы во время аварий.

При работе сети в период аварий в условиях, когда уста-

повлены некоторые нормативные требования вероятностного характера, имеется ряд особенностей поверочных расчетов сети.

Если считать, что уровень «обеспеченности», установленный в действующих СНиП для источников водоснабжения, должен быть соблюден и для других звеньев системы подачи и распределения воды, и в частности для сети, то появится определенный нормативный критерий, выраженный численно.

Этот нормативный критерий может быть выражен в одной из следующих норм: 1) допустимое среднее число отказов системы (сети) за определенный срок; 2) вероятность безотказной работы сети за определенный срок; 3) параметр потока отказов.

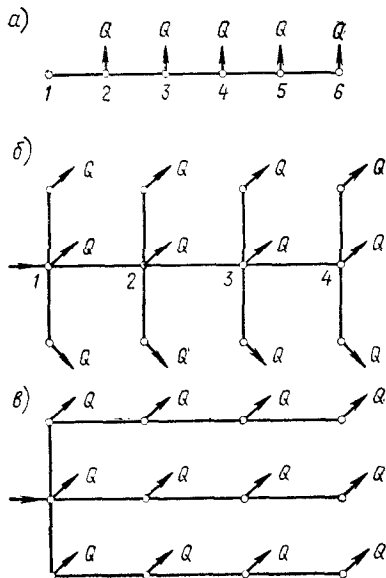


Рис. V.9

При одинаковой вероятности отказа каждого из  $n$  последовательно соединенных участков с одинаковыми характеристиками надежности (рис. V.9, а) аварии различных расположенных участков окажут совершенно различное влияние на снабжение потребителей (объекта в целом). Авария на участке 5—6 лишит воды одного потребителя из пяти, т. е. произойдет сокращение подачи воды объекту на 20%, тогда как, при одинаковой вероятности, авария на участке 1—2 повлечет полное прекращение подачи воды.

При различных конфигурациях разветвленных сетей для одного и того же объекта (комплекса потребителей) авария различных участков, равноценных в отношении вероятности выхода их из строя, весьма различно отражается на снабжении водой объекта. Так, отказ участка 1—2 в сети (рис. V.9, б) может вызвать прекращение подачи воды девяти потребителям, тогда как

в другой сети (рис. V.9, в) никакая авария не сможет привести к прекращению подачи воды более чем четырем потребителям сразу. Таким образом, если сравнивать варианты сетей, показанных на рис. V.9, б и в, можно считать, что сеть, приведенная на рис. V.9, в, гарантирует более высокую степень надежности обслуживания потребителей, чем сеть, приведенная на рис. V.9, а и б, для того же объекта.

Порядок проведения поверочных расчетов сети на соблюдение ею требуемых условий при наличии нормативных критериев вероятностного характера может быть следующим.

1. Намечаются «опасные» участки сети, так же как и в предыдущем случае, и проверяется влияние аварий на каждом из них в отдельности на проводимость сети, а следовательно, и на подачу воды объекту в целом и к диктующим точкам.

2. Выявляются те участки, аварии на которых могут повлечь отказ системы, а также снижение уровня подачи воды ниже предельно допустимого нормами.

3. Определяются для этих участков на основании опытных данных показатели их безотказной работы (вероятность безотказной работы или параметр потока отказов).

Как сказано выше, наиболее опасными участками являются участки основных параллельно включенных транзитных магистралей. В каждом «поясе» (между перемычками) имеется некоторое число  $n$  параллельных участков. Вероятность аварии на одном из  $n$  участков будет тем меньше, а соответственно надежность его тем выше, чем больше будет число  $n$ .

Если эти показатели для опасных участков оказываются не ниже нормативных критериев надежности системы (ее безотказной работы), то можно считать, что сеть соответствует установленным требованиям (по второй группе критериев надежности).

Современными нормами проектирования не предусмотрена проверка сети при одновременной аварии на двух или нескольких ее участках. Однако если рассмотреть такие случаи, то всегда и в кольцевой сети можно дойти до такой комбинации (и числа) выбывших из работы участков, которая может повлечь не только недопустимое снижение, но и полное прекращение подачи воды (если выбыли такие участки, которые нарушили связность графа, представляющего сеть). Но вероятность такого события будет тем ниже, чем больше будет предполагаемое число выбывающих участков (по отношению к общему числу участков). Здесь можно подойти к такому положению, когда одновременная авария нескольких участков ведет к недопустимому снижению подачи воды, т. е. не выполняются требования первой группы. Одновременно можно получить при этом весьма низкую вероятность этого события и, следовательно, очень высокие показатели вероятности безотказной работы (в смысле вероятностных критериев).

## 6. НАЗНАЧЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЯХ

С учетом всего изложенного в предыдущих пунктах этой главы приведем здесь некоторые основные выводы и соображения по вопросу о методах назначения начального распределения потоков воды по участкам кольцевой сети и возможных практических путях решения этой задачи.

Первоначальное назначение некоторой схемы движения воды в кольцевой сети является необходимым этапом ее расчета, так как, не зная расходов воды на участках, нельзя назначить их диаметры независимо от того, каким способом они будут определяться.

Из всех возможных вариантов распределения расходов должен быть выбран тот, который обеспечивает: а) подачу заданных количеств воды ко всем точкам отбора; б) надежность сети, т. е. обеспечение требуемых нормами условий снабжения водой потребителей при возможных авариях на сети.

Часто в специальной литературе и в указаниях по проектированию упоминается также требование обеспечить «передачу основных потоков воды по кратчайшим направлениям, т. е. по линиям наименьшей длины». Следует иметь в виду, что неосторожное выполнение последнего требования может привести к нарушению требований надежности, чего нельзя допускать.

Значение начального потокораспределения исключительно велико, так как получаемые при этом величины расходов участков принимаются при технико-экономических расчетах как исходные данные для определения наиболее выгодных диаметров. В процессе дальнейших расчетов и гидравлической увязки сети происходит лишь некоторое корректирование этих расходов. Таким образом, начальное потокораспределение в значительной степени предопределяет все дальнейшие решения.

В силу этого на проектировщика, выбирающего начальное распределение расходов воды по линиям сети, ложится весьма большая ответственность.

До сего времени процедура начального потокораспределения (и при использовании ЭЦВМ) осуществляется вручную с приближенным удовлетворением уравнений I закона Кирхгофа. После получения величин экономических диаметров машине поручается автоматический набор величин расходов в участках с точным удовлетворением баланса расхода в узлах, для чего сеть превращается в разветвленную. Следует четко различать первичное (начальное) потокораспределение, о котором здесь идет речь (т. е. до определения диаметров), от того, которое получается после набора расходов машиной и является начальным для процесса увязки сети при уже известных диаметрах.

В частности, для тех методов расчета, для которых (как указывается в литературе) не требуется первоначального распреде-



ления потоков воды (например, метод Кузьмина [28]), это относится только к назначению расходов воды в участках перед увязкой сети, т. е. после назначения диаметров труб (а не к начальному потокораспределению).

Начальное потокораспределение должно быть намечено одновременно для основных расчетных случаев работы сети в целях выявления роли отдельных ее участков и пределов изменения их нагрузок.

Рассмотрим ниже некоторые основные выводы и соображения о вопросе о проведении процедуры начального потокораспределения под углом зрения экономичности и надежности сети.

#### **А. Учет требований экономичности сети**

Экономичность сети в самом широком смысле охватывает вопросы трассировки сети, выбора диаметров труб и водопитателей, а также режимов работы.

Нахождение наиболее выгодной трассировки сети представляет специальную задачу и здесь не рассматривается. В условиях городских водопроводов, а также внутриплощадочных сетей промышленных водопроводов вопрос этот обычно не является актуальным, так как в этих случаях форма водопроводной сети и трассы магистралей, как правило, полностью определяется сетью улиц, проездов и формой кварталов. Подобная задача актуальна при выборе трассы магистральных водоводов районных систем водоснабжения. Здесь мы будем рассматривать сети, конфигурация которых уже выбрана.

Возможно ли для такой сети нахождение оптимального (в экономическом смысле) распределения потоков воды? В пункте 1 настоящей главы рассмотрен этот вопрос в отношении элементарной кольцевой сети. Проведенный анализ показал, что наименьшая возможная величина приведенных затрат будет при направлении всего количества подаваемой воды по одной (более короткой) ветви. Необходимость во второй ветви отпадает и кольцевая сеть превращается в разветвленную.

Ниже (см. далее главу VII) показывается, что для кольцевой сети с любым числом колец наименьшая величина приведенных затрат может быть достигнута при «вырождении» ее в дерево; при этом из каждого кольца выпадает один участок. Каждому варианту начального распределения будет соответствовать свой вариант дерева.

Очевидно, можно найти «оптимальное» дерево и соответствующее ему оптимальное распределение потоков, т. е. единственное возможное распределение потоков в полученной разветвленной сети. Однако полученную разветвленную сеть потребуется замкнуть участками, диаметр которых должен быть определен по условиям надежности. Для обеспечения требуемой взаимозаменяемости параллельных ветвей сети может потребоваться увели-

чение диаметров соседних участков. Все это поведет к увеличению строительной стоимости сети, которое может поглотить все преимущества, даваемые выбранным «оптимальным» деревом.

В литературе встречаются различные предложения по «оптимизации» начального потокораспределения.

Однако некоторые предложения основываются на нереальных инженерных предположениях.

Так, проф. А. Я. Ласис в основу метода начального потокораспределения кладет предположение равенства диаметров всех линий сети [29, 30].

Проф. Н. У. Койда [26] при определении величин коэффициентов надежности участков рассматривает периоды их выключения из работы для планового ремонта, что не может быть отнесено к случайным событиям и не может рассматриваться с позиции теории вероятности, и т. п.

Анализ этих предложений показывает, что как сама постановка задачи об оптимальном начальном потокораспределении, так и намеченные пути ее решения нельзя считать удовлетворительными.

По нашему мнению, наиболее простой и правильный путь решения поставленной задачи — это нахождение потокораспределения, удовлетворяющего нормативным требованиям надежности, т. е. получение сети с минимально необходимым резервированием. Это обеспечивает и наименьшие дополнительные затраты на сеть. Основная экономическая задача решается путем технико-экономического расчета сети по расходам, полученным таким образом при первоначальном потокораспределении (см. главу VII).

Для определения наиболее выгодных диаметров должно приниматься начальное потокораспределение, соответствующее периоду наибольшего водопотребления. Учет колебания расходов воды при определении стоимости энергии, расходуемой насосами, производится путем введения соответствующих коэффициентов (см. главу VII). Для систем, имеющих напорно-регулирующие емкости, должно быть намечено потокораспределение также для периода наибольшего транзита воды в регулируемые емкости.

## Б. Учет требований надежности сети

Надежность сети должна в наибольшей степени соответствовать нормативным требованиям. Всякое повышение критериев надежности (как сказано) вызывает неизбежно увеличение степени резервирования системы и, следовательно, ее строительной стоимости.

Требования надежности должны и могут учитываться при начальном потокораспределении. Однако на этой стадии работы учет этих требований может быть проведен только приближенно

и требует последующей проверки, когда диаметры сети будут уже известны.

Необходимость таких поверочных расчетов сети на аварию очевидна.

Может быть принят следующий порядок начального распределения потоков по участкам сети.

1. Намечаются диктующие (контрольные) точки сети, т. е. точки, в которых должны быть обеспечены заданные величины давлений как при нормальной работе, так и при аварии.

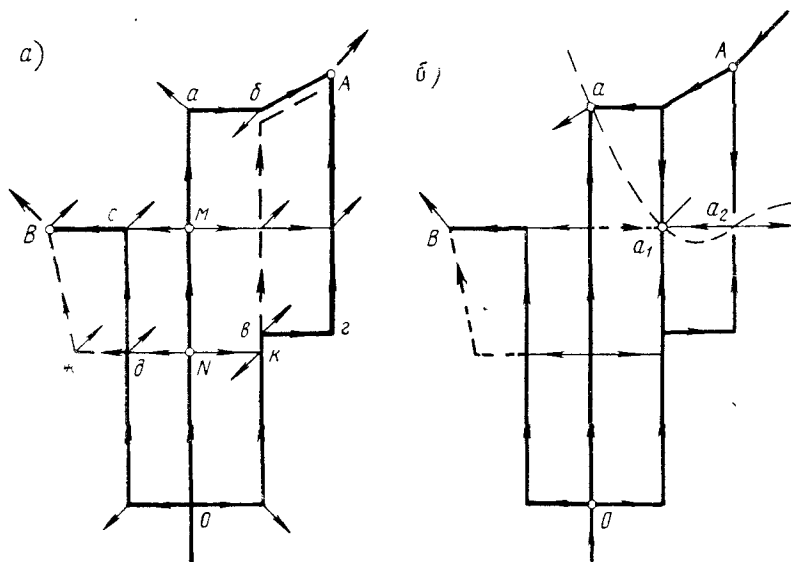


Рис. V.10

2. Намечаются основные параллельные пути течения воды от точки (точек) подачи до контрольных точек (намечены жирными линиями на рис. V.10 и V.11). Обычно в реальных сетях в результате несимметричности их формы и расположения отборов воды эти потоки имеют разветвления и переплетения. Анализ основных параллельных путей движения воды позволяет уже сделать заключение о роли отдельных линий сети. Они могут быть разбиты на две группы: транзитные магистрали и перемычки; последние могут играть некоторую транспортирующую роль (тонкие линии) или не играть (тонкий пунктир).

3. Намечаются величины расходов воды по основным путям. Как сказано выше, основные параллельные пути движения воды должны иметь по возможности одинаковую величину проводимости. При назначении расходов в участках уравнения материального баланса могут удовлетворяться приближенно.

4. Назначаются диаметры перемычек исходя из той нагрузки, которую они могут получить при аварии на примыкающих к ним участках транзитных магистралей. При этом перемычка не должна полностью заменить выбывшую из работы линию, так как по нормам при аварии допускается снижение подачи воды и напоров в конечных точках. Расход в перемычках, назначаемый по условиям ее работы при аварии, не будет уже удовлетворять уравнение баланса расхода в ее узлах примыкания к магистральям (в схеме потокораспределения на период нормальной работы).

Кроме того, при назначении схемы потокораспределения могли бы быть также принимаемы во внимание надежные характеристики отдельных участков сети, зависящие от их длины, диаметра и материала труб. Имея такие полученные из опыта показатели, как среднее число отказов или наработка на отказ (см. п. 4), можно было бы вычислить коэффициенты надежности отдельных участков и распределять между ними потоки воды с учетом этих коэффициентов.

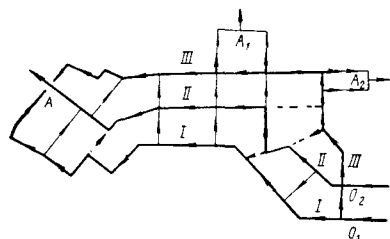


Рис. V.11

Проведение всех перечисленных операций позволяет получить величины расходов для всех участков сети, которые в первом приближении удовлетворяют требованиям надежности. По ним могут определяться наиболее выгодные диаметры участков сети. Для окончательной проверки выполнения условий надежности необходимо, как указано, проведение поверочных расчетов при уже известных диаметрах.

Очевидно, путем предварительного анализа должны быть выбраны для поверочных расчетов такие схемы, где аварии могут предположительно оказать наиболее сильное влияние на проводимость сети. Опыт расчета показывает, что на снижение общего количества воды, подаваемой «объекту в целом» (как указывается в требованиях СНиП), наиболее сильное влияние оказывает авария на одном из тех участков параллельных магистралей, которые (участки) примыкают к точке подачи воды в сеть от источника питания. Из этих участков, очевидно, сильнее всего отразится авария на участке, имеющем большую длину. При любой аварии на одном из участков транзитных магистралей изменится потокораспределение по всей сети, включая магистральные линии и перемычки.

На рис. V.12 показан схематически характер изменения распределения потоков и загрузки перемычек при выключении участков магистралей.

Что касается изменения нагрузки участков транзитных магистралей при  $n$  параллельных путях, отходящих от узла питания

сети  $A$  (рис. V.12,  $a$ ), то при нормальной работе сети направляется расход, близкий к  $Q/n$ ; при аварии по одному из этих участков пойдет (в среднем) расход  $\frac{\alpha Q}{n-1}$ , где  $\alpha$  — установленный нормами коэффициент допустимого снижения подачи воды при аварии «объекту в целом» (рис. V.12,  $b$ ).

При аварии на среднем участке сети происходящее перераспределение потоков показано на рис. V.12,  $в$  (при симметричной сети и равномерном распределении отбора воды по узлам).

Расчетная нагрузка перемычек определяется по расходу  $\frac{\alpha Q}{2}$ ,

большому из двух случаев аварии (см. рис. V.12,  $a$  и  $б$ ).

Если при подобных авариях (наиболее ощутимых для снабжения объекта в целом) в диктующую точку  $B$  поступает расход и создается давление не менее допустимых, что выясняется в процессе поверочного расчета, то можно считать, что условия снабжения воды при авариях на головных участках соблюдаются.

На рис. V.12,  $г$  показана схема перераспределения потоков при аварии одного из участков

«второго порядка удаленности» от точки питания сети. Такая авария на снижение питания объекта в целом оказывает меньше влияния, чем показанная на схеме (см. рис. V.12,  $б$  и  $в$ ).

Однако должно быть проверено, удовлетворяется ли второе нормативное требование о подаче и давлении в диктующей точке при аварии на одном из участков магистралей, примыкающих к этой диктующей точке (рис. V.12,  $д$ ).

Иногда при малом числе участков, примыкающих к этой точке, авария на одном из них может сильно снизить подачу воды. Если число таких участков  $n'$ , то по каждому из них при нормальной работе идет расход  $Q/n'$ , а при аварии одного участка  $\frac{\alpha' Q_B}{n'-1}$ , где  $\alpha'$  — допустимая по норме степень снижения подачи воды в диктующую точку.

На всех схемах (см. рис. V.12) картина перераспределения расходов дана приближенно (ориентировочно) без учета влияния несимметричности сети (в широком смысле) и отборов воды в промежуточных узлах сети.

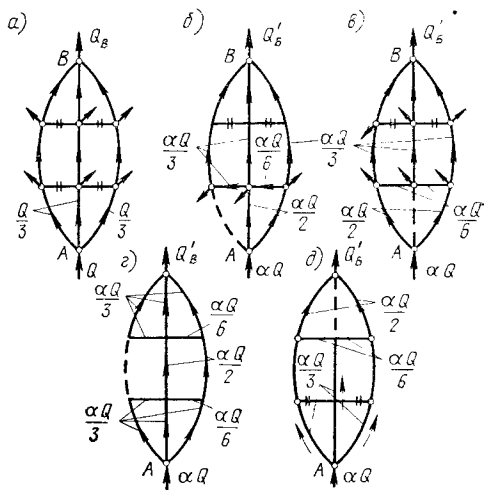


Рис. V.12

В системах водоснабжения, включающих многокольцевые сети, операции по их увязке занимают весьма большой объем в поверочных расчетах. Подобное положение имеет место в городских водопроводах, где число колец сети, подвергаемых расчету, измеряется десятками и сотнями.

Разумеется, и в этих системах также должны рассматриваться вопросы совместной работы сети и водопитателей, т. е. должны соблюдаться условия внешней увязки. Однако особенно при несложных условиях питания сети (например, при наличии одного водопитателя) сложность и громоздкость работы по увязке самой кольцевой сети значительно превалирует над расчетами, связанными с обеспечением внешней увязки.

При обычно используемых в практике проектирования методах последовательного приближения, а также для предварительных (прикидочных) расчетов в ряде случаев количества воды, подаваемые в сеть от водопитателей, принимаются известными (заданными). Исходя из них проводят поверочный расчет кольцевой сети, а затем вводят соответствующие коррективы в характеристики водопитателя.

В главе III, где рассматривались вопросы совместной работы комплекса сооружений, подающих и распределяющих воду, сеть рассматривалась как элемент комплекса. Кольцевая (и особенно многокольцевая) сеть является весьма сложным элементом системы, и ее поверочный расчет (т. е. внутренняя увязка) имеет большую специфику и заслуживает отдельного рассмотрения и анализа.

Поэтому в данной главе рассматриваются в основном специфические вопросы внутренней увязки кольцевых сетей и излагаются теория и методы их поверочного расчета, т. е. расчета, задачей которого является определение расходов и потерь напора в участках сети при уже известных диаметрах.

При этом внешние связи сети также вводятся на соответствующем этапе в расчет и дается методика их учета при проведении операций внутренней увязки самой сети.

### **1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТА КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЕЙ**

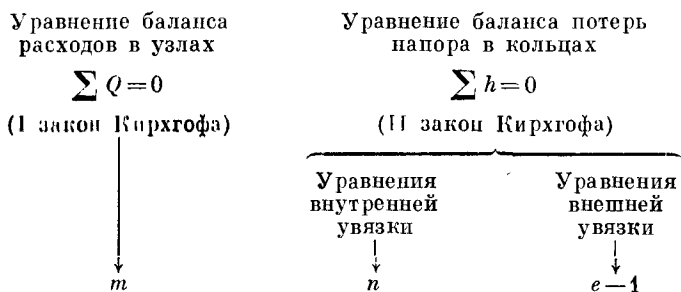
Как указано в главе III, для нахождения  $p$  неизвестных расходов участков кольцевой сети и  $e$  неизвестных подач водопитателей и нефиксированных отборов необходимо к системе  $m$  уравнений, выражающих I закон Кирхгофа, добавить  $p + e - m = n + e - 1$  уравнений. Из них  $n$  уравнений (где  $n$  — число

колец) выражают II закон Кирхгофа. Все  $p$  участков кольцевой сети охватываются в сумме ее кольцами. В каждом кольце один из участков может рассматриваться как замыкающий кольцо, т. е. является независимым, и через него могут быть выражены расходы всех остальных участков кольца. Поэтому  $n$  уравнений внутренней увязки достаточно для нахождения расходов всех участков сети.

Остальные  $e - 1$  уравнений представляют уравнения внешней увязки и связывают попарно все водопитатели и нефиксированные отборы системы.

Таким образом, общее число уравнений, используемых в процессе увязки кольцевой сети, будет:  $m + n + e - 1$ , а именно: 1)  $m$  уравнений вида  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$  — для всех узлов сети (здесь  $Q_i$  — заданные фиксированные отборы в узлах); 2)  $n$  уравнений внутренней увязки вида  $\sum h_{ik} = \sum S_{ik} q_{ik}^{\beta} = 0$  — для всех элементарных колец сети или  $n$  других независимых циклов; 3)  $e - 1$  уравнений вида  $F(Q_{\text{нас}})_I - \varphi(Q_{\text{нас}})_K = \sum (S_{ik} q_{ik}^{\beta})_{IK}$ , или уравнений внешней увязки, связывающих между собой водопитатели и нефиксированные отборы через сопротивления сети.

Классификацию отдельных групп уравнений и их число можно наглядно представить следующей схемой.



Эта система  $m + n + e - 1$  уравнений достаточна для нахождения всех неизвестных расходов  $q_{ik}$ .

После того как расходы  $q_{ik}$  найдены, одновременно единственным возможным образом определяются (при известных гидравлических сопротивлениях) величины потерь напора на всех участках сети  $h_{ik}$ .

Для определения величин узловых напоров, включая напоры у водопитателей, могут быть использованы  $p - n = m - 1$  связей вида  $H_k - h_{ik} = H_i$  или  $H_k - S_{ik} q_{ik}^{\beta} = H_i$  для участков, связывающих все узлы сети. Это могут быть участки дерева, выделенного из кольцевой сети при ее расчете (см. главу IV). Для привязки пьезометрических отметок к геодезическим может быть использован любой из узлов системы, в частности один из водопитателей.





следует рассматривать совместно с системой  $m - 1$  узловых уравнений  $\sum q_i + Q = 0$ .

Путь решение системы нелинейных уравнений по методу Ньютона сводится к следующему. Предварительно принимаются некоторые значения неизвестных  $q_i^0$  (которые следует предполагать достаточно близкими к истинным). При расчете сетей естественно принимать за таковые те расходы, которые назначены при начальном потокораспределении (и по которым определены диаметры). При этом предварительные значения расходов принимаются с соблюдением уравнений баланса расходов в узлах.

Далее, к предварительно намеченным значениям расходов участков ( $q_i^0$ ) прибавляют (неизвестные) поправки  $\overline{\Delta q}_i$ , полагая что  $q_i^0 + \overline{\Delta q}_i$  должно равняться искомому (истинным) значениям расходов  $q_i$  [удовлетворяющим систему уравнений (VI.1)].

Тогда эта система примет вид:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{I}}(q_1^0 + \overline{\Delta q}_1, q_2^0 + \overline{\Delta q}_2, \dots, q_p^0 + \overline{\Delta q}_p) &= 0; \\ F_{\text{II}}(q_1^0 + \overline{\Delta q}_1, q_2^0 + \overline{\Delta q}_2, \dots, q_p^0 + \overline{\Delta q}_p) &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots &\dots \dots \dots \\ F_{\text{n}}(q_1^0 + \overline{\Delta q}_1, q_2^0 + \overline{\Delta q}_2, \dots, q_p^0 + \overline{\Delta q}_p) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.2})$$

Здесь неизвестными будут уже не расходы, а поправки к расходам  $\overline{\Delta q}_i$ . В общей векторно-матричной форме эта система может быть представлена так:  $f(q_i^0 + \overline{\Delta q}_i) = 0$ .

Разложив левую часть этого выражения [или уравнений (VI.2)] по степеням вектора и ограничиваясь линейными членами разложения, получим:

$$f(q_i^0) + f'(q_i^0) \overline{\Delta q}_i = 0, \quad (\text{VI.3})$$

где  $q^0 = q_1^0, q_2^0 \dots, q_p^0$  — принятые начальные значения неизвестных  $q_i$ .

Производная  $f'(q_i)$  представляет матрицу Якоби:

$$f'(q_i^0) = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_{\text{I}}}{\partial q_1} & \frac{\partial F_{\text{I}}}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial F_{\text{I}}}{\partial q_p} \\ \frac{\partial F_{\text{II}}}{\partial q_1} & \frac{\partial F_{\text{II}}}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial F_{\text{II}}}{\partial q_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{\text{n}}}{\partial q_1} & \frac{\partial F_{\text{n}}}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial F_{\text{n}}}{\partial q_p} \end{vmatrix}.$$

Подразумевается, что в получаемые выражения производных подставляются первоначально принятые значения неизвестных  $q_i^0$ .



Эти величины в уравнениях системы (VI.4) являются коэффициентами при неизвестных поправках  $\overline{\Delta q_i}$ . Отличные от нуля значения  $\frac{\partial F_I}{\partial q_i}$  будут иметь место только для участков данного кольца.

Подставив в систему (VI.4) все указанные значения  $F$  и  $F'$ , определенные для рассматриваемой задачи, получим уравнения вида:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_I + \beta S_1 (q_1^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_1} + \beta S_2 (q_2^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_2} + \dots + \\ + \beta S_f (q_f^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_f} = 0; \\ \Delta h_{II} + \beta S_g (q_g^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_g} + \beta S_h (q_h^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_h} + \dots + \\ + \beta S_k (q_k^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_k} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \Delta h_n + \beta S_l (q_l^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_l} + \beta S_m (q_m^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_m} + \dots + \\ + \beta S_p (q_p^0)^{\beta-1} \overline{\Delta q_p} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.5})$$

Как и в системе уравнений (VI.4), здесь в каждое уравнение входят только те расходы и поправки к ним, которые соответствуют участкам, входящим в каждое данное кольцо (т. е. различные «наборы» величин  $\beta S_i (q_i^{\beta-1} \overline{\Delta q_i})$ .

Общее число искомых поправок  $\overline{\Delta q_i}$ , содержащихся в системе (VI.5), равно  $p$ , тогда как число уравнений равно  $n$ , т. е. меньше числа неизвестных. Однако, как сказано, система (VI.5) должна рассматриваться совместно с системой  $m - 1$  уравнений баланса расходов в узлах.

Легко показать, что удовлетворение этих уравнений позволяет выразить все  $p$  поправок к расходам участков ( $\overline{\Delta q_i}$ ) через  $n$  поправок ( $\Delta q_I$ ), которые могут быть введены для всех участков, входящих в каждое данное кольцо сети. Величины  $\Delta q_I$  представляют собой циркуляционные (контурные) расходы отдельных колец. Подобные расходы, обходя кольцо, в каждом его узле добавляют и отнимают равные величины ( $\Delta q_I$ ), т. е. не нарушают баланса расхода в узлах, принятого при начальном потокораспределении. Таким образом, проведение циркуляционных расходов позволяет автоматически удовлетворять системы уравнений  $\sum q_i + Q_I = 0$  на каждом шаге итерации.

После каждого проведения  $\Delta q_I$  в каком-либо кольце к расходам всех его участков добавляется (или вычитается, в зависимости от направления циркуляционного расхода) поправка, равная  $\Delta q_I$ . К расходам участков, общих для двух смежных колец, добавляется циркуляционный расход обоих колец (с соответствующими знаками). Так, например, для простейшей двухкольцевой сети (рис. VI.1) проведенные циркуляционные расходы  $\Delta q_I$  и  $\Delta q_{II}$  обуславливают следующие абсолютные величины поправок рас-

ходов участков:  $\Delta q_{1-2} = \overline{\Delta q_{1-6}} = \overline{\Delta q_{5-6}} = \Delta q_I$  и  $\overline{\Delta q_{2-5}} = \overline{\Delta q_{3-4}} = \overline{\Delta q_{5-4}} = \Delta q_{II}$ ; только для участка 2—5, являющегося общим для обоих колец, поправка к его расходу будет зависеть от циркуляционных расходов обоих колец и равняться:  $\overline{\Delta q_{2-5}} = -\Delta q_I + \Delta q_{II}$ .

Циркуляционным расходам колец  $\Delta q_J$  присваивается знак плюс, если они обходят соответствующее кольцо по часовой стрелке, и знак минус в противном случае. В зависимости от абсолютных величин и знаков величин  $\Delta q_J$  соседних колец определяется величина и знак поправочного расхода  $\overline{\Delta q_i}$  для участка, разделяющего эти кольца.

Таким образом, все поправки  $\overline{\Delta q_i}$  к расходам участков, входящих в уравнения системы (VI.5), могут быть выражены через циркуляционные расходы колец  $\Delta q_J$ .

После такой подстановки в каждое уравнение системы (VI.5) будут входить: свободный член  $\Delta h_J$  или невязка напоров в кольце, полученная в предыдущем приближении, величина  $\sum \beta S_i (q_i^0)^{\beta-1} \Delta q_J$ , т. е. сумма величин  $\beta S_i (q_i^0)^{\beta-1}$  для всех участков рассматриваемого кольца  $J$ , как коэффициент при поправочном (циркуляционном) расходе этого кольца  $\Delta q_J$  и величины вида  $\beta S_i (q_i^0)^{\beta-1}$  для всех участков, разделяющих данное кольцо от смежных и являющихся коэффициентами при неизвестных поправках (т. е. поправочных циркуляционных расходов) этих смежных колец.

Таким образом, получается система  $n$  линейных уравнений относительно  $n$  неизвестных поправочных расходов в кольцах сети ( $\Delta q_J$ ). При этом получаемые значения  $\Delta q_J$  и соответствующие и истинные величины расходов участков  $q_i$  будут удовлетворять как I, так и II закону Кирхгофа.

После замены величин  $\overline{\Delta q_i}$  через  $\Delta q_J$  система уравнений (VI.5) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_I + \beta \sum (S q^{\beta-1})_I \Delta q_I + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 1} \Delta q_{\text{см. } 1} + \\ + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 2} \Delta q_{\text{см. } 2} + \dots = 0; \\ \Delta h_{II} + \beta \sum (S q^{\beta-1})_{II} \Delta q_{II} + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 1'} \Delta q_{\text{см. } 1'} + \\ + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 2'} \Delta q_{\text{см. } 2'} + \dots = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \Delta h_n + \beta \sum (S q^{\beta-1})_n \Delta q_n + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 1} \Delta q_{\text{см. } 1} + \\ + (\beta S q^{\beta-1})_{\text{см. } 2^n} \Delta q_{\text{см. } 2^n} + \dots = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.6})$$

Суммирование во втором члене каждого уравнения системы (VI.6) распространяется на все участки кольца  $J$ . При суммировании принимаются абсолютные величины  $S q^{\beta-1}$ . Следующие члены представляют собой величину увязочных расходов  $\Delta q_{\text{см. } J}$  смежных колец (с кольцом, рассматриваемым в данной строчке); коэффициентами при них являются выражения вида  $\beta S q^{\beta-1}$  для

участков, разделяющих рассматриваемое кольцо со смежными. Таких членов будет столько, сколько смежных колец имеет кольцо, рассматриваемое в данной строчке.

Таким образом, назначая предварительное распределение потоков воды по сети и принимая полученные значения расходов по участкам за их первое приближение, можно, решая систему  $n$  линейных уравнений (относительно  $\Delta q_{j,j}$ ), получить величины поправок  $\Delta q_{j,j}$  к этим расходам (не нарушая уравнений вида  $\sum Q = 0$ ).

Иллюстрируем вывод основной системы уравнений для определения поправочных расходов в кольцах на примере четырех-

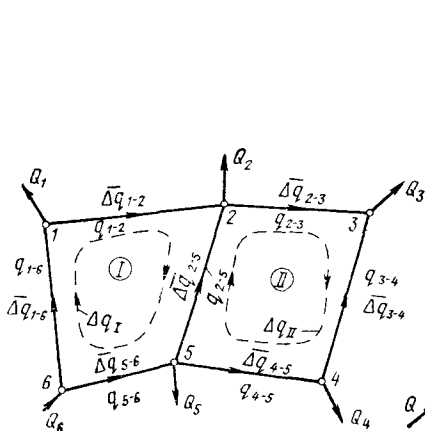


Рис. VI.1

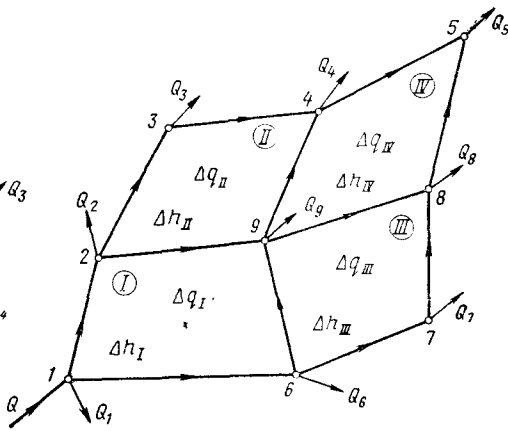


Рис. VI.2

кольцевой сети (рис. VI.2), принимая квадратичный закон сопротивлений, т. е.  $\beta = 2$ . Сеть имеет 12 участков и 9 узлов.

Напишем в общем виде систему четырех линейных уравнений для определения четырех поправочных расходов  $\Delta q_I$ ,  $\Delta q_{II}$ ,  $\Delta q_{III}$  и  $\Delta q_{IV}$ . Она будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned}
 & S_{1-2} (q_{1-2}^0 + \Delta q_I)^2 + S_{2-9} [q_{2-9}^0 + (\Delta q_{II} + \Delta q_I)]^2 - \\
 & - S_{6-9} [-q_{6-9}^0 + (\Delta q_I + \Delta q_{IV})]^2 - S_{1-6} (-q_{1-6}^0 + \Delta q_I)^2 = 0; \\
 & S_{2-3} (q_{2-3}^0 + \Delta q_{II})^2 + S_{3-4} (q_{3-4}^0 + \Delta q_{II})^2 - S_{4-9} [-q_{4-9}^0 + \\
 & + (\Delta q_{II} + \Delta q_{IV})]^2 - S_{2-9} [-q_{2-9}^0 + (\Delta q_{II} + \Delta q_I)]^2 = 0; \\
 & S_{6-9} [q_{6-9}^0 + (\Delta q_I + \Delta q_{III})]^2 + S_{9-8} [q_{9-8}^0 + (\Delta q_{IV} + \Delta q_{III})]^2 - \\
 & - S_{8-7} (-q_{8-7}^0 + \Delta q_{III})^2 - S_{6-7} (-q_{6-7}^0 + \Delta q_{III})^2 = 0; \\
 & S_{4-9} [q_{4-9}^0 + (\Delta q_{II} + \Delta q_{IV})]^2 + S_{4-5} (q_{4-5}^0 + \Delta q_{IV})^2 - \\
 & - S_{5-8} (-q_{5-8}^0 + \Delta q_{IV})^2 - S_{9-8} [-q_{9-8}^0 + (\Delta q_{IV} + \Delta q_{III})]^2 = 0.
 \end{aligned} \right\} \text{(VI.7)}$$

При этом соблюдается следующее правило знаков: расходы и потери напора являются положительными в участках, где расход обходит данное кольцо по часовой стрелке, и отрицательным при обратном движении воды. При начальном распределении расходов задаются их абсолютные величины и знаки. Величины (и знаки) поправок неизвестны и определяются в процессе решения системы уравнений (VI.7).

После разложения в ряд всех биномов и ограничения линейными значениями  $\Delta q_I$  получим следующую систему линейных уравнений относительно неизвестных увязочных расходов:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_I + 2 \sum (Sq)_I \Delta q_I + 2S_{2-9} q_{2-9} \Delta q_{II} + 2S_{6-9} q_{6-9} \Delta q_{III} &= 0; \\ \Delta h_{II} + 2 \sum (Sq)_{II} \Delta q_{II} + 2S_{2-9} q_{2-9} \Delta q_I + \\ &+ 2S_{4-9} q_{4-9} \Delta q_{IV} = 0; \\ \Delta h_{III} + 2 \sum (Sq)_{III} \Delta q_{III} + 2S_{6-9} q_{6-9} \Delta q_I + \\ &+ 2S_{9-8} q_{9-8} \Delta q_{IV} = 0; \\ \Delta h_{IV} + 2 \sum (Sq)_{IV} \Delta q_{IV} + 2S_{4-9} q_{4-9} \Delta q_{II} + \\ &+ 2S_{9-8} q_{9-8} \Delta q_{III} = 0. \end{aligned} \right\} \text{(VI.7a)}$$

Эту систему уравнений можно преобразовать так, чтобы коэффициенты при неизвестных составили симметричную матрицу.

$$\left. \begin{aligned} \sum (Sq)_I \Delta q_I + (Sq)_{2-9} \Delta q_{II} + (Sq)_{6-9} \Delta q_{III} + \\ + 0 &= \frac{-\Delta h_I}{2}; \\ (Sq)_{2-9} \Delta q_I + \sum (Sq)_{II} \Delta q_{II} + 0 + \\ + (Sq)_{4-9} \Delta q_{IV} &= \frac{-\Delta h_{II}}{2}; \\ (Sq)_{6-9} \Delta q_I + 0 + \sum (Sq)_{III} \Delta q_{III} + \\ + (Sq)_{9-8} \Delta q_{IV} &= \frac{-\Delta h_{III}}{2}; \\ 0 + (Sq)_{4-9} \Delta q_{II} + (Sq)_{9-8} \Delta q_{III} + \\ + \sum (Sq)_{IV} \Delta q_{IV} &= \frac{-\Delta h_{IV}}{2}. \end{aligned} \right\} \text{(VI.7б)}$$

В матричной форме получим систему  $A \Delta q_{ik} = b$ . Вычисление элементов матрицы осуществляется весьма просто.

Подобную систему линейных уравнений для определения увязочных расходов  $\Delta q_I$  и, следовательно, поправок к расходам в участках  $\Delta q_{ik}$  предложил проф. В. Г. Лобачев в 1934 г. [31, 32]. Решение ее может быть произведено любым из существующих методов.



Разумеется, вычисляя поправки  $\Delta q_J$  по этим формулам, мы получаем весьма грубое приближение к истине. Однако сама операция по вычислению  $\Delta q_J$  предельно упростилась. Получив таким образом значения увязочных расходов для всех колец сети, вводят соответствующие исправления в значение первоначально намеченных расходов; по уточненным величинам расходов  $q'_{ik}$  находят соответствующие им величины потерь напора  $h'_{ik}$ ; вычисляют  $\sum (h')_J$  и  $\sum (Sq^{p-1})_J$ . Вставляя последние величины в формулы (VI.9), получают новые значения увязочных расходов (поправок)  $\Delta q'_J$ . Выполняя подобную операцию для всех колец сети, ее повторяют до тех пор, пока величины невязок  $\Delta h_J$  во всех кольцах не будут превышать допустимую (по техническим условиям) величину.

Такой метод увязки сетей, как сказано, предложен в 1934 г. В. Г. Лобачевым [31, 32] и совершенно независимо Х. Кроссом [54]. Этот метод быстро получил широкое распространение в практике проектирования сетей и уже в течение почти 35 лет является основным методом для решения указанных задач. С появлением механизированных методов расчета сетей на ЭЦВМ метод Лобачева — Кросса лег в основу большинства алгоритмов, используемых при составлении программ расчета сетей на этих машинах.

Интересно отметить, что известный мемуар (статья) Харди Кросса, в котором он в 1936 г. опубликовал свой метод расчета [54], имеет объем не более 1 печатного листа вместе с примерами расчета и графическими схемами (тогда как о его труде написано, вероятно, не одна сотня печатных листов). Для автора статьи (профессора строительной механики) излагаемая проблема, как он сам пишет, не относится к области его основной специальности.

В начале статьи Х. Кросс указывает на то, что предлагаемый им метод расчета может быть использован при расчете как водопроводных сетей, так и сетей для подачи пара, газа, горячей воды (в системах теплоснабжения), а также электрических сетей.

Автор указывает на возможность использования двух путей расчета сетей по предлагаемому принципу: метод уравнивания напоров и метод уравнивания (сбалансирования) расходов. В первом в процессе расчета соблюдаются условия  $\sum Q = 0$  в узлах и вносятся последовательно поправки в расходы до тех пор, пока не будет достигнуто условие  $\sum h = 0$  во всех кольцах (с требуемой точностью); во втором — в процессе расчета соблюдаются условия  $\sum h = 0$  в кольцах и вносятся последовательно поправки в величины расходов до тех пор, пока не будут удовлетворены условия  $\sum Q = 0$  в узлах сети. Второй принцип применим, когда задаются давления в точках подачи и в диктующих точках отбора воды.

Собственно метод расчета и его «обоснование» автор излагает



с предельной краткостью. Все изложение метода уравнивания напоров сводится к следующим указаниям (здесь сохранены обозначения Кросса): а) в сети принимается некоторое распределение расходов; б) определяется  $h = rQ^n$  (с учетом знака) и  $\sum h$  для всех колец; в) определяются величины  $R = nrQ^{n-1}$  для участков и  $\sum R$  для колец (без учета знака); г) определяется «уравновешивающий расход»  $\Delta q = -\frac{\sum rQ^n}{\sum nrQ^{n-1}} = -\frac{\sum h}{\sum R}$ ; д) вносятся соответствующие исправления в начальное распределение расходов.

Процедура повторяется, пока не будет достигнута требуемая точность.

Отмечается, что величины  $R$  относительно мало изменяются при последовательных поправках. Автор указывает также, что для нахождения распределения потоков в сети достаточно иметь не абсолютные, а относительные значения сопротивления отдельных участков.

Вот, собственно, все что сказано о предлагаемом методе. «Обоснование метода» излагается так. При правильном распределении расходов в кольце  $\sum rQ^n = 0$ . Действительный расход  $Q$  можно выразить через намеченный при предварительном распределении  $Q_0$  так:  $Q = Q_0 + \Delta$  (где  $\Delta$  — требуемая поправка). Тогда:  $rQ^n = r(Q_0^n + nQ_0^{n-1}\Delta + \dots)$ . Если величина  $\Delta$  мала по сравнению с  $Q_0$ , то остальными членами разложения можно пренебречь.

Тогда:  $\sum rQ_0^n = -\sum nrQ_0^{n-1}\Delta$ . Откуда  $\Delta = \frac{\sum rQ_0^n}{n \sum rQ_0^{n-1}}$ .

Несмотря на исключительную краткость изложения, сущность предлагаемого метода может быть из него полностью усвоена.

Автор не дает общей постановки решаемой задачи и теоретических основ расчета многокольцевых сетей, не приводит анализа системы уравнений для отыскания поправочных расходов, не дает анализа сходимости процесса увязки.

По последнему вопросу он пишет: «Сходимость — для практических целей — достаточно (удовлетворительно) быстрая».

Для иллюстрации предложенного метода автор приводит несколько численных примеров. Методом уравнивания напоров решены три примера сетей: одно кольцо, симметричные четырехкольцевая и шестикольцевая сети.

Пример расчета четырехкольцевой сети (Кроссом) приведен на рис. VI.3. Рассматриваются только элементарные кольца. Все записи расчета ведутся на схемах сети, последовательно для каждого исправления. Сопротивления во всех расчетах взяты в условных единицах. В приведенном примере сопротивления всех участков (сторон четырехугольных колец) приняты равными:  $S = 1$ .

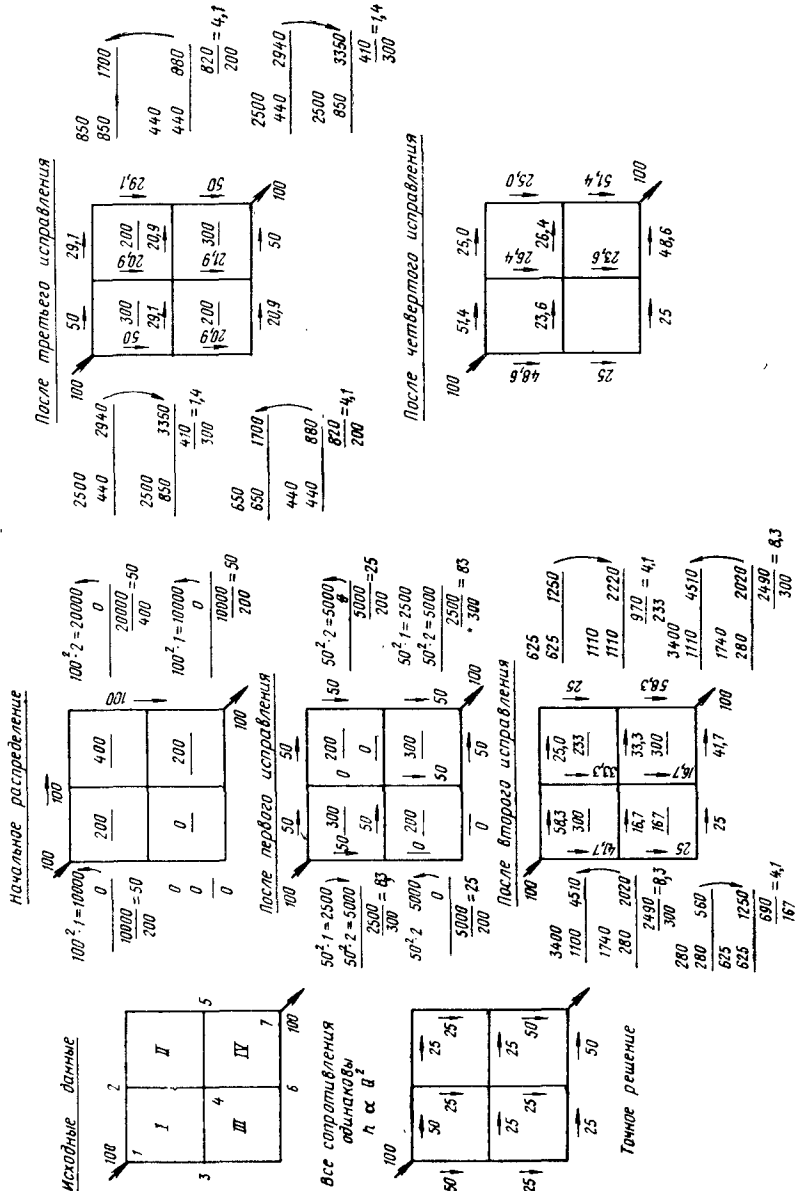


Рис. VI.3

Заданы величины притоков и отборов воды из сети. Узловые отборы воды отсутствуют. Таким образом, сеть работает на пропуск транзитом поданной воды к одной-двум заданным точкам ее отбора. На схемах около соответствующего кольца выписываются потери напора, их суммы и невязка в кольце. Здесь же вычисляются величины  $R$ ,  $\sum R$  и  $\Delta = \frac{\sum h}{\sum R}$ . Суммы  $R$  — под-

черкнутые цифры, расположенные внутри каждого кольца. После четвертого исправления сеть признана увязанной с достаточной точностью. При этом окончательная невязка в отдельных кольцах снизилась по сравнению с начальной в 30—100 раз.

В табл. VI.1 приведена запись того же расчета по методике В. Г. Лобачева (значения  $h^{IV}$  добавлены нами).

Весьма интересно, что автор кроме указанных примеров приводит расчет двух пространственных сетей и дает некоторые (весьма краткие) соображения об особенностях расчета пространственных сетей (см. ниже п. 7).

В статье Х. Кросса кратко изложена также сущность метода «уравнивания расходов», дается схема процедуры расчета и два численных примера. Некоторые соображения автора по этому методу и пример расчета приведены нами в п. 5 настоящей главы.

В заключение своей работы автор приводит обзор некоторых типовых задач, а также излагает свои соображения о возможности распространения предложенного им метода расчета сетей на расчет неустановившихся потоков и решение ряда задач из других областей технической гидродинамики.

Судя по библиографическим данным, Х. Кросс ни в одной из опубликованных им работ не возвращался более к вопросу о расчете сетей.

Профессор В. Г. Лобачев в своей книге [32] (в отличие от Кросса) дал систему линейных уравнений для нахождения поправочных расходов в сети с несколькими кольцами. В работе Лобачева приведены два варианта вывода общих уравнений («математическое обоснование»). Один вывод основан на чисто алгебраической интерпретации II закона Кирхгофа и содержит рассуждения и допущения, аналогичные высказанным Кроссом, с той разницей, что Лобачев строит систему уравнений для сети с учетом взаимного влияния колец. Второй вариант вывода — более общий — основан на разложении в ряд функции  $f(q_{нач} + \Delta q)$ .

В качестве практического метода расчета предлагается использовать для сетей упрощенных зависимостей  $\Delta q = \frac{\Delta h}{2 \sum S q}$  (действительных для отдельных независимых колец) последовательным повторением этой процедуры до достижения желаемой точности расчета.

Таблица VI.4

№ поль- ща	№ участка	S	q	Sq	h=Sq <sup>2</sup>	Δq	q'	Sq'	h'	Δq'
I	1-2	1	100	100	10 000	-50	50	50	+2500	+8,3
	2-4	1	0	0	0	-50+50	0	0	0	+8,3+25
	4-3	1	0	0	0	+50+0	50	50	-2500	-8,3
	3-1	1	0	0	0	+50+0	50	50	-2500	-8,3
				2 ∑ Sq=200	Δh=+10 000	ΔqI=	2 ∑ Sq=300	Δh=-2500	ΔqI'=-	2500
						=				300
						=				=
						=				=
II	2-5	2	100	200	+20 000	-50	50	100	+5000	-25
	5-4	1	0	0	0	+50-50	0	0	0	+25+8,3
	4-2	1	0	0	0	+50-50	0	0	0	+25+8,3
					2 ∑ Sq=400	Δh=+20 000	ΔqII=	2 ∑ Sq=200	Δh=+5000	ΔqII'=-
						=				200
						=				=
						=				=
III	3-4	1	0	0	0	+50	50	50	+2500	-25-8,3
	4-6	1	0	0	0	+50	50	50	+2500	-25-8,3
	6-3	2	0	0	0	+50	0	0	0	+25
							ΔqIII=0	2 ∑ Sq=200	Δh=+5000	ΔqIII'=-
										200
										=
										=
IV	4-5	1	0	0	0	-50+50	0	0	0	+25+8,3
	5-2	1	100	100	10 000	-50	50	50	+2500	+8,3
	7-6	1	0	0	0	+50	50	50	-2500	-8,3
	6-4	1	0	0	0	+50	50	50	-2500	-8,3-25
				2 ∑ Sq=200	Δh=+10 000	ΔqIV=	2 ∑ Sq=300	Δh=-2500	ΔqIV'=-	2500
						=				300
						=				=
						=				=

Продолжение табл. VI.1

№ сель-ца	№ участка	q''		Sg''	h''	Δq''		q'''	Sq'''	h'''	Δq'''		q <sup>IV</sup>	h <sup>IV</sup>
		12	13			14	15				16	17		
I	1-2	58,3	13	14	15	16	17	18	19	20	21			
	2-4	33,3	58,3	+3400	-8,3	50	50	+2500	+1,4	51,4	+2640			
	4-3	16,7	33,3	+1110	-8,3	20,9	20,9	+440	+1,4	26,4	+700			
	3-1	41,7	16,7	-280	+8,3	29,1	29,1	-850	-1,4	23,6	-560			
		41,7	41,7	-1740	+8,3	50	50	-2500	-1,4	48,6	-2400			
			2 ∑ Sg = 300	Δh = +2490	Δq <sup>II</sup> = -300	2 ∑ Sq = 300	Δh = -410	Δq <sup>III</sup> = -410	Δq <sup>IV</sup> = -300	Δh = +380				
II	2-5	25	50	+1250	+4,1	29,1	58,2	+1700	-4,1	25	+1250			
	5-4	33,3	33,3	-1110	-4,1	20,9	20,9	-440	+4,1	26,4	-700			
	4-2	33,3	33,3	-1110	-4,1	20,9	20,9	-440	+4,1	26,4	-700			
			2 ∑ Sg = 233	Δh = -970	Δq <sup>II</sup> = -330	2 ∑ Sq = 200	Δh = +820	Δq <sup>III</sup> = -200	Δq <sup>IV</sup> = -4,1	Δh = -150				
III	3-4	16,7	16,7	+280	+4,1	29,1	29,1	+850	-4,1	23,6	+560			
	4-6	16,7	16,7	+280	+4,1	29,1	29,1	+850	-4,1	23,6	+560			
	6-3	25	50	-1250	-4,1	20,9	41,8	-880	+4,1	25	-1250			
			2 ∑ Sg = 167	Δh = -690	Δq <sup>II</sup> = -690	2 ∑ Sq = 200	Δh = +820	Δq <sup>III</sup> = -820	Δq <sup>IV</sup> = -4,1	Δh = -130				
IV	4-5	33,3	33,3	+1110	-8,3	20,9	20,9	+440	+1,4	26,4	+700			
	5-7	58,3	58,3	+3400	-8,3	50	50	+2500	+1,4	51,4	+2640			
	7-6	41,7	41,7	-1740	+8,3	29,1	29,1	-850	-1,4	23,6	-560			
	6-4	16,7	16,7	-280	+8,3	29,1	29,1	-850	-1,4	23,6	-560			
		2 ∑ Sg = 300	Δh = +2490	Δq <sup>IV</sup> = -300	2 ∑ Sq = 300	Δh = -410	Δq <sup>IV</sup> = -400	Δq <sup>IV</sup> = -300	Δh = +380					

Таким образом, в отношении практического метода предложения Лобачева и Кросса полностью совпадают. Как известно, метод записи расчета, предложенный Лобачевым, иной, чем у Кросса (все записи ведутся в таблицах). Лобачев, так же как и Кросс, вводит в расчет только системы элементарных колец сети. Для метода Лобачева — Кросса характерно, что рассчитываются одновременно все элементарные кольца сети и поправки, полученные в первом туре, вносятся во все кольца для проведения второго (и последующих) тура расчета.

Исследованием процесса сходимости расчета по предложенному методу ни Лобачев, ни Кросс не занимались.

После того как был создан метод расчета Лобачева — Кросса, в огромном числе публикаций по вопросам водоснабжения, включая учебную техническую литературу многих стран, излагаются основы этого метода и даются примеры его практического применения<sup>1</sup>.

В технических журналах США уже через несколько месяцев после выхода в свет работы Кросса стали появляться статьи специалистов (Долянд, Додж, Фэр и др.) с изложением и оценкой этого метода, и предложениями его дальнейших улучшений [55, 56, 60, 61]. Так, Фэр предложил использовать для определения увязочного расхода следующее видоизменение формулы Кросса:

$$\Delta q = \frac{\sum h}{n \sum \frac{h}{q}}$$
, что, по мнению автора, позволяет упростить процесс расчета.

Вообще, со времени опубликования метода появилось много предложений по его улучшению и предложены его различные модификации. Некоторые из них представляют существенный интерес и нашли практическое применение (см. п. 4 настоящей главы).

Одновременно следует отметить, что исследований по вопросам математического анализа сущности метода Лобачева — Кросса, и в частности исследований его сходимости, опубликовано не так уж много.

Широкое использование метода в практике проектирования водопроводных сетей в течение ряда лет не давало серьезных оснований сомневаться в его сходимости. Однако проведение расчета сетей с несколькими источниками питания или нефиксированными отборами (приводимым к пространственным сетям), а также реальных пространственных сетей показало, что расчет

---

<sup>1</sup> В большинстве зарубежных публикаций, где излагается или анализируется метод Лобачева — Кросса, авторы упоминают имя одного Кросса (не будучи очевидно, знакомы с работами Лобачева). В своем докладе Международному конгрессу в Барселоне в 1966 г. (Prof. N. Abramov. *Principes du calcul complexe de systemes d'adduction d'eau par des calculateurs*) мы обратили на это внимание инженерной общественности. Указанный доклад был опубликован в трудах конгресса.

по методу Лобачева — Кросса иногда не дает сходимости. То же было при использовании некоторых модификаций этого метода, например при неудачном выборе системы расчетных контуров (вместо системы элементарных колец).

Ввиду сказанного возникла практическая необходимость надлежащего математического анализа процессов сходимости метода и выявление показателей его сходимости. Из опубликованных исследований в этой области следует упомянуть работы Ш. Дюбян [57—59], К. Као [53], В. Я. Хасилева [44], В. Корте и Х. Фильхабера [64], М. Шерек [66], А. Вибер [67].

Ш. Дюбян отмечает, что метод Кросса, вопреки мнению его автора, в ряде случаев имеет очень медленную сходимость. Эта медленность обуславливается тем, что в этом методе пренебрегается не только членами второго порядка ( $\Delta q^2$ ), но и членами первого порядка ( $\Delta q$  смежных колец). Дюбян также наглядно показал, сколь большое значение для скорости сходимости имеет соотношение величин гидравлических сопротивлений отдельных участков сети. Он приходит к выводу, что метод Кросса в чистом виде (т. е. при рассмотрении системы элементарных колец и при одновременном внесении поправок во все кольца на каждом шаге итерации) всегда дает сходимость при условии, что сеть имеет «один резервуар» и каждый участок сети будет проходиться в каждой итерации не более двух раз. Из сказанного видно, что условия, нарушающие (по Дюбян) сходимость процесса, соответствуют условиям, имеющимся в сетях пространственных или приводимых к таковым. Автор дает в самих работах также ряд предложений по модификации метода Лобачева — Кросса для улучшения его сходимости.

Весьма обстоятельный анализ по тому же вопросу проведен итальянским ученым К. Као [53]. Автор исследовал условия сходимости итерационного процесса, используемого в методе Лобачева — Кросса, исходя из математической сущности и особенностей этого метода и дал возможные показатели сходимости.

Выводы К. Као сводятся в основном к следующему. Итеративный процесс сходится тем быстрее, чем меньше наибольший модуль собственных значений матрицы  $\Phi(x)$ , элементами которой (в применении к процессу Лобачева — Кросса) являются выражения

$$\text{вида } \varphi'(\Delta q) = \delta - \frac{\sum_{IK} \pm S_{ik} q_i^{\beta-1}}{\sum_j S_{ij} q_j^{\beta-1}} \quad (\text{здесь } \delta = 1 \text{ для элементов главной}$$

диагонали матрицы и  $\delta = 0$  для остальных элементов).

В числителе суммируются выражения вида  $S_{ij} q_j^{\beta-1}$  для участков, общих для каждого данного кольца (соответствующего номеру строки матрицы) и смежных с ним колец. Знак слагаемых определяется в зависимости от знаков увязочных расходов (в соответствии с принятым направлением обхода колец). В знаменателе стоит сумма абсолютных значений  $S_{ij} q_j^{\beta-1}$  для данного кольца.

В результате в главной диагонали такой матрицы будут стоять нули. Числители всех других элементов будут симметричными относительно главной диагонали. Например, для сети, приведенной на рис. VI.2, подобная матрица будет иметь вид:

$$\begin{vmatrix} 0 & \frac{(Sq^{\beta-1})_{I-I'}}{\sum (Sq^{\beta-1})_I} & \frac{(Sq^{\beta-1})_{II-I''}}{\sum (Sq^{\beta-1})_I} & 0 \\ \frac{(Sq^{\beta-1})_{I-II}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{II}} & 0 & 0 & \frac{(Sq^{\beta-1})_{II-IV}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{II}} \\ \frac{(Sq^{\beta-1})_{I-III}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{III}} & 0 & 0 & \frac{(Sq^{\beta-1})_{III-IV}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{III}} \\ 0 & \frac{(Sq^{\beta-1})_{II-IV}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{IV}} & \frac{(Sq^{\beta-1})_{III-IV}}{\sum (Sq^{\beta-1})_{IV}} & 0 \end{vmatrix} \quad (VI.10)$$

Легко видеть, что такая матрица может быть получена из матрицы коэффициентов уравнений (VI.76), т. е. из матрицы (VI.11):

$$\begin{vmatrix} \sum (Sq^{\beta-1})_I & (Sq^{\beta-1})_{I-II} & (Sq^{\beta-1})_{I-III} & 0 \\ (Sq^{\beta-1})_{I-II} & \sum (Sq^{\beta-1})_{II} & 0 & (Sq^{\beta-1})_{II-IV} \\ (Sq^{\beta-1})_{I-III} & 0 & \sum (Sq^{\beta-1})_{III} & (Sq^{\beta-1})_{III-IV} \\ 0 & (Sq^{\beta-1})_{II-IV} & (Sq^{\beta-1})_{III-IV} & \sum (Sq^{\beta-1})_{IV} \end{vmatrix}, \quad (VI.11)$$

если все элементы каждой строчки матрицы (VI.11) разделить соответственно на  $\sum (Sq_i^{\beta-1})_I$  и полученные величины вычесть из единицы (для элементов главной диагонали) и из нуля — для остальных элементов.

К. Као предлагает для установления признака сходимости провести суммирование абсолютных величин в отдельных строках матрицы (VI.10) и выбрать наибольшую из этих сумм, затем провести суммирование элементов отдельных столбцов той же матрицы и выбрать наибольшую из них.

Меньшая из этих величин и будет являться признаком сходимости для соответствующей системы уравнений, решаемой методом Кросса — Лобачева. Если эта величина будет меньше единицы, процесс сходится и тем быстрее, чем меньше этот показатель.

То обстоятельство, что анализ элементов матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных увязочных расходах в системе уравнений типа (VI.76), может дать указание на сходимость и быстроту сходимости процесса расчета сети, указывалось рядом исследователей [44, 53, 57, 58, 64, 66].

Весьма подробный анализ вопроса о математических основах методов расчета «гидравлических цепей» и условий сходимости используемых методов последовательного приближения дает



в своих работах В. Я. Хасилев. При его участии (в Сибирском отделении АН СССР) разработан метод «контурных расходов», охватывающий решение задач расчета различных гидравлических сетей, встречающихся в инженерной практике. Метод этот представляет «одну из форм применения метода Ньютона (как и любых его модификаций) к решению системы уравнений цепи с сосредоточенными параметрами» [44] и, следовательно, для расчета водопроводных сетей с сосредоточенными в узлах фиксированными отборами. При построении расчетных уравнений метода контурных расходов использована теорема Максвелла о контурных точках. Основное уравнение имеет вид

$$M^{(n)} \Delta x^{(n+1)} = \frac{1}{2} f^{(n)} x. \quad (\text{VI.12})$$

Здесь в применении к водопроводным сетям:

$\Delta x^{(n+1)}$  — увязочный расход при  $n + 1$  приближении;

$f^{(n)}(x)$  — первая производная основной функции  $h = Sq^{\beta}$  при значениях расходов в  $n$ -м приближении;

$M^{(n)}$  — матрица Максвелла.

На каждом шаге итеративного процесса вектор приращений

$$\Delta x_x^{(n+1)} = \frac{1}{2} [M^{(n)}]^{-1} f_x^{(n)}.$$

Нетрудно видеть, что приведенная выше система линейных уравнений для определения увязочных расходов, построенная Лобачевым (в 1936 г.), полностью вытекает из состава и вида элементов матрицы  $M^{(n)}$ .

В методе Лобачева — Кросса все элементы матрицы, не лежащие на главной диагонали, заменяются нулями и отсюда получается известная формула для определения увязочного расхода

$$\Delta q_I = \frac{\Delta h_I}{\beta \sum (Sq^{\beta-1})_I} \text{ для каждого контура и на каждом шаге итерации.}$$

В. Я. Хасилев полагает, что оценка сходимости процесса увязки кольцевых сетей может быть получена в результате анализа матрицы системы уравнений вида (VI.12).

Сходимость (и быстрота сходимости) процесса зависит от преобладания (и степени преобладания) весов элементов, расположенных на главной диагонали матрицы над остальными элементами. В реальных водопроводных сетях все элементы матрицы зависят от величины расходов и сопротивлений участков. На главной диагонали располагаются суммы произведений  $Sq$  для каждого контура сети, включая независимые линии и участки дерева. Недиagonalные элементы состоят из величин  $Sq$  для отдельных участков сети. Следовательно, элементы главной диагонали преобладают над другими элементами. Это обеспечивает неравенство нулю детерминанта, образуемого матрицей, и сходи-

мость процесса увязки (для сетей плоских и не имеющих фиктивных линий внешних связей).

В. Я. Хасилев делает вывод о сходимости таких сетей исходя из того положения, что соблюдение равенства  $\sum h = 0$  для всех колец сети соответствует наименьшему значению энергии, затрачиваемой на преодоление гидравлических сопротивлений в сети.

В основном методе Лобачева — Кросса, где используется грубо приближенное определение величин увязочных расходов, ньютоновский процесс сходимости в решении нелинейных уравнений тормозится. Поэтому сходимость процесса увязки по этому методу относительно медленная.

В заключение интересно отметить, что получаемое в процессе увязки кольцевых сетей распределение потоков воды по участкам кольцевой сети соответствует наименьшей затрате энергии на преодоление сил трения при движении воды [1, 36].

Действительно, для любого участка сети эта энергия  $\mathcal{E}_\tau$  может быть выражена так:  $\mathcal{E}_\tau = q_i h_i = S_i q_i^2$  (при квадратичном законе сопротивления).

Для каждого элементарного кольца сети (так же как и для любого ее замкнутого контура) расходы всех входящих в него

участков могут быть выражены через расход одного произвольно выбранного участка и через заданные узловые отборы воды.

Так, например, для кольца сети (рис. VI.4) можно выразить все расходы  $q_i$  через расход участка 1—2 ( $q_{1-2}$ ):

$$q_{2-3} = q_{1-2} - (Q_{II} + q_{2-n});$$

$$q_{4-3} = (Q_{III} + q_{3-m} + q_{3-p} - q_{2-3} - (Q_{II} + Q_{III}) + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p}) - q_{1-2};$$

$$q_{1-4} = (Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV}) + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p} + q_{4-k}) - q_{1-2}.$$

Здесь величины  $Q_I$ ,  $Q_{II}$  и  $Q_{III}$  представляют собой заданные узловые отборы воды из сети, а величины  $q_{2-n}$ ,  $q_{3-m}$ ,  $q_{3-p}$  и  $q_{4-k}$  — расходы, подаваемые от узлов 2, 3 и 4 в участки смежных колец; эти расходы независимы от  $q_{1-2}$  и определяются заданными величинами отборов в других узлах сети.

Полная величина энергии, расходуемой в рассматриваемом кольце на преодоление сил трения, выраженная в функции одного расхода  $q_{1-2}$ , будет:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\tau = & S_{1-2} q_{1-2}^2 + S_{2-3} [q_{1-2} - (Q_{II} + q_{2-n})]^2 + S_{4-3} [(Q_{II} + Q_{III} + \\ & + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p}) - q_{1-2})^2 + S_{1-4} [(Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV}) + \\ & + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p} + q_{4-k}) - q_{1-2}]^2. \end{aligned}$$

Экстремальное значение  $\mathcal{E}_T$  может быть найдено из уравнения

$$\frac{d\mathcal{E}_T}{dq_{1-2}} = 0 \quad \text{или} \quad 3S_{1-2}q_{1-2}^2 + 3S_{2-3} \times \\ \times [q_{1-2} - (Q_{II} + q_{2-n})]^2 - 3S_{4-3} [(Q_I + Q_{II}) + \\ + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p}) - q_{1-2}]^2 - 3S_{1-4} [(Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV}) + \\ + (q_{2-n} + q_{3-m} + q_{3-p} + q_{4-k}) - q_{1-2}]^2 = 0.$$

Подставляя сюда вместо квадратных скобок величины  $q_{2-3}$ ,  $q_{3-4}$  и  $q_{1-4}$ , получим:

$$S_{1-2}q_{1-2}^2 + S_{2-3}q_{2-3}^2 - S_{4-3}q_{4-3}^2 - S_{1-4}q_{1-4}^2 = 0, \quad (\text{VI.13})$$

т. е. выражение II закона Кирхгофа для рассматриваемого кольца. Вторая производная

$$\frac{d^2\mathcal{E}_T}{(dq_{1-2})^2} = 6(S_{1-2}q_{1-2} + S_{2-3}q_{2-3} + S_{4-3}q_{4-3} + S_{1-4}q_{1-4}).$$

Эта величина всегда положительна. Следовательно, полученное выражение (VI.13), т. е. распределение расходов воды по участкам кольца, соответствует наименьшей величине энергии, расходуемой на преодоление сил трения при движении воды.

#### 4. МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЛОБАЧЕВА — КРОССА И ДРУГИЕ МЕТОДЫ УВЯЗКИ КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЕЙ

Указанная выше относительная медленность процесса увязки кольцевых сетей при использовании метода Лобачева — Кросса в «чистом виде», т. е. при одновременной увязке всей системы элементарных колец и с определением поправок к расходам по упрощенной формуле  $\Delta q_I = \frac{\Delta h_I}{\beta \sum (S q^{\beta-1})_I}$ , вызвала ряд попыток улучшения этого метода и создания его модификаций, улучшающих процесс увязки.

Прежде всего, естественно, возникает вопрос о возможности решения (до конца) системы линейных уравнений (VI.76) относительно  $\Delta q_I$  на каждом шаге итеративного решения основной нелинейной системы, тогда как в методе Лобачева — Кросса в каждом шаге приближения решение системы линейных уравнений для определения поправок (к расходам) осуществляется грубо приближенно.

Это, очевидно, потребует увеличения времени, затрачиваемого на каждый шаг итеративного процесса. Однако получаемые таким образом значения поправок  $(\Delta q)_I$  будут значительно точнее, чем

при использовании упрощенных формул, и, следовательно, число требуемых итераций значительно сократится. В. Я. Хасилев, проводивший подобные расчеты на машинах типа БЭСМ, получил сокращение числа итераций в 10—15 раз [44].

Следует учитывать также то, что (как отмечает В. Я. Хасилев) достоинством указанного метода решения является гарантированная сходимость процесса расчета для всех типов сетей при различных условиях ее питания. К этому же выводу приходит Ш. Дюбян [57; 59].

Алгоритм решения системы линейных уравнений был использован А. Я. Ласисом [29] для увязки водопроводных сетей путем нахождения значений поправочных расходов  $\Delta q$ . Этот алгоритм обеспечивает достаточно быструю сходимость. По указанному алгоритму разработана программа для машины БЭСМ-2.

Для ускорения процесса увязки сетей предложен ряд мероприятий по усовершенствованию и видоизменениям метода Лобачева — Кросса. Большинство их можно разделить на две группы.

Первая группа предусматривает вместо увязки всех  $n$  элементарных колец сети увязку системы  $n$  специально выбранных расчетных контуров, что может ускорить процесс увязки. В число таких контуров могут входить и элементарные кольца и контуры, охватывающие группы элементарных колец.

Вторая группа предложений по улучшению процесса увязки кольцевых сетей предусматривает замену одновременного внесения поправок во все расчетные контуры (кольца) на каждом шаге увязки путем последовательного внесения поправок в такие контуры, увязка которых может дать наибольший возможный положительный эффект. Этот же прием может быть использован и при расчете системы элементарных колец.

Наконец, некоторые исследователи рекомендуют комбинированное использование указанных приемов.

Следует отметить, что на быстроту сходимости при использовании любых методов увязки существенно влияет выбор системы контуров, а также то, сколь удачно (близко к истинному) намечены начальные значения величин расходов воды в участках сети (т. е. тех величин, которые в дальнейших расчетах принимаются за первые приближенные значения искомым неизвестных величин).

## **А. Выбор системы расчетных контуров**

Рассмотрим соображения и рекомендации, относящиеся к мероприятиям первой группы. Многими исследователями, а также инженерами, занимавшимися практическими расчетами кольцевых сетей, неоднократно отмечалось, что процесс увязки идет медленнее в сетях, отдельные участки которых имеют сильно разнящиеся

величины гидравлических сопротивлений (т. е. имеют весьма различные длины или диаметры).

Соображения о рациональном выборе расчетных контуров и его влиянии на процесс увязки сетей подробно изложен в 1947 г. в мемуаре французского исследователя Ш. Дюбян [57]. Примерно к тем же выводам пришли (в 1962 г.) американцы Войлс и Вилке [69].

Установлено, что наиболее быстрая сходимость увязки может быть достигнута при условии, что сумма гидравлических сопротивлений участков, являющихся смежными (общими) для контуров выбранной системы, будет наименьшей. Таким образом, общими для расчетных контуров должны служить преимущественно участки, имеющие относительно малые величины гидравлических сопротивлений.

Методы выбора системы  $n$  независимых расчетных контуров для сети, подлежащей расчету, были в некоторой степени рассмотрены в главе IV.

В тех случаях, когда в рассчитываемой сети выделяется дерево и образуется «фундаментальная сеть» контуров (см. п. 4 главы IV), очевидно, целесообразно включить в дерево участки, имеющие относительно малые сопротивления, так как участки дерева при образовании фундаментальной системы контуров превращаются в общие участки смежных контуров. Иначе говоря, при образовании дерева из сети должны удаляться (приниматься за независимые линии) по возможности те участки, которые имеют большие гидравлические сопротивления.

Анализ влияния такого выбора системы расчетных контуров на процесс сходимости увязки кольцевых сетей приводится в работах Ш. Дюбян [57], В. Хасилева [44], К. Као [53], Корте и Фильхабера [64]. Авторы названных работ отмечают, что если общие участки расчетных контуров имеют малые величины гидравлических сопротивлений, то соответствующие им элементы матрицы системы линейных уравнений, располагающиеся вне ее главной диагонали, будут относительно малы и превалирующее значение приобретают элементы главной диагонали, что обеспечивает лучшую и быструю сходимость.

Одновременно Ш. Дюбян справедливо указывает, что выбор системы расчетных контуров увязки должен производиться весьма обдуманно, так как он может (при неудачном решении вопроса) повлечь снижение и даже нарушение сходимости.

В упомянутой работе [53] К. Као использует предложенные им признаки сходимости расчета для оценки и выбора системы расчетных контуров сети.

Рассматривается пример простейшей трехкольцевой сети (рис. VI.5, а). Для нее общее число возможных различных замкнутых контуров составляет семь (рис. VI.5, б). Число возможных систем расчетных контуров из 7 по 3 равно  $C_7^3 = 35$ . Анализ этих систем показал, что шесть систем не охватывают всех участков

сети, а потому они отпадают. Остальные 29 комбинаций подвергнуты тщательному анализу: для них вычислены признаки сходимости и проведен расчет по методу Лобачева — Кросса (на машине IBM-1620). Наиболее быстрая сходимость была получена для четырех комбинаций.

Начальное распределение расходов (см. рис. VI.5, а) показано с округлением их значений до целых чисел (в л/сек).

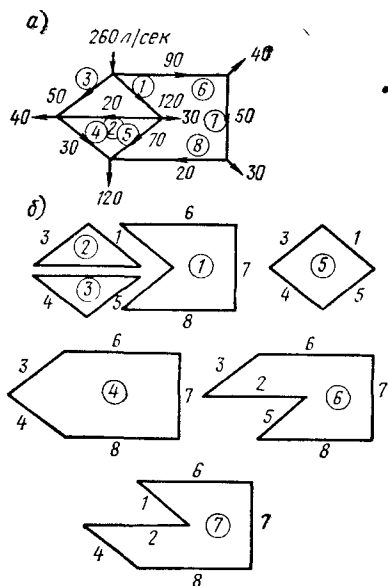


Рис. VI.5

Цифры у стрелок означают расходы воды в л/сек, цифры в кружках на фиг. а — номера участков, а цифры на фиг. б — номера контуров

Для восьми систем этот метод не дал сходимости.

Для оценки сходимости отдельных систем контуров К. Као применил предложенный им приближенный метод «локализационных радиусов», который дает все же возможность выбирать наилучшие комбинации, т. е. требующие наименьшего числа итераций.

Интересно отметить, что в четырех из названных комбинаций, не давших сходимости, — участок 3, имеющий наибольшее гидравлическое сопротивление, является общим для трех контуров; в трех других таких же комбинациях участок 8, имеющий также одно из наибольших сопротивлений, принадлежит тоже трем контурам.

Оказалось также, что в число наилучших систем попала комбинация из трех элементарных колец сети. Автор отмечает, что такая система может иногда ока-

заться в числе наиболее быстро сходящихся, но может и давать иногда весьма медленную сходимость.

На большое влияние надлежащего выбора контуров увязки на быстроту сходимости процесса увязки указал М. М. Андрияшев в своих первых работах, опубликованных в 1932 г. [6], когда еще практически не существовало теории сколько-нибудь стройных методов расчета кольцевых сетей. Автор рекомендовал ряд приемов, ускоряющих увязку сети; эти приемы относятся и к первой, и ко второй группе названных нами мероприятий.

Все предложения М. М. Андрияшева в его ранних публикациях относятся, разумеется, к ручному расчету. Он рекомендовал производить на основе анализа результатов расчета сети по первоначально принятому распределению расходов проведение увязочных расходов по укрупненным контурам, охватывающим группы смежных элементарных колец сети с невязками одинакового

знака. Это давало быстрое снижение невязок во всей сети. При этом автор предусматривал возможность разветвления пути увязочного расхода для того, чтобы обходить обе ветви контура, в котором потери напора (в результате предыдущей итерации) не сильно различались между собой. Этот прием позволял при перераспределении расходов с перегруженных ветвей на недогруженные не нарушать баланса потерь напора в тех контурах (кольцах), где он уже был достигнут.

На рис. VI.6 показан пример проведения поправочных расходов по укрупненным контурам при расчете 16-кольцевой сети,

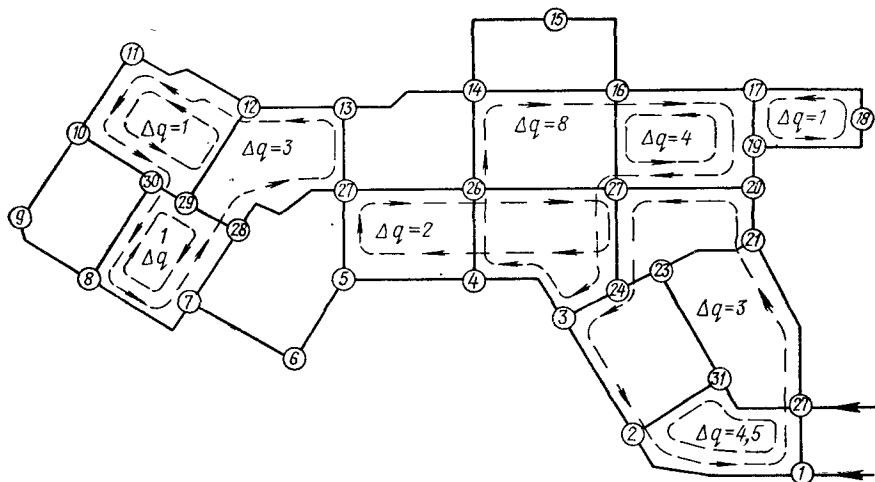


Рис. VI.6

Значения  $\Delta q$  приведены в л/сек

выполненный М. Поспеловой [4]. После первоначального распределения расходов невязки в некоторых кольцах достигали 5,5 м. Увязочные расходы (поправки) были введены в четыре укрупненных контура, объединявших каждый по несколько элементарных колец с одинаковыми знаками невязок. Численные значения увязочных расходов (поправок) определялись по весьма простой приближенной формуле, предложенной Андрияшевым и представляющей разновидность формулы Лобачева — Красса. Если принять в последней среднее значение расходов  $q_{\text{ср}}$  для всех участков, включенных в рассматриваемый контур, и умножить на него числитель и знаменатель формулы, то получим

$$\Delta q = \frac{\Delta h}{2 \sum S q_{\text{ср}}} \cdot \frac{q_{\text{ср}}}{q_{\text{ср}}} = \frac{q_{\text{ср}} \Delta h}{2 \sum h} *$$

\* Принималась квадратичная зависимость  $h$  от  $q$ .

После внесения в расчет четырех указанных поправочных расходов для окончательной увязки сети с требуемой точностью потребовалось «доувязать» дополнительно лишь пять (показанных на рис. VI.6) элементарных колец.

М. М. Андрияшевым [7] был также предложен весьма простой и эффективный прием, получивший название метода пробных увязок. Он основан на том факте, что при проведении увязочных расходов сумма  $\sum Sq$  меняется для данного контура (кольца) незначительно. Приняв эту величину постоянной в формуле  $\Delta q = \frac{\Delta h}{2 \sum Sq}$ , получим, что  $\Delta q / \Delta h = \text{const}$ . Определив эту величину

по какой-либо «пробной увязке», как  $\frac{\Delta q_0}{\Delta h_0} = A$ , будем иметь возможность для любой величины невязки  $\Delta h$  определить для данного контура величину требуемой поправки  $\Delta q = A \Delta h$ .

Предложенные М. М. Андрияшевым приемы в течение многих лет широко и с успехом используются в наших проектных организациях и дают при ручных расчетах значительное ускорение и облегчение процесса увязки кольцевых сетей.

Вопрос о рациональном выборе системы контуров увязки кольцевой сети рассматривается также в работе Курте и Фильхабера [64]. Авторы рекомендуют выбирать такую систему путем надлежащего выбора дерева (с учетом всех отмеченных выше соображений о выключении участков с большими гидравлическими сопротивлениями) и образования на базе дерева «фундаментальной системы» расчетных контуров.

Трудности, возникающие при увязке (по методу Лобачева — Кросса) кольцевых сетей с сильно разнящимися величинами гидравлических сопротивлений отдельных участков, могут оказаться весьма большими.

Это было наглядно продемонстрировано на одном простом эксперименте, проведенном Л. Ф. Мошным. Для сети, показанной на рис. VI.7, при одновременной увязке ее двух элементарных колец потребовалось 477 последовательных приближений, тогда как, увязывая совместно одно из колец и объемлющий контур, сеть удалось увязать со второй попытки.

Принцип выбора системы расчетных контуров для ускорения увязки сети отражен в ряде программ и с успехом используется для расчета кольцевых сетей на ЭЦВМ.

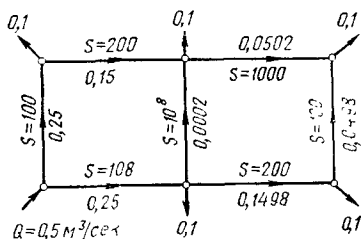


Рис. VI.7



## Б. Последовательное внесение поправок в расчетные контуры

Второй принципиальный путь улучшения условий гидравлической увязки кольцевых сетей состоит в замене одновременной увязки (т. е. одновременного внесения поправок в отдельные элементарные кольца сети или во все расчетные контуры выбранной системы) последовательным внесением поправок в отдельные кольца или контуры.

Говоря о математическом смысле этой операции, Ш. Дюбян считает, что здесь, по существу, имеет место замена метода Якоби методом Гауса — Зейделя. Как известно, метод Зейделя предусматривает, что при вычислении  $(p + 1)$ -го значения неизвестных  $x_i$  учитываются вычисленные ранее  $(p + 1)$ -е значения остальных неизвестных системы, полученные на данном шаге итеративного процесса. Использование этого метода дает обычно улучшение процесса сходимости.

Соображения о целесообразности использования метода последовательного внесения поправок в распределение расходов подробно излагается в работе Ш. Дюбяна [57, 58]. Как он пишет, «в методе последовательных поправок» при расчете каждого кольца принимаются во внимание поправки, приносимые каждым кольцом, уже рассчитанным в данной итерации».

В. Я. Хасилев [44], используя метод последовательных поправок для расчета кольцевых сетей на ЭЦВМ, считает, что при этом «длительность счета по сравнению с увязочным методом (имеется в виду классический метод Лобачева — Кросса) не сколько возрастает, но устойчивость сходимости гарантируется».

Как было показано, М. М. Андрияшев, начиная со своих первых работ (с 1932 г.), использовал последовательное внесение поправок в отдельные расчетные контуры [6, 7].

В программе для расчета кольцевых сетей на машине «Урал-II», составленной под руководством Л. Ф. Мошнина, также предусматривается последовательное введение поправок в те кольца, которые в данной итерации имеют наибольшие невязки.

После опубликования метода Лобачева — Кросса были в разное время сделаны (и продолжают делаться) различные предложения по его видоизменению и усовершенствованию. Некоторые из них заслуживают внимания. Так, в 1965 г. М. П. Васильченко [40] предложил систему проведения увязки сетей, использующую формулы для определения поправочных расходов в кольцах с учетом (по возможности более полно) влияния смежных колец сети.

Формулы Васильченко могут быть легко получены, если все уравнения системы (VI.76) (при  $\beta = 2$ ) разделить почленно на

соответствующие величины  $2\sum (Sq)_I$ . В результате получим систему:

$$\left. \begin{aligned} \Delta q_I + \frac{(Sq)_{2-9}}{\sum (Sq)_I} \Delta q_{II} + \frac{(Sq)_{9-6}}{\sum (Sq)_I} \Delta q_{III} + 0 &= \frac{\Delta h_I}{2 \sum (Sq)_I}; \\ \frac{(Sq)_{2-9}}{\sum (Sq)_{II}} \Delta q_I + \Delta q_{II} + 0 + \frac{(Sq)_{4-9}}{\sum (Sq)_{II}} \Delta q_{IV} &= \frac{\Delta h_{II}}{2 \sum (Sq)_{II}}; \\ \frac{(Sq)_{6-9}}{\sum (Sq)_{III}} \Delta q_I + 0 + \Delta q_{III} + \frac{(Sq)_{9-8}}{\sum (Sq)_{III}} \Delta q_{IV} &= \frac{\Delta h_{III}}{2 \sum (Sq)_{III}}; \\ 0 + \frac{(Sq)_{4-9}}{\sum (Sq)_{IV}} \Delta q_{II} + \frac{(Sq)_{9-8}}{\sum (Sq)_{IV}} \Delta q_{III} + \Delta q_{IV} &= \frac{\Delta h_{IV}}{2 \sum (Sq)_{IV}}. \end{aligned} \right\} \text{(VI.14)}$$

В правой части этих уравнений стоят величины «собственных» (как их называет автор) поправочных расходов соответствующего

кольца. Величины  $\frac{(Sq)_{ik}}{\sum (Sq)_I}$  М. П. Васильченко называет коэффициентами влияния кольца для отдельных его участков. Так,  $K_{JK} = \frac{(Sq)_{ik}}{\sum (Sq)_I}$  — коэффициент влияния кольца  $I$  в отношении

участка  $ik$ , разделяющего кольца  $J$  и  $K$ , и  $K_{JK} = \frac{(Sq)_{ik}}{\sum (Sq)_k}$  — коэффициент влияния смежного кольца  $K$  в отношении того же участка  $ik$ .

Проведя соответствующую подстановку, получим следующую систему линейных уравнений (для сети, приведенной на рис. VI.1) относительно «полных» поправочных расходов  $\Delta q^0$ , т. е. таких поправочных расходов, которые учитывают влияние смежных колец.

$$\begin{aligned} \Delta q_I^0 + K_{I-II} \Delta q_{II}^0 + K_{I-III} \Delta q_{III}^0 + 0 &= \Delta q_I; \\ K_{II-I} \Delta q_I^0 + \Delta q_{II}^0 + 0 + K_{II-IV} \Delta q_{IV}^0 &= \Delta q_{II}; \\ K_{III-I} \Delta q_I^0 + 0 + \Delta q_{III}^0 + K_{III-IV} \Delta q_{IV}^0 &= \Delta q_{III}; \\ 0 + K_{IV-III} \Delta q_{III}^0 + K_{IV} \Delta q_{II}^0 + \Delta q_{IV}^0 &= \Delta q_{IV}. \end{aligned}$$

Величины «собственных» поправочных расходов  $\Delta q_I$  для всех колец сети после первого распределения расходов определяются по формулам Лобачева и являются известными. Для нахождения величин  $\Delta q_I^0$  необходимо решение системы уравнений. Автор предлагает находить величины  $\Delta q_I^0$  итеративным путем, используя приближенные формулы

$$\Delta q_I^0 = \frac{\Delta q_I + K_{IL} \Delta q_L^0 + K_{iM} \Delta q_M^0 + K_{LN} \Delta q_N^0 + \dots}{1 - K_{IL} K_{LI} + K_{LM} K_{MI} + K_{IN} K_{NI}},$$

где  $L, M, N$  — номера колец, смежных с рассматриваемым кольцом  $J$ .

Эта формула учитывает влияние на  $\Delta q_j^0$  только колец, смежных с данным, и не учитывает влияния других колец, передаваемого через смежные.

Автор считает, что его метод дает некоторую экономию в вычислительной работе по сравнению с методом Лобачева.

Метод Васильченко основан на правильных предпосылках и может быть использован для увязки кольцевых сетей. Однако он вряд ли имеет преимущества по сравнению с методом Лобачева. Предложение Васильченко требует использования разнородных расчетных операций, тогда как метод Лобачева — Кросса отличается исключительной простотой и равномерностью проводимых расчетных процедур. В этом состоит одно из основных достоинств метода Лобачева — Кросса, нашедшего столь повсеместное и широкое распространение в мировой практике.

## 5. УВЯЗКА КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЕЙ МЕТОДОМ УРАВНИВАНИЯ РАСХОДОВ

Увязка кольцевых сетей может, вообще говоря, осуществляться по двум принципам в зависимости от того, что принимать за главные (основные) неизвестные — расходы или напоры (потери напора). При этом нахождение одной группы неизвестных позволяет единственно возможным образом найти другую группу неизвестных; каждое неизвестное одной группы связано простейшим соотношением с соответствующим неизвестным другой группы.

Эта возможность была указана еще Кроссом при создании им рассмотренного выше метода увязки и предусматривается в основном методе Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.

В п. 3 настоящей главы рассмотрены теоретические основы и приемы увязки сетей по первому методу — методу «уравнивания напоров».

Второй метод, в котором за главные неизвестные принимаются напоры, известен как метод «уравнивания расходов».

В первом методе ищутся неизвестные расходы участков  $q_{ik}$  (числом  $p$ ). При истинных значениях расходов удовлетворяются «кольцевые» («контурные») уравнения  $\sum S_{ik} q_{ik}^B = 0$  (числом  $n$ ). Одновременно величины расходов должны удовлетворять «узловым» уравнениям  $\sum q_{ik} + Q_i$  (числом  $m - 1$ ) при заданной величине подачи воды в сеть. В процессе увязки последние равенства удовлетворяются при каждой итерации, т. е. соблюдается постоянно неразрывность потока и постепенно «балансируются» потери напора в кольцах (восстанавливается неразрывность потенциала).

Во втором методе ищутся неизвестные потери напора  $h_{ik}$  (числом  $p$ ). Их истинному значению удовлетворяют «узловые» уравне-

ния  $\sum \Pi_{ik} h_{ik}^{1/\beta}$ , равные нулю. Число таких уравнений  $m - 1$ . Одновременно величины потерь напора должны удовлетворять контурным уравнениям  $\sum h_{ik} = 0$  (числом  $n$ ). В процессе увязки последние равенства постоянно удовлетворяются при каждой итерации, т. е. постоянно соблюдается неразрывность пьезометрической линии (потенциала) и постепенно «балансируются» расходы участков в каждом узле (восстанавливается неразрывность потока).

Число неизвестных и уравнений одинаково для обоих методов так же, как и общее число уравнений.

Ниже приводится математическая формулировка задачи увязки сетей по методу уравнивания расходов и даются пути ее практического решения.

Искомые значения величин потерь напора  $h_i$ , принятых в качестве главных неизвестных, могут быть найдены путем решения системы нелинейных уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_I(h_1, h_2, \dots, h_p) &= 0; \\ \varphi_{II}(h_1, h_2, \dots, h_p) &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \varphi_{m-1}(h_1, h_2, \dots, h_p) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (VI.15)$$

написанных для  $m - 1$  узлов сети. В уравнение каждого узла входят потери напора лишь тех участков, которые примыкают к данному узлу. При заданной величине подачи воды в сеть числа таких уравнений будет  $m - 1$ .

Выбрав за приближенные значения  $h_{ik}$  те их значения, которые соответствуют заданной разности напоров в начальной и конечной точке системы или были получены при первом удовлетворении равенства  $\sum h_{ik} = 0$  в кольцах, дадим им приращения  $\Delta h_{ik}$ .

Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \varphi_I(h_1 + \overline{\Delta h}_1, h_2 + \overline{\Delta h}_2, \dots, h_p + \overline{\Delta h}_p) &= 0; \\ \varphi_{II}(h_1 + \overline{\Delta h}_1, h_2 + \overline{\Delta h}_2, \dots, h_p + \overline{\Delta h}_p) &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \varphi_{m-1}(h_1 + \overline{\Delta h}_1, h_2 + \overline{\Delta h}_2, \dots, h_p + \overline{\Delta h}_p) &= 0. \end{aligned}$$

После разложения функций  $\varphi_j$  в ряд и учитывая два первых члена разложения, получим:

$$\begin{aligned} \varphi_I(h_1, h_2, \dots, h_p) + \left( \overline{\Delta h}_1 \frac{\partial \varphi_I}{\partial h_1} + \overline{\Delta h}_2 \frac{\partial \varphi_I}{\partial h_2} + \dots + \overline{\Delta h}_p \frac{\partial \varphi_I}{\partial h_p} \right) &= 0; \\ \varphi_{II}(h_1, h_2, \dots, h_p) + \left( \overline{\Delta h}_1 \frac{\partial \varphi_{II}}{\partial h_1} + \overline{\Delta h}_2 \frac{\partial \varphi_{II}}{\partial h_2} + \dots + \right. \\ \left. + \overline{\Delta h}_p \frac{\partial \varphi_{II}}{\partial h_p} \right) &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\varphi_{m-1}(h_1, h_2, \dots, h_p) + \left( \overline{\Delta h_1} \frac{\partial \varphi_{m-1}}{\partial h_1} + \overline{\Delta h_2} \frac{\partial \varphi_{m-1}}{\partial h_2} + \dots + \overline{\Delta h_p} \frac{\partial \varphi_{m-1}}{\partial h_p} \right) = 0.$$

Первые члены уравнений дают величины  $\varphi_I$  при начальных значениях  $h_{ik}$ . В явном виде функция  $\varphi_I$  представляет невязку

расходов в узле  $I$ :  $\Delta(q)_I = \sum (P_{ik} h_{ik}^{\frac{1}{\beta}})_I + Q_I$  [где  $Q_I$  — фиксированный отбор в узле  $I$ ;  $P_{ik} = \left(\frac{1}{S_{ik}}\right)^{\frac{1}{\beta}}$  — проводимости участков  $ik$ , примыкающих к узлу  $I$ ;  $S_{ik}$  — их гидравлические сопротивления]. При квадратичном законе сопротивления  $q_{ik} = P_{ik} h_{ik}^2$  и  $P_{ik} = \sqrt{\frac{1}{S_{ik}}}$ . Производные  $\frac{\partial \varphi}{\partial h_{ik}} = \frac{1}{\beta} P_{ik} h_{ik}^{\frac{1}{\beta}-1}$ ; при квадратичной зависимости  $h$  от  $q$ :  $\frac{\partial \varphi}{\partial h_{ik}} = \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}}$ .

Аналогично приему, использованному в расчете по методу уравнивания напоров, заменим в написанной системе уравнений величины  $\overline{\Delta h_{ik}}$  участками величинами  $\overline{\Delta H}_I$  поправок к напорам в узлах сети. Величина поправки  $\overline{\Delta h_{ik}}$  каждого участка может быть выражена через  $\Delta H$  ограничивающих его узлов; так,  $\overline{\Delta h_{ik}} = \Delta H_I - \Delta H_K$ .

Произведя такую замену в рассматриваемой системе уравнений (одновременно с некоторой перегруппировкой их членов), подставив вместо  $\varphi_I(h_{ik})$  их значения через невязки расходов и перенося последние в правые части уравнений, получим:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{2} \sum P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_I \Delta H_I + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{K_1} \Delta H_{K_1} + \\ & \quad + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{L_1} \Delta H_{L_1} + \dots = -\Delta q_I; \\ & \left( \frac{1}{2} \sum P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{II} \Delta H_{II} + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{K_2} \Delta H_{K_2} + \\ & \quad + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{L_2} \Delta H_{L_2} + \dots = -\Delta q_{II}; \\ & \dots \dots \dots \\ & \left( \frac{1}{2} \sum P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{m-1} \Delta H_{m-1} + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{K_{m-1}} \Delta H_{K_{m-1}} + \\ & \quad + \left( \frac{1}{2} P_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}} \right)_{L_{m-1}} \Delta H_{L_{m-1}} + \dots = -\Delta q_{m-1}. \end{aligned}$$

Знаки здесь приняты условно для случая, когда при начальном потокораспределении все «положительные» ветви сети оказались перегруженными.

Первый член каждого уравнения этой системы содержит искомую поправку к напору данного узла  $\Delta H_I$ ; коэффициентом при ней является полусумма выражений  $\Pi_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}}$ , распространенная на все участки, которые примыкают к данному узлу  $I$ . Остальные члены каждого уравнения содержат искомые поправки  $\Delta H$  в узлах, соседних с данным; коэффициентами при них являются величины  $\frac{1}{2} \Pi_{ik} h_{ik}^{-\frac{1}{2}}$ , относящиеся к участкам, которые соединяют узел  $I$  с соответствующим соседним узлом.

Решение этой системы уравнений дает значения поправок напоров в узлах  $\Delta H_I$ ; по исправленным  $H_I$  могут быть найдены и величины потерь напора в участках и соответствующие исправленные величины расходов с тем, чтобы удовлетворялись уравнения баланса расходов в узлах при одновременном удовлетворении баланса напоров в кольцах.

Если для решения этой системы уравнений применить тот же итерационный метод Лобачева — Кросса, то, отбросив все члены уравнений, содержащих поправки напора в смежных узлах, получим единую формулу для нахождения поправок напоров в каждом узле:

$$\Delta H_I = \frac{\Delta q_I}{\frac{1}{\beta} \sum \left( \Pi_{ik} h_{ik}^{1-\frac{1}{\beta}} \right)_I}. \quad (\text{VI.16})$$

Решение получается путем последовательного внесения поправок, получаемых по этой формуле, и постепенного уточнения значений потерь напора и расходов.

Если принять квадратичную зависимость  $h$  от  $q$  и выразить проводимость участков  $\Pi_{ik}$  через гидравлические сопротивления  $S_{ik}$ , то получим следующее выражение для поправки узлового напора:

$$\Delta H_I = \frac{2 \Delta q_I}{\sum \frac{1}{S_{ik} q_{ik}}}. \quad (\text{VI.16a})$$

Для использования обоих методов увязки необходимо принимать (иметь, задаваться) начальные значения неизвестных. При пользовании методом уравнивания напоров необходимо задаваться некоторыми начальными значениями расходов воды в участках сети. Это в наибольшей степени соответствует обычной практической постановке задачи расчета. Обычно (для внутренней увязки) отборы во всех точках и суммарная подача воды в сеть являются заданными для рассматриваемых расчетных случаев и остаются неизменными в течение процедуры каждой увязки.

Начальное потокораспределение назначается в соответствии с этими фиксированными отборами и притоками и с учетом условий надежности системы. При этом, естественно, соблюдаются условия баланса расходов в узлах, удовлетворяемые на каждом шаге итерационного процесса. В результате увязки получаются истинные значения расходов участков и соответствующие им величины потерь напора, удовлетворяющие условиям  $\sum h_{ik} = 0$ .

В результате такого расчета мы получаем лишь разности пьезометрических отметок в узлах сети, а не сами отметки. Последние могут быть получены, если задаться (знать) пьезометрической отметкой (напором) в одном из узлов сети. Практически эта величина задается для «критических» узлов сети в соответствии с требуемым в них свободным напором. Тогда может быть определен и напор в точке подачи воды в сеть. Так поступают при проведении «внутренней увязки» сети с механической подачей воды, пока еще не выбран тип насоса.

Начальное потокораспределение позволяет также выбрать величины диаметров труб, т. е. получить величины гидравлических сопротивлений участков, без чего не может быть осуществлен расчет сети.

Для использования метода уравнивания расходов необходимо назначение начальных потерь напора в участках сети (или напоров в узлах). В системах с механической подачей воды это практически трудно сделать, так как для такого назначения нет достаточных оснований.

Иначе обстоит дело в системах с заданным располагаемым напором, т. е. для систем гравитационных или систем с уже имеющейся насосной станцией. В подобных случаях есть возможность наметить (ориентировочно) величины пьезометрических отметок (напоров) в промежуточных узлах сети для определения потерь напора и соответствующих им расходов в участках сети. При этом фиксированными на весь процесс увязки сети остаются лишь заданные величины начального и конечного напоров, т. е. общий располагаемый напор в сети (для принятых гидравлических сопротивлений).

Принятая в начале расчета схема распределения узловых напоров определяет начальные значения потерь напора в участках и (при известных гидравлических сопротивлениях) соответствующие значения расходов.

Но если гидравлические сопротивления участков заранее неизвестны, то и при этом методе увязки необходимо задаваться начальным потокораспределением (хотя бы приближенно), чтобы определить диаметры и сопротивления элементов сети. Отсюда возникает возможность следующего порядка ведения расчета по методу уравнивания расходов для сетей, где величина располагаемого напора не задана.

Назначается начальное распределение потоков воды по сети, определяют первоначальные значения расходов воды в участках,

соблюдая точно или приближенно условия  $\sum q_{ik} + Q_I^1 = 0$ , и по величинам  $q_{ik}$  выбирают диаметры труб и вычисляют потери напора  $h_{ik}$ .

Вычисляют величины невязок  $\sum h_{ik}$  во всех кольцах, после чего производят перераспределение (изменение величин) потерь напоров в участках так, чтобы во всех кольцах иметь  $\sum h_{ik} = 0$ . Эта операция может быть произведена при помощи различных практических приемов.

После этого по новым полученным таким образом значениям  $h_{ik}$  определяются величины соответствующих им расходов в участках  $q_{ik} = \frac{1}{\sqrt{S_{ik}}} \sqrt{h_{ik}}$ . При этом уравнения баланса расхода в узлах уже не будут удовлетворяться. Мерой этого будут служить величины невязок расхода в узлах:  $\Delta q_I = Q_I + \sum q_{ik}$ .

Дальнейшая увязка сети состоит в последовательном изменении величин  $h_{ik}$  в участках сети в соответствии с новыми значениями узловых напоров  $H_I$  до тех пор, пока соответствующие им значения расходов не обеспечат удовлетворения узловых уравнений:  $\sum q_{ik} + Q_I$ .

Внесение поправок в узловыи напоры по формуле (VI.16) обеспечивает автоматически удовлетворение равенств  $\sum h_{ik} = 0$  во всех замкнутых контурах сети, т. е. сохранение неразрывности пьезометрических линий (потенциала) в сети в течение всего процесса увязки.

Следует отметить, что в результате увязки сети методом уравнивания расходов величины общей подачи воды в сети могут оказаться отличными от первоначально заданных. Если по практическим условиям задачи эти величины должны быть сохранены в соответствии с первоначальным заданием, то все расходы участков, полученные в процессе увязки, должны быть изменены в соответствующей пропорции. Таким образом, при этом методе увязка дает только соотношение расходов по отдельным участкам сети, а не их абсолютные величины.

Некоторые приемы техники расчета сетей по методу уравнивания расходов были разработаны Э. Я. Ярьсько [49].

Автор предлагает рассматривать полученную невязку в кольце, как «неуравновешенный напор»  $\sum h_{ik} = -\Delta H$ . Для устранения этой невязки предлагается вводить в каждый участок кольца поправки потерь напора:

$$\Delta h_{ik} = -\frac{S_{ik}q_{ik}}{\sum (S_{ik}q_{ik})_I} \Delta H_I.$$

Величины  $\frac{S_{ik}q_{ik}}{\sum (S_{ik}q_{ik})_I} = K_{ik}$  названы «коэффициентами распределения», для каждого кольца  $\sum K_{ik} = 1$ . На основе этого приема автор разработал метод увязки сетей в следующих двух вариантах:



1) с приближенным определением коэффициентов  $K_{ik}$  без учета взаимного влияния колец; при этом решение получается после нескольких последовательных приближений;

2) с точным определением  $K_{ik}$  с учетом взаимного влияния колец; при этом в результате одного цикла получается достаточно точное решение.

Предложенный метод расчета является практически приемлемым, хотя и не имеет каких-либо существенных преимуществ по сравнению с методом Лобачева — Красса. Приближенное определение коэффициентов распределения путем многих повторных попыток для многокольцевых сетей, точнее, вычисление величин  $K_{ik}$ , достаточно громоздко.

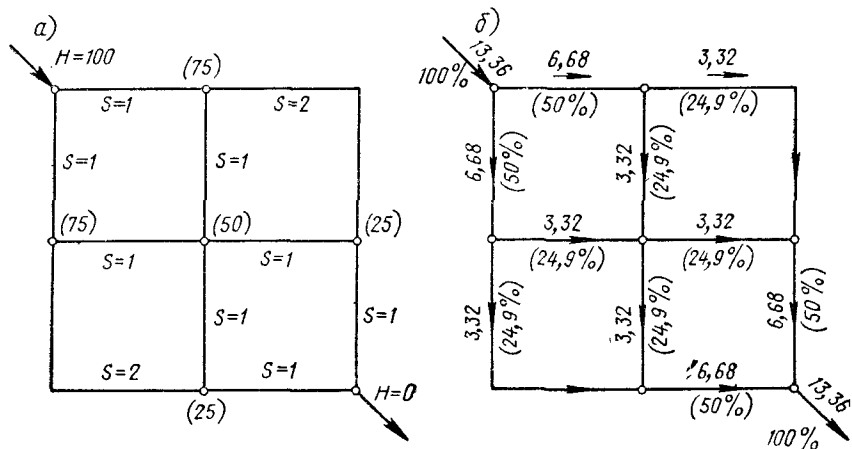


Рис. VI.8

Однако предложение автора использовать коэффициенты распределения для целенаправленной разброски полученных невязок потерь напора по ветвям колец (даже без учета их взаимного влияния) заслуживает внимания и может быть использовано при увязке по принципу уравнивания расходов.

В своем мемуаре Х. Красс дает лишь предельно краткое описание сущности метода уравнивания расходов и иллюстрирует его двумя примерами расчета. Ниже приведен один из них.

Рассматривается симметричная кольцевая сеть (рис. VI.8, а), у которой гидравлические сопротивления всех участков (сторон квадратных колец) одинаковы и равны единице; следовательно, сопротивления «угловых» участков равны 2. Весь расход, проводимый через сеть, подается в одной точке и отбирается в другой, противоположной. Заданы (в условных единицах) величины напоров в этих двух точках (100 и 0). Никакого численного значения расхода, проводимого через сеть, не задается. Таким образом, мы имеем сеть с заданным располагаемым напором.

Следовательно, задача сводится к нахождению (единственно возможного) значения общего расхода, пропускаемого через сеть, и распределению этого расхода по участкам сети, сопротивления которых заданы.

Х. Кросс задается сначала некоторыми значениями напоров в четырех узлах сети. Так как сеть вполне симметрична в отношении ее геометрии, сопротивлений, подач и отборов воды, то и распределение в ней потоков воды по отдельным ее ветвям будет

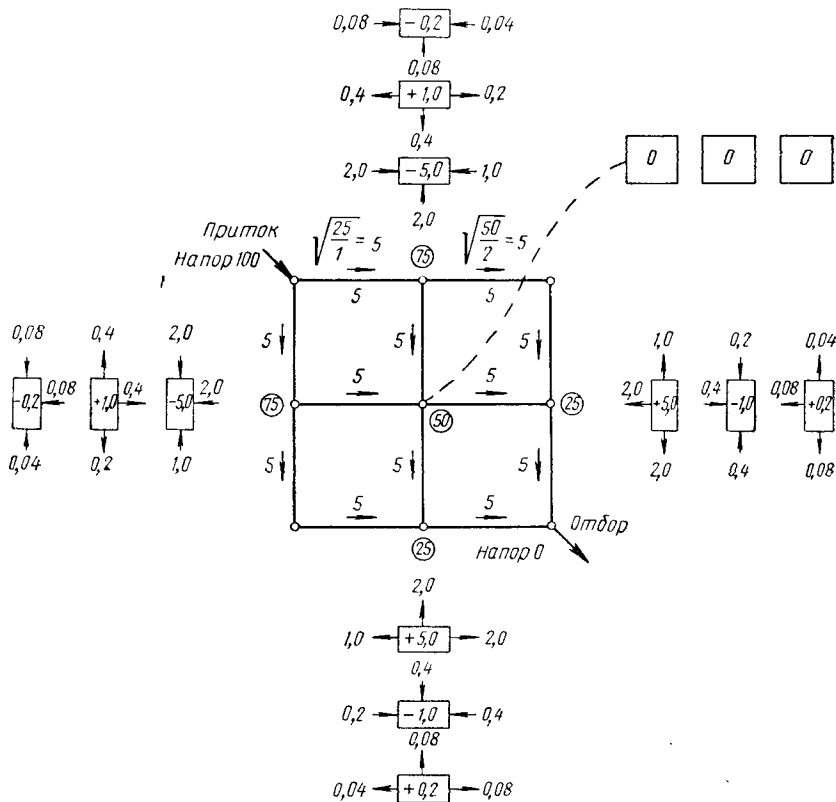


Рис. VI.9

симметричным. Напоры в промежуточных узлах приняты также симметричными по отношению диагонали, соединяющей точки подачи и отбора воды (75, 50 и 25 условных единиц — см. рис. VI.8, а). Принятое распределение узловых напоров обеспечивает соблюдение условий  $\sum h = 0$  во всех кольцах сети (сохраняющееся во все время увязки).

Далее определяются потери напора в участках  $h_{ik} = H_i - H_k$  и соответствующие им расходы  $q_{ik} = \sqrt{\frac{h_{ik}}{S_{ik}}}$ . Эти расходы не дают

$\sum q_{ik} = 0$  в узлах. Вычисляются невязки  $\Delta q$  узлов. Кросс применяет своеобразный прием распределения этих невязок по прилегающим к данному узлу участкам — обратно пропорционально величинам их  $Sq$ .

Запись расчета ведется на чертеже, как показано на рис. VI.9. После трех итераций сеть может считаться увязанной. В процессе увязки величины подачи воды и ее отбора изменились, однако распределение общего расхода в процентах по участкам сети (после ее увязки) остается правильным для любой заданной величины расхода, пропускаемого через сеть (см. рис. VI.8, б).

Положение пьезометрических линий — начальное и после поправок — показано на рис. VI.10.

В табл. VI.2 приведен расчет примера X. Кросса по методу, изложенному нами выше. На рис. VI.11 показаны величины расходов, узловых напоров и потерь напора для начального предположения I и после исправлений II и III.

Возможность использования двух путей увязки кольцевых сетей (уравниванием напоров или уравниванием расходов) упоминается в ряде работ по расчету сетей. Ш. Дюбян, говоря об этих

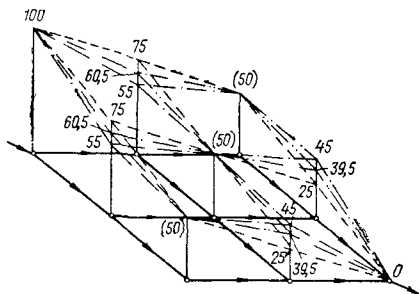


Рис. VI.10

Условные обозначения расположения пьезометрических линий: — — — первоначальное; - - - промежуточное; ···· окончательное

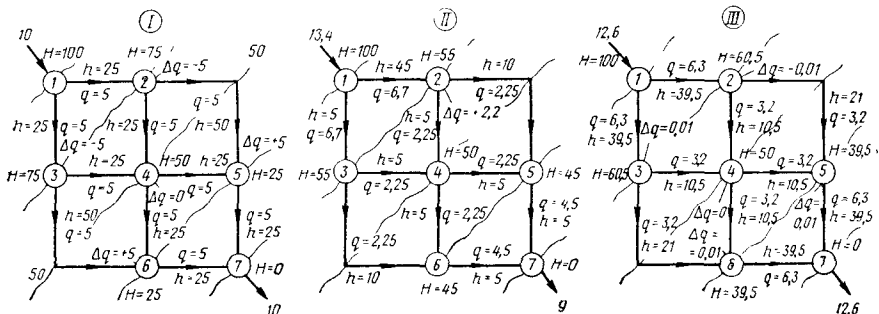


Рис. VI.11

двух путях, считает, что «с точки зрения сходимости оба метода страдают одинаковыми недостатками. Второй метод (уравнивания расходов) представляется более опасным, чем первый, который получил почти исключительное распространение».

Кросс, заканчивая свое краткое изложение метода уравнивания расходов, указывает, что для относительно сложных задач

№ узла	№ участка	Условные напоры Н	Потери напоров $h = H_1 - H_2$	Сопротивление участков S	Расход $q = \sqrt{\frac{h}{S}}$	$\Delta Q$ узла	I исправление						
							$Sq$	$\frac{1}{Sq}$	$\sum \frac{1}{Sq}$	$\Delta H = \sum \frac{2 \Delta Q}{Sq}$	H'	h'	$\frac{h'}{S}$
1	1-2	100	25	1	-5	0	5	0,2	0,4	0	100	45	45
	1-3		25	1	-5		5	0,2				45	45
2	2-1	75	25	1	+5	-5	5	0,2	0,5	$\frac{2(-5)}{0,5} = -20$	55	45	45
	2-5		50	2	-5		10	0,1				10	5
	2-4		25	1	-5		5	0,2				5	5
3	3-1	75	25	1	+5	-5	5	0,2	0,5	$\frac{2(-5)}{0,5} = -20$	55	45	45
	3-6		50	2	-5		10	0,1				10	5
	3-4		25	1	-5		5	0,2				5	5
4	4-2	50	25	1	+5	0	5	0,2	0,8	0	50	5	5
	4-3		25	1	+5		5	0,2				5	5
	4-5		25	1	-5		5	0,2				5	5
	4-6		25	1	-5		5	0,2				5	5
5	5-2	25	50	2	+5	+5	10	0,1	0,5	$\frac{2 \cdot 5}{0,5} = +20$	45	10	5
	5-4		25	1	+5		5	0,2				5	5
	5-7		25	1	-5		5	0,2				45	45
6	6-3	25	50	2	+5	+5	10	0,1	0,5	$\frac{2 \cdot 5}{0,5} = +20$	45	10	5
	6-4		25	1	+5		5	0,2				5	5
	6-7		25	1	-1		5	0,2				45	45
7	7-5	0	25	1	+5	0	5	0,2	0,4	0	0	45	45
	7-6		25	1	+5		5	0,2				45	45

		II исправление									
$q' = \sqrt{\frac{h'}{S}}$	$\Delta Q'$ узла	$Sq$	$\frac{t}{Sq}$	$\sum \frac{t}{Sq}$	$\frac{\Delta H =}{= \frac{2 \Delta Q}{\sum \frac{1}{Sq}}}$	$H''$	$h''$	$\frac{h''}{S}$	$q'' = \sqrt{\frac{h''}{S}}$	$\Delta Q''$ узла	
-6,7	0	6,7	0,15	0,30	0	100	39,5	39,5	-6,3	0	
-6,7		6,7	0,15				39,5	39,5	-6,3		
+6,7	+2,2	6,7	0,15	0,80	$\frac{2 \cdot 2,2}{0,80} = +5,5$	60,5	39,5	39,5	+6,3	-0,1	
-2,25		5	0,20				21,0	10,5	-3,2		
-2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	-3,2		
+6,7	+2,2	6,7	0,15	0,80	$\frac{2 \cdot 2,2}{0,80} = +5,5$	60,5	39,5	39,5	+6,3	-0,1	
-2,25		5	0,20				21,0	10,5	-3,2		
-2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	-3,2		
+2,25	0	2,25	0,45	1,80	0	50	10,5	10,5	+3,2	0	
+2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	+3,2		
-2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	-3,2		
-2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	-3,2		
+2,25	-2,2	5	0,20	0,80	$\frac{2(-2,2)}{0,80} = -5,5$	39,5	21,0	10,5	+3,2	+0,1	
+2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	+3,2		
-6,7		6,7	0,15				39,5	39,5	-6,3		
+2,25	-2,2	5	0,20	0,80	$\frac{2(-2,2)}{0,80} = -5,5$	39,5	21,0	10,5	+3,2	+0,1	
+2,25		2,25	0,45				10,5	10,5	+3,2		
-6,7		6,7	0,15				39,5	39,5	-6,3		
+6,7	0	6,7	0,15	0	0	0	39,5	39,5	+6,3	0	
+6,7		0,7	0,15				39,5	39,5	+6,3		

«кажется ясным, что метод уравнивания расходов обладает преимуществами. Однако, вообще думают, что он менее прост, ясен и быстр, чем метод уравнивания напоров». Вероятно, все же, те, кто это думает, — правы.

Метод уравнивания расходов может иметь некоторые преимущества для расчета систем с определенным заданным располагаемым напором (гравитационных систем). Сам метод является более громоздким и менее соответствующим практическому смыслу и задачам расчета водопроводных сетей, чем метод уравнивания напоров.

## 6. УВЯЗКА СЕТЕЙ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИХ ВЗАИМНО СОПРЯЖЕННЫЕ ГРАФЫ

В связи с изложением принципов гидравлической увязки кольцевых сетей интересно отметить возможность увязывать вместо заданной сети такую сеть, которая изображается графом, сопряженным графу заданной сети. В главе IV даны некоторые общие понятия о сопряженных графах.

Если произведена увязка данной сети, то тем самым достигается увязка и сети, с ней сопряженной. Это имеет место при использовании как метода уравнивания напоров, так и метода уравнивания расходов.

На рис. VI.12, а показана четырехкольцевая сеть, имеющая 8 узлов и 11 участков. В качестве пятого кольца (границы) может, как известно, подразумеваться бесконечная плоскость, окружающая внешний контур сети. Тогда для сети соблюдается эйлеровское соотношение  $p = n + m - 2$  [или для данной сети  $11 = (4 + 1) + 8 - 2$ ]. Сопряженная сеть, показанная пунктиром на рис. VI.12, а, имеет четыре узла (I, II, III и IV), соответствующие четырем кольцам основной сети. Участки, соединяющие эти узлы, образуют одно кольцо сопряженной сети (сопряженное с узлом 3 основной сети). Остальные семь колец сопряженной сети образуются участками, пересекающими участки внешнего контура основной сети и сходящимися в единой бесконечно удаленной точке  $O$  плоскости сети; эта точка может рассматриваться как узел, сопряженный с внешним контуром основной сети. Таким образом, в сопряженной сети будем иметь 11 участков, 5 узлов и 8 колец, т. е.  $p = n + m - 2$ . Каждое из таких колец сопряжено узлу основной сети, лежащему на ее внешнем контуре и огибаемому соответствующими участками сопряженной сети. На рис. VI.12, а показаны величины и направления расходов воды во всех участках основной сети, величины фиксированных притоков и отборов  $Q_i$  в ее узлах.

Сеть, приведенная на рис. VI.12, а, может быть представлена несколько иначе, если условно приблизить к графу бесконечно удаленную точку  $O$  (рис. VI.12, б).

Величины расходов воды  $q_{ik}$  и потерь напора  $h_{ik}$  одинаковы по величине в соответствующих взаимно пересекающихся участках

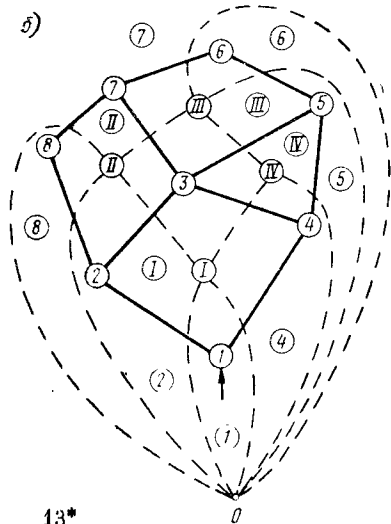
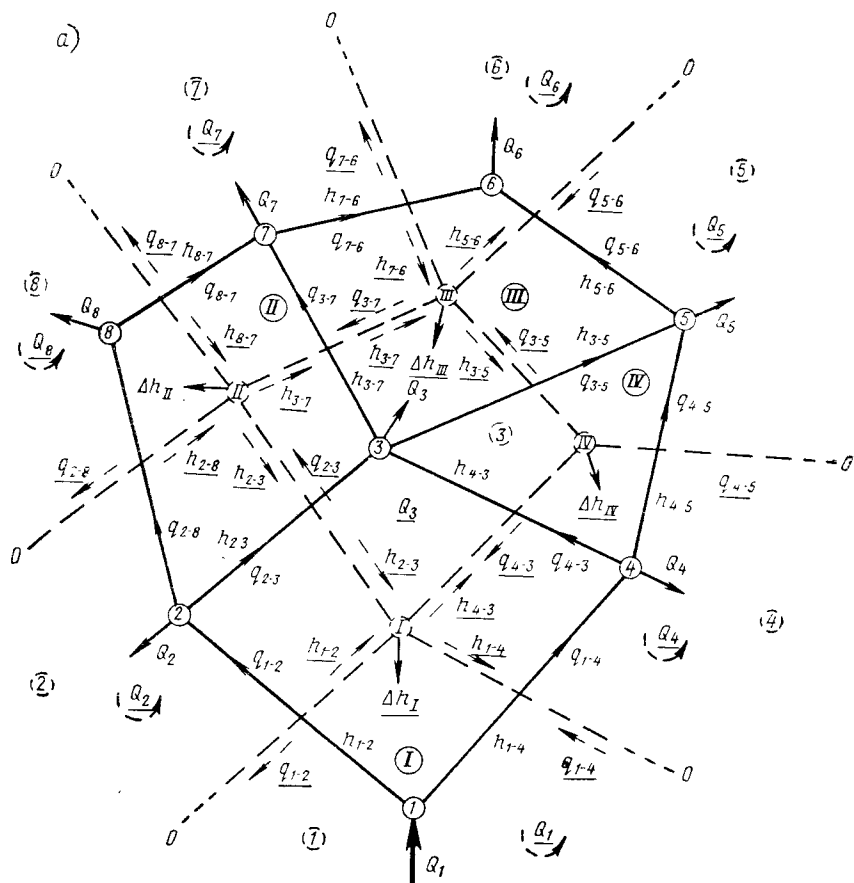


Рис. VI.12

основной и сопряженной сети. В основной сети некоторый участок соединяет два определенных узла; в сопряженной сети соответствующий ему участок разделяет два кольца, сопряженные данным двум узлам основной сети. Всем расходам, приходящим к узлам основной сети, придается знак плюс, а всем расходам, уходящим от узла, — знак минус.

В отличие от основной сети, где должен соблюдаться баланс расхода в узлах  $\sum (q_{ik} + Q)_{\text{узла}} = 0$ , в сопряженной сети должен соблюдаться баланс расхода в кольцах  $\sum (q_{ik} + Q)_{\text{кольца}} = 0$ , т. е. при обходе кольца сопряженной сети сумма расходов участков и узлового расхода (отбора или притока) должна равняться нулю.

При составлении написанных уравнений балансов расходов соблюдается следующее правило знаков. Если рассматриваемый участок кольца сопряженной сети (например, участок I — II кольца З) пересекает участок основной сети (2—3), где расход  $q_{2-3}$  положителен, т. е. подходит к узлу З, то расход в соответствующем участке (I — II) сопряженной сети также положителен и, следовательно, идет (в кольце З) по направлению часовой стрелки. Расход в участке З—7 основной сети отходит от узла З; следовательно, расход  $q_{3-7}$  в участке II—III сопряженной сети отрицателен и идет (в кольце З) против часовой стрелки.

Фиксированные узлы отбора (и притоки) в сопряженной сети представляются расходами, циркулирующими (по соответствующим кольцам) против хода (или по ходу) часовой стрелки. Так, в кольце З сопряженной сети циркулирует расход  $Q_3$ , являющийся узловым отбором в соответствующем узле З основной сети.

Таким образом, для сопряженной сети система уравнений  $\sum (q_{ik} + Q) = 0$  для узлов заменяется системой уравнений для колец. В противоположность основной сети, где определяются невязки в кольце  $[\Delta h_i = \sum (h_{ik})_{\text{кольца}}]$ , в сопряженной сети невязка потерь напора определяется для узлов  $[\Delta h_i = \sum (h_{ik})_{\text{узла}}]$ . В первом случае суммирование распространяется на все участки, образующие данное кольцо, а во втором случае — на все участки, примыкающие к данному узлу. На чертеже сопряженной сети эти невязки показаны стрелкой, уходящей от узла или приходящей к узлу, в котором имеется эта невязка.

Следовательно, для сопряженной сети система уравнений баланса напоров в кольцах  $\sum (h_{ik})_{\text{кольца}} = 0$  заменяется (отображается) системой уравнений  $\sum (h_{ik})_{\text{узла}} = 0$ .

Знаки потерь напора в основной сети обычно принимаются положительными, если соответствующие им расходы идут (в данном кольце) по часовой стрелке. В сопряженной сети потеря напора в данном участке будет подходить к узлу, т. е. будет положительной в том случае, если потеря напора в соответствующем участке основной сети будет идти по контуру, сопряженному с данным узлом, по часовой стрелке. Так, потеря напора  $h_{1-2}$



в участке  $0-I$  сопряженной сети будет подходить к узлу  $I$ , потому что потеря напора  $h_{1-2}$  в участке  $1-2$  основной сети положительна (соответствующий ей расход идет по часовой стрелке). Наоборот, потеря напора  $h_{4-3}$  в участке сопряженной сети отходит от узла  $I$ , так как потеря напора  $h_{4-3}$  в участке  $3-4$  основной сети по отношению к кольцу  $I$  имеет знак минус.

Таким образом, для определения значений 11 неизвестных расходов участков будем иметь в основной сети (см. рис. VI.12, а) при заданной величине подачи:  $n = 4$  уравнения вида  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец и  $m - 1 = 7$  уравнений вида  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$  для всех узлов.

Соответственно в сопряженной сети для нахождения тех же 11 неизвестных будем иметь:  $n - 1 = 7$  уравнений вида  $\sum (q_{ik} + Q) = 0$  для колец и  $m = 4$  уравнения вида  $\sum h_{ik} = 0$  для узлов.

Следовательно, число уравнений для отыскания неизвестных достаточно. Соответствующее уравнение для узла  $0$  (сопряженного внешнему контуру сети) является избыточным.

В процессе увязки основной сети (по методу уравнивания напоров) постоянно сохраняется (поддерживается) баланс расходов в узлах и путем последовательного приближения постепенно достигается баланс потерь напора в кольцах в результате перераспределения расходов в участках.

Для определения поправок расходов в участках (по отдельным кольцам) используется формула

$$\Delta q_J = \frac{\Delta h_J}{2(\sum S q)_J}.$$

В процессе увязки сопряженной сети постоянно сохраняется (поддерживается) баланс расходов в кольцах и постоянно достигается баланс потерь напора в узлах путем перераспределения потерь напора в участках (этим достигается снижение невязок в узлах). Для определения «поправочных напоров»  $(\sum h)_I$  используется формула

$$\Delta h_J = \frac{\Delta q_J}{\frac{1}{2} \left( \sum \frac{1}{S q} \right)_J}.$$

Эта формула приведена нами выше для расчета поправок к узловым напорам при использовании метода уравнивания расходов. Полученная поправка может быть распределена между потерями напора участков, примыкающих к узлу (так же, как и обычно при пользовании этим методом) различными способами: в частности, используя рекомендации Х. Кросса или «коэффициенты распределения неуравновешенных напоров» Яресько.

При достижении баланса потерь напора в кольцах в процессе увязки основной сети одновременно достигается баланс потерь

напора в узлах сопряженной сети (и наоборот), т. е. при увязке одной сети автоматически увязывается и другая.

Ниже приводится пример расчета простейшей однокольцевой сети с четырьмя узлами. На схеме сети (рис. VI.13, а) показаны узловы отборы  $Q_i$  и первоначально принятое распределение расходов  $q_{ik}$  по участкам сети. Сеть увязывается по методу уравнивания напоров. Начальное распределение расходов при заданных сопротивлениях  $S_{ik}$  участков обусловило невязку потерь

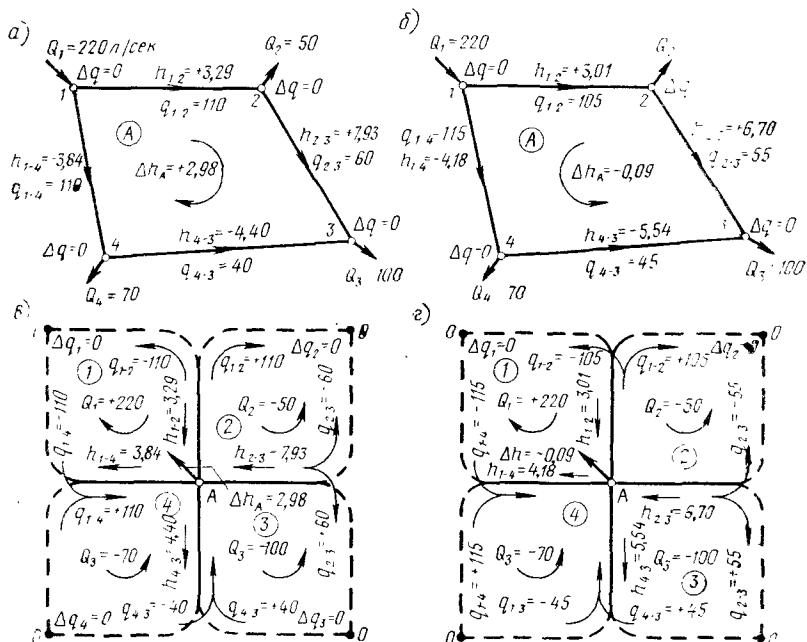


Рис. VI.13

напора  $\Delta h = 2,98$  м. Далее обычным путем вычисляется увязочный расход  $\Delta q_J$  и вносятся поправки в величины расходов, соответствующие новым расходам потери напора, задается приемлемая величина невязки в кольце. Окончательное распределение расходов воды и потерь напора показано на рис. VI.13, б. Запись расчета дана в табл. VI.3.

Сеть, сопряженная рассмотренной, показана на рис. VI.13, в. Она имеет один узел А, не считая бесконечно удаленного узла 0, и 4 кольца. На этой схеме нанесены те же значения величин расходов и напоров (для начального потокораспределения), которые даны на рис. VI.13, а для основной сети, но с учетом указанных выше особенностей увязки сопряженных сетей и правил знаков для  $q$  и  $h$ .

Сопряженная сеть увязывается здесь по методу уравнивания расходов. Запись расчета показана в табл. VI.4. В графе 3 даны

Таблица VI.3

№ участка	$q_{ik}$ , м <sup>3</sup> /сек	$S_{ik}$	$S_{ik}q_{ik}$	$h_{ik}$	$q'_{ik}$	$h'_{ik} =$ $= S_{ik}(q'_{ik})^2$
1—2	0,11	272	29,9	+3,29	0,105	+3,01
2—3	0,06	2202	132,1	+7,93	0,055	+6,70
3—4	0,04	2752	110,1	-4,40	0,045	-5,54
4—1	0,11	317	34,9	-3,84	0,115	-4,18
			$\sum Sq = 307$	$\Delta h_I =$ $= +2,98 \text{ м}$		$\Delta h'_I =$ $= -0,01 \text{ м}$

$$\Delta q_I = -\frac{\Delta h_I}{2 \sum S q} = -\frac{2,98}{2 \cdot 307} = -0,00485$$

те же значения потерь напора, которые были получены при первоначальном распределении потоков — при расчете основной сети (из табл. VI.3). В сопряженной сети в узле А будет та же невязка потерь напора, которая была получена в кольце основной сети. В графе 5 вычисляются величины коэффициентов распределения  $k = \frac{(Sq)_{ik}}{\sum (Sq)_I}$ . Далее, вычисляются поправки  $\Delta h$  к потерям напора и исправленные потери напора  $h' = kh$ , удовлетворяющие условию  $\sum h = 0$  в кольце основной сети (см. п. 5 настоящей главы). Затем ищутся значения расходов, соответствующих этим потерям  $q'_{ik} = \sqrt{\frac{h'_{ik}}{S_{ik}}}$  и невязки расходов для колец сопряженной сети или для узлов основной сети.

Таблица VI.4

№ кольца	№ участка	$q_{ik}$	$h_{ik}$	$k$	$(\Delta h)_{ik} =$ $= kh$	$h' =$ $= h + \Delta h$	$q'_{ik} =$ $= \sqrt{\frac{h'_{ik}}{S_{ik}}}$	$(\Delta q)_I$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1—2	0,11	+3,29	0,097	-0,29	+3,00	0,105	0
2	2—3	0,06	+7,93	0,430	-1,28	+6,65	0,055	0
3	3—4	0,04	-4,40	0,360	+1,07	-5,47	0,045	0
4	4—1	0,11	-3,84	0,113	+0,34	-4,18	0,115	0
			$\Delta h_I =$ $= +2,98 \text{ м}$			$\Delta h'_I \approx 0$		

Полученные невязки расхода близки нулю. На этом увязка сети заканчивается. На рис. VI.13, *з* показано окончательное распределение потерь напора и расходов для увязанной сети (на схемах величины расходов даны в л/сек).

## 7. О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СЕТЕЙ

Как выше сказано, в водопроводных системах встречаются «действительные» пространственные сети, т. е. сети, состоящие из участков, которые расположены в различных плоскостях, а также обычные плоские сети, дополненные (в процессе расчета) расположенными в пространстве фиктивными линиями, отображающими «внешние связи» сети с водопитателями и нефиксированными отборами.

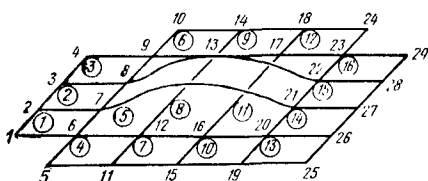


Рис. VI.14

Примерами действительных пространственных сетей могут служить: 1) сети производственных цехов, где кольцевые разводки отдельных этажей соединены системой стояков; 2) «люпинги», т. е. взаимные пересечения водопроводных линий обычной сети в разных плоскостях; при переходах по мостам, в тоннелях и т. п. (например, рис. VI.14).

Пространственные сети в отношении их гидравлической увязки имеют некоторые существенные особенности, которые необходимо учитывать.

Первая из таких особенностей заключается в том, что число элементарных колец пространственных сетей в отличие от плоских превосходит цикломатическое число  $\nu$ , которое равно числу независимых контуров и может быть легко определено для любой системы по формуле  $\nu = p - m + 1$ .

Таким образом, в пространственных сетях общее число их элементарных колец превосходит число независимых уравнений вида  $\sum h = 0$ .

Следовательно, в пространственных сетях имеются «лишние» элементарные кольца. Число таких колец зависит от типа пространственной системы. В главе IV приведен подробный анализ соотношения числа узлов, колец и участков для различных пространственных сетей.

Число лишних элементарных колец пространственной сети

$$N = n - \nu,$$

где  $n$  — общее число элементарных колец.

Очевидно, при увязке пространственных сетей прежде всего необходимо определить число лишних колец и выбрать систему независимых контуров, подлежащих расчету. Первая задача решается просто — путем сравнения полного числа колец, имеющих в данной пространственной сети, с вычисленным для нее цикломатическим числом. Вторая задача — выбор системы независимых элементарных колец — может быть решена достаточно просто путем приведения пространственной сети к плоскому графу. При таком приведении лишние кольца исчезают и оставшееся число колец равно цикломатическому числу.

Для иллюстрации решения поставленной задачи рассмотрим некоторые системы, приведенные в главе IV.

Система (см. рис. IV.34, *a*) представляет собой каркас куба. Для него  $n = 6$ ,  $p = 12$  и  $m = 8$ . Цикломатическое число  $\nu = 12 - 8 + 1 = 5$ . Следовательно, число лишних колец  $N = n - \nu = 6 - 5 = 1$ , т. е. в пространственной сети, имеется одно лишнее кольцо. На рис. IV.34, *г* показано два варианта превращения данной пространственной сети в плоский граф. При этом исчезает одно из элементарных колец (граней) куба (верхняя или нижняя его грань). Получаем плоскую сеть из пяти колец, которая представляет систему необходимых пяти колец для расчета данной пространственной системы.

На рис. IV.35, *б* дана пространственная сеть в виде каркаса комбинации трех смежных кубов:  $n = 16$ ,  $p = 28$  и  $m = 16$ . Цикломатическое число  $\nu = 28 - 16 + 1 = 13$ . Число лишних колец  $N = 16 - 13 = 3$ . Превращение этой сети в плоский граф (см. рис. IV.35, *г*) дает плоскую сеть, в которой все лишние элементарные кольца исчезли.

В обоих рассмотренных случаях увязка полученных плоских графов дает автоматическую увязку представляемых ими пространственных сетей.

На рис. IV.37, *a* приведена сеть в виде комбинации четырех кубов, имеющих общее внутреннее ребро. Для этой сети  $\nu = 16$  и  $N = 4$ . Следовательно, число расчетных колец будет 16. В отличие от ранее рассмотренных сетей данная пространственная сеть не может быть полностью обращена в плоский граф. Внутренний участок этой сети (5—14) не укладывается на плоскость. Полученный плоский образ (см. рис. IV.37, *б*) имеет 15 плоских элементарных колец и один полупространственный контур, образуемый пространственным участком 5—14 и лежащими в плоскости основного графа участками 5—8—17—14. В сумме имеем требуемое число независимых колец — 16.

Для системы, приведенной на рис. IV.38, число  $\nu = 23$  и число лишних колец  $N = 6$ . При трансформации сети в плоский граф остается два полупространственных кольца. Сеть, показанная на рис. IV.39, имеет 8 лишних колец. Требуемое число независимых колец 28. Как видно из рис. IV.39, *б*, система независимых колец состоит из 23 плоских и 5 полупространственных контуров.

Система, представленная на рис. IV.40, *a*, имеет  $p = 144$ ,  $m = 64$  и  $n = 108$ . Следовательно,  $v = 81$  и число лишних колец  $N = 27$ . Очевидно, что выбрать в столь сложной системе требуемый набор независимых контуров очень трудно. Построение плоского графа и в этом случае облегчает задачу. В результате такого построения получена система расчетных колец, содержащая 51 плоское кольцо, 24 полупространственных контура и 6 пространственных. На рис. IV.41, *a* и *б* показаны отдельно системы элементов, остающихся в пространстве.

Наконец, в системе пространственной сети (весьма простой), показанной на рис. VI.14, имеется одно лишнее кольцо. За таковое может быть принято кольцо 7—21—20—16—12—6—7 или 8—9—13—17—23—22—8.

Таким образом, превращение (в пределах возможного) пространственной сети в плоский граф всегда позволяет получить систему независимых элементарных колец, подлежащую расчету. Из каждой пространственной сети можно получить несколько вариантов системы независимых колец, так же как и несколько вариантов плоского графа. В разных вариантах будут выпадать различные кольца пространственной сети, но общее число исчезающих при этом колец всегда будет одинаково. Во всех случаях расчет получаемой «плоской» системы автоматически обеспечивает увязку данной пространственной сети.

Следует отметить, что в качестве расчетной системы контуров могут быть выбраны (как и в обычных плоских сетях) не только система элементарных контуров, но любой набор замкнутых сетей. Каждый такой набор должен, однако, иметь требуемое число расчетных контуров (равное  $v$ ) и включать, хотя бы по одному разу, все участки рассчитываемой пространственной сети. При всех превращениях пространственных сетей в плоские графы исчезают лишь некоторые кольца пространственной сети, все же ее участки сохраняются в плоском образе.

Второй существенной особенностью пространственных сетей (кроме наличия лишних колец) является то, что отдельные участки их могут быть общими для нескольких (даже многих) колец.

Так, в пространственной сети (см. рис. IV.35, *a*) участки (ребра) 4—10, 10—9, 3—9 и 3—4 принадлежат одновременно трем контурам; на плоском отображении системы (см. рис. IV.35, *б*) эта особенность всех указанных участков сохраняется. Участок 5—14 (см. рис. IV.37) принадлежит одновременно четырем кольцам. На плоском графе этот участок (остающийся пространственным) также является общим для четырех контуров, из которых некоторые перестали быть элементарными кольцами. В системах, приведенных на рис. IV.39 и IV.40, уже многие участки являются общими для четырех колец.

В плоских сетях обычно каждый участок является общим не более чем для двух колец. Можно, конечно, представить себе некоторую (мало реальную) плоскую сеть, в которой один из участ-

ков принадлежит одновременно многим кольцам. Подобная сеть, например приведенная на рис. VI.15, а, может служить плоским отображением пространственной сети, показанной на рис. VI.15, б.

Исследуя вопросы сходимости процесса увязки сетей, В. Я. Хасилев [44] приходит к выводу, что благодаря указанному свойству пространственных сетей диагональные элементы матрицы «могут

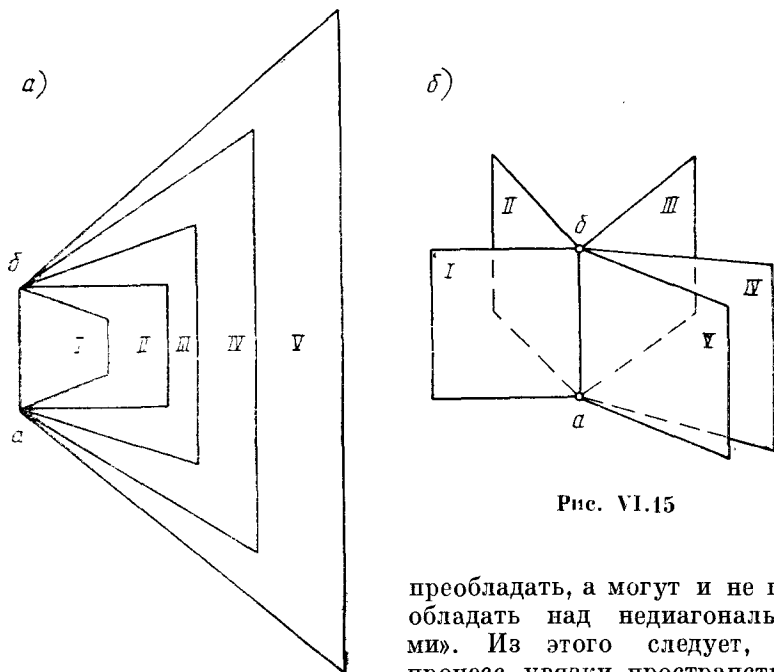


Рис. VI.15

преобладать, а могут и не преобладать над недиагональными». Из этого следует, что процесс увязки пространственных сетей методом Лобачева —

Кросса иногда может и не давать сходимости. Очевидно, этот вывод должен быть распространен и на плоские сети типа, приведенного на рис. VI.15, являющиеся, правда, весьма «академическими».

Как сказано выше, Х. Кросс в своей статье затронул также вопрос о расчете пространственных сетей.

Х. Кросс рассматривает такие пространственные сети, которые образовались в результате соединения стояками плоских сетей, расположенных в разных уровнях. Он указывает, что отличие расчета таких сетей от плоских заключается в том, что в них надо производить перераспределение расходов (увязку) не только в кольцах плоских сетей, но и в кольцах, образованных стояками. Стояки могут замыкаться произвольно выбранными горизонтальными участками. Кросс подчеркивает, что в пространственных

сетях (он их так не называет) каждый участок может принадлежать не одному или двум (как в плоских сетях), а трем и четырем

кольцам (двум горизонтальным и двум вертикальным). В таких участках поправочный расход будет равен алгебраической сумме поправочных расходов всех колец, которым этот участок принадлежит.

Х. Кросс рассматривает два примера пространственных систем и приводит их расчет. Для этого все кольца — горизонтальные и вертикальные — размещаются отдельно, на плоских сетях обозначаются точки примыкания к ним вертикальных контуров. Расчет, весьма кратко, записывается на чертеже.

Одна из приведенных Кроссом систем, показанная на рис. VI.16, имеет 41 участок, 25 узлов и 18

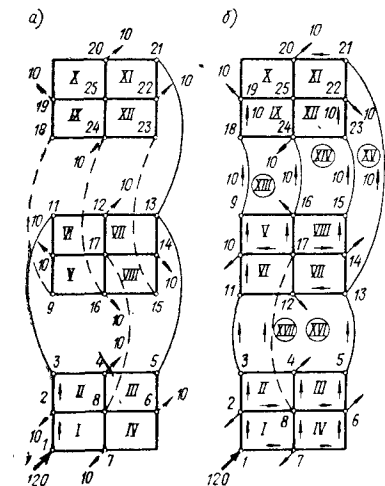


Рис. VI.16

контуров (колец). Цикломатическое число будет:  $v = p - m + 1 = 17$ . Следовательно, имеется один лишний контур. На рис. VI.16, а и б нами даны плоские развертки этой системы (предварительная и конечная). Одно ребро (8—17) остается пространственным.

## 8. УВЯЗКА КОЛЬЦЕВЫХ СЕТЕЙ С УЧЕТОМ ВНЕШНИХ СВЯЗЕЙ

В главе III приведены методы расчета разветвленных сетей с несколькими источниками питания, а также общие соображения о совместной работе водопитателей на замкнутую сеть. Указанные там принципы расчета остаются справедливыми для любых многокольцевых сетей.

Приведенные в главе III графические приемы расчета простейших замкнутых контуров при их совместной работе с водопитателями при многокольцевых сетях не могут быть использованы, так как при произвольных последовательных и параллельных соединениях участков сети мы не можем построить для сети эквивалентного суммарного сопротивления.

Как сказано выше, для определения искомых значений расходов и давлений в элементах систем при совместной работе водопитателей, сетей и нефиксированных отборов мы должны добавлять к системе уравнений баланса расходов в узлах еще  $n$  уравнений потерь напора в кольцах и  $e - 1$  уравнений внешней увязки, где  $e$  — число водопитателей и нефиксированных отборов (в сумме).



При расчете многокольцевых сетей  $n$  значительно превышает  $e - 1$  и, следовательно, число фиктивных колец, вводимых в расчет для учета внешних связей с водопитателями (см. п. 5 главы VI), будет относительно невелико.

Рассмотрим обычный случай расчета кольцевой сети с одним источником питания — от насосной станции  $НС$  (рис. VI.17, а) и контррезервуара  $B$  (рис. VI.17, б).

Обычно такая сеть рассчитывается на два характерных случая: момент наибольшего водоразбора и момент наибольшего транзита воды через сеть в башню. Для предварительного подбора насосов принимаются величины подаваемых расходов в соответствии с совмещенным графиком водопотребления и водоподачи (т. е. графиком работы насосной станции).

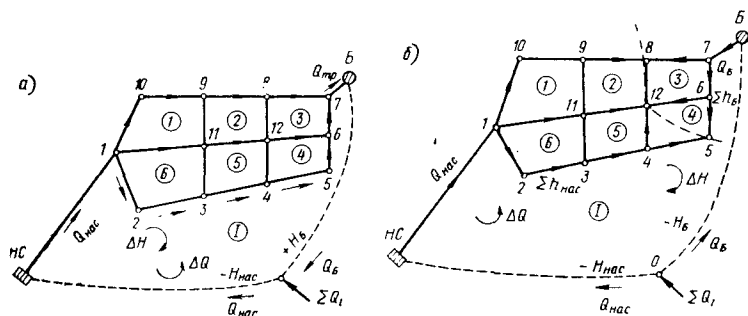


Рис. VI.17

При обычном «ручном расчете» по полученным расходам  $Q_{нас}$  и  $Q_B$  рассчитывается кольцевая сеть, в результате чего определяется требуемая величина напора насосов  $H_{нас}$ . По полученным величинам  $Q_{нас}$  и  $H_{нас}$  выбирается (по каталогу) ближайший реальный, т. е. выпускаемый промышленностью, насос, обеспечивающий возможно более близкие к ним значения  $Q_{нас}$  и  $H_{нас}$  (далее обозначим эти величины через  $Q$  и  $H$ ).

Нахождение действительных значений  $Q$  и  $H$ , которые насос (назначенный к использованию) будет обеспечивать при работе в данную сеть, получается в результате анализа его совместной работы с сетью и башней, т. е. путем поверочного расчета. При этом насос задается его каталожной характеристикой  $H = F(Q)$ , а башня — расчетной отметкой уровня воды в ее баке ( $H_6$ ).

Часто обнаруживается, что величины  $Q$  и  $H$  насоса при его совместной работе с сетью значительно отклоняются от тех, которые были предварительно намечены по графикам и приняты для расчета сети. В этих случаях приходится менять насос и вносить коррективы в график водоподачи.

Анализ совместной работы сети и водопитателей или нефиксированных отборов может производиться путем проведения совместной увязки всей системы действительных и фиктивных колец при

соблюдении уравнений баланса расходов в действительных и фиктивных узлах.

Для системы, представленной на рис. VI.17, потребуется добавить к действительным кольцам сети одно фиктивное кольцо, образуемое фиктивными линиями, которые соединяют фиктивный узел  $0$  с насосной станцией (участок  $0-НС$ ) и башней (участок  $0-Б$ ), и цепью действительных линий, соединяющих насосную станцию с башней; в эту цепь входит водовод  $НС-1$ , водовод  $7-Б$  и любая ветвь сети между точками  $1$  и  $7$ .

Для случая наибольшего транзита воды в башню (рис. VI.17, а) она может рассматриваться как точка нефиксированного отбора.

Правила назначения расходов и напоров и соответствующие правила знаков для фиктивных колец остаются здесь те же, которые были сформулированы в главе III при расчете разветвленных сетей с несколькими источниками питания.

Уравнение баланса расходов в фиктивном узле  $0$  будет иметь вид:  $\sum Q_i + Q_B - Q_{нас} = 0$ , где  $\sum Q_i$  — сумма всех фиксированных отборов воды из сети для данного расчетного случая.

Баланс потерь напора в фиктивном кольце может быть представлен следующим уравнением <sup>1</sup>:

$$-H_{нас} + h_{НС-1} \sum (h)_{сети} + h_{7-Б} + H_B = 0. \quad (VI.17)$$

Отсюда получаем

$$H_{нас} - [h_{НС-1} + \sum (h)_{сети} + h_{7-Б}] = H_B, \quad (VI.17a)$$

т. е. обычное выражение связи пьезометрических отметок насоса с отметкой башни через потери напора в системе.

Все напоры и потери напора, входящие в уравнения (VI.17) и (VI.17a), могут быть выражены через соответствующие расходы. При этом здесь принята квадратичная зависимость  $H$  от  $Q$ .

Если принять аналитическое выражение характеристики насоса  $H = F(Q)$  в виде  $H_{нас} = H_0 - S_{нас}Q_{нас}^2$  (см. главу I), то уравнение баланса потерь напора в фиктивном кольце можно представить так:

$$(H_0 - S_{нас}Q_{нас}^2) - [S_{НС-1}Q_{нас}^2 + \sum (S_i q_i^2)_{сети} + S_{7-Б}Q_B^2] - H_B = 0 \quad (VI.18)$$

или

$$[S_{НС-1}Q_{нас}^2 + \sum (S_i q_i^2)_{сети} + S_{7-Б}Q_B^2] + H_B - [H_0 - S_{нас}Q_{нас}^2] = 0, \quad (VI.18a)$$

<sup>1</sup> Здесь везде под величинами  $H$  подразумеваются пьезометрические отметки относительно некоторого условного уровня (за него удобно принять уровень воды в питающем резервуаре насосной станции).

или

$$[S_{\text{НС-1}}Q_{\text{нас}}^2 + \sum (S_i q_i^2)_{\text{сети}} + S_{7-Б}Q_B^2] + S_{\text{нас}}Q_{\text{нас}}^2 - (H_0 - H_B) = 0. \quad (\text{VI.186})$$

При первоначально принятых (по совмещенному графику) величинах  $Q_{\text{нас}}$  и  $Q_B$  обычно мы будем иметь в правой части этого уравнения некоторую невязку  $\Delta h_{\text{ф}}$ . Для удовлетворения уравнений системы (VI.18) потребуется перераспределение расходов (изменение расходов  $Q_{\text{нас}}$  и  $Q_B$ ). Это можно осуществить путем проведения по контуру фиктивного кольца некоторого увязочного расхода  $\Delta q_{\text{ф}}$ .

В результате этого получим:

$$[S_{\text{НС-1}}(Q_{\text{нас}} - \Delta q_{\text{ф}})^2 + \sum S_i (q_i - \Delta q_{\text{ф}})^2 + S_{7-Б}(Q_B - \Delta q_{\text{ф}})^2] + S_{\text{нас}}(Q_{\text{нас}} - \Delta q_{\text{ф}})^2 - (H_0 - H_B) = 0$$

или, раскрывая скобки и отбрасывая величины вида  $\Delta q_{\text{ф}}^2$ ,

$$[S_{\text{НС-1}}Q_{\text{нас}}^2 + \sum (S_i q_i^2)_{\text{сети}} + S_{7-Б}Q_B^2 + S_{\text{нас}}Q_{\text{нас}}^2] - (H_0 - H_B) - 2(S_{\text{НС-1}}Q_{\text{нас}} + \sum (S_i q_i)_{\text{сети}} + S_{7-Б}Q_B + S_{\text{нас}}Q_{\text{нас}}) \Delta q_{\text{ф}} = 0,$$

или

$$\sum (S_i Q_i^2) - (H_0 - H_B) - 2 \sum (S_i Q_i) \Delta q_{\text{ф}} = 0.$$

Сумма двух первых членов этого выражения представляет собой невязку, полученную в фиктивном кольце при начальном распределении расходов. Отсюда искомая величина увязочного расхода в фиктивном кольце будет:

$$\Delta q_{\text{ф}} = \frac{\sum (S_i Q_i^2) - (H_0 - H_B)}{2 \sum (S_i Q_i)} = \frac{\Delta h_{\text{ф}}}{2 \sum (S_i Q_i)}.$$

Следует иметь в виду, что в выражение  $\sum S_i Q_i^2$  и  $2 \sum S_i Q_i$  входят наряду с величинами  $S$  и  $Q$  для действительных участков кольца также и величины  $S_{\text{нас}}$  и  $Q_{\text{нас}}$  из уравнения характеристики насоса  $H_{\text{нас}} = F(Q_{\text{нас}})$ . Таким образом, для фиктивных колец увязочные расходы могут определяться по формулам того же вида, как и увязочные расходы для обычных колец сети.

Для системы, приведенной на рис. VI.17, проведение против часовой стрелки увязочного расхода в фиктивном кольце ведет к уменьшению величин  $Q_B$  и  $Q_{\text{нас}}$ , а также расходов в линиях сети. Это ведет также к снижению потерь напора в действительных ветвях кольца. Одновременно в фиктивной ветви кольца ( $\theta$ —НС) происходит уменьшение величин  $Q_{\text{нас}}$  и  $S_{\text{нас}}Q_{\text{нас}}^2$  и, следовательно, увеличение напора насоса  $H_{\text{нас}} = H_0 - S_{\text{нас}}Q_{\text{нас}}$ . В результате этого получается снижение невязки.

Одновременная увязка действительных и фиктивного кольца системы ведет к постепенному перераспределению расходов во всех

ее элементах, пока невязки не достигнут допустимых пределов. В результате получим удовлетворение уравнений внутренней и внешней увязки, т. е. истинное распределение расходов воды в самой сети и увязку условий ее работы с работой водопитателя и башни нефиксированного отбора.

Для случая работы той же системы при максимальном водопотреблении (рис. VI.17, б) башня превращается во второй водопитатель и баланс расходов в фиктивном узле будет выражаться уравнением:  $Q_{\text{нас}} + Q_{\text{Б}} = \sum Q_i$ . Предположим, что граница зон питания сети от насосов и от башни проходит через узлы 8—12—5 (из них в фиктивное кольцо входит узел 5).

Уравнение баланса потерь напора в фиктивном кольце будет иметь вид:

$$+ h_{\text{НС-1}} + \sum (h_i)_{1-5} - \sum (h_i)_{5-7} - h_{7-\text{Б}} + H_{\text{Б}} - H_{\text{нас}} = 0 \quad (\text{VI.19})$$

или

$$S_{\text{нас}} Q_{\text{нас}}^2 + \sum (S q^2)_{1-5} - \sum (S q)_{5-7}^2 - S_{7-\text{Б}} Q_{\text{Б}}^2 - (H_{\text{нас}} - H_{\text{Б}}) = 0. \quad (\text{VI.19a})$$

Введя сюда выражение напора насоса через расход, получим

$$S_{\text{НС-1}} Q_{\text{нас}}^2 + \sum (S q^2)_{1-5} - \sum (S q)_{5-7}^2 - S_{7-\text{Б}} Q_{\text{Б}}^2 + S_{\text{нас}} Q_{\text{нас}}^2 - (H_0 - H_{\text{Б}}) = 0. \quad (\text{VI.19б})$$

При первоначально намеченных (по графику) величинах  $Q_{\text{нас}}$  и  $Q_{\text{Б}}$  в первой части уравнений (VI.19) будем иметь некоторую невязку  $\Delta h_{\text{ф}}$ . Предполагая по-прежнему, что перегруженной является верхняя часть фиктивного кольца и направляя в нем увязочный расход  $\Delta Q_{\text{ф}}$  в направлении, обратном часовой стрелке, получим:

$$S_{\text{НС-1}} (Q_{\text{нас}} - \Delta q_{\text{ф}})^2 + \sum_{1-5} S_i (q_i - \Delta q_{\text{ф}})^2 - \sum_{5-7} S_i (q_i + \Delta q_{\text{ф}})^2 - S_{7-\text{Б}} (Q_{\text{Б}} + \Delta q_{\text{ф}})^2 + S_{\text{нас}} (Q_{\text{нас}} - \Delta q_{\text{ф}})^2 - (H_0 - H_{\text{Б}}) = 0.$$

Раскрывая скобки и пренебрегая членами вида  $(\Delta Q)^2$ , получим

$$\left[ S_{\text{нас}} Q_{\text{нас}}^2 + S_{\text{НС-1}} Q_{\text{нас}}^2 + \sum_{1-5} S_i q_i^2 - \sum_{5-7} S_i q_i^2 - S_{7-\text{Б}} Q_{\text{Б}}^2 \right] - 2 \sum (S q) \Delta q_{\text{ф}} - (H_0 - H_{\text{Б}}) = 0.$$

Сумма двух первых членов полученного выражения представляет невязку фиктивного кольца  $\Delta h_{\text{ф}}$ .

Отсюда поправочный расход  $\Delta q_{\text{ф}} = \frac{\Delta h_{\text{ф}}}{2 \sum (S q)_{\text{ф}}}$ , т. е. он может определяться по ранее полученной формуле.

Проведение этого расхода по фиктивному кольцу (в указанном направлении) вызовет увеличение подачи воды в сеть из башни и соответствующее уменьшение подачи от насосной станции. При этом произойдет перераспределение расходов воды по участкам сети. Последовательное проведение тех же операций приведет одновременно к внутренней и внешней увязке сети на данный расчетный случай.

Для сетей с несколькими источниками питания (насосными станциями) и нефиксированными отборами (включая башни) общим числом  $e$  будем иметь (как сказано)  $e - 1$  дополнительных фиктивных колец и, следовательно,  $e - 1$  дополнительных расчетных уравнений внешней увязки.

Так, например, для сети с двумя насосными станциями и двумя башнями будут добавлены  $e - 1 = 3$  фиктивных кольца. Во всех случаях увязка фиктивных колец вызывает перераспределение расходов во всех  $n$  кольцах питаемой сети. Совместное решение соответствующей системы  $n + e - 1$  уравнений действительных и фиктивных колец осуществляется путем последовательного приближения.

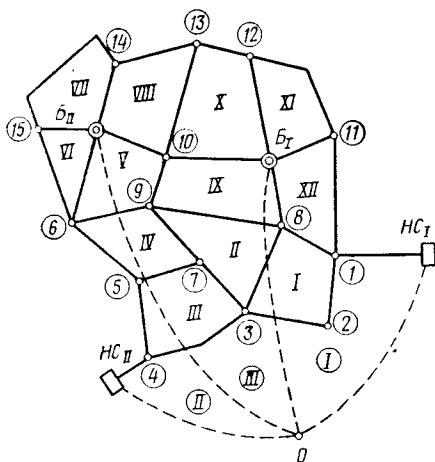


Рис. VI.18

При образовании фиктивных колец в системах, включающих кольцевые сети, могут появиться пространственные фиктивные линии, которые совместно с сетью не дают плоского графа. Это будет в тех случаях, если один или несколько водопитателей или нефиксированных отборов присоединяются к внутренним узлам кольцевой сети, т. е. к узлам, не лежащим на ее внешнем контуре. Так, на рис. VI.18 фиктивные линии, соединяющие узел 0 с водонапорными башнями  $B_I$  и  $B_{II}$ , лежат вне плоскости сети. При этом образуются три следующих фиктивных кольца:

- 1) ограниченное фиктивной линией  $0-НС_I$ , лежащей в плоскости сети, фиктивной линией  $0-B_I$ , лежащей в пространстве, цепью участков кольцевой сети и водоводом  $B_I-8-1-НС_I$ ;
- 2) ограниченное фиктивной линией  $0-НС_{II}$ , пространственной фиктивной линией  $0-B_{II}$  и цепью участков  $НС_{II}-4-5-6-B_{II}$ ;
- 3) ограниченное двумя пространственными фиктивными линиями  $0-B_I$  и  $0-B_{II}$  и цепью участков сети  $B_{II}-10-B_I$ .

Фиктивные кольца I, II и III совместно с кольцами сети составляют систему независимых расчетных элементарных колец. Эти три пространственных фиктивных кольца «опираются» на не-

который контур, лежащий на плоскости и проходящий через фиктивный узел  $\theta$  и все водопитатели и точки нефиксированных отборов (контур  $\theta - HC_I - B_I - B_{II} - HC_{II}$ ). Этот контур может быть принят за расчетный вместо любого из трех фиктивных колец.

Соотношение между числом колец, узлов и участков полученной системы будет  $p + n - 1$ .

Вопрос о сходимости процесса совместной увязки при расчетах систем подачи и распределения воды с любым числом водопитателей и нефиксированных отборов достаточно сложен. При использовании метода Лобачева — Кросса в чистом виде сходимость процесса, как полагают некоторые исследователи, не всегда обеспечена, как при плоских, так и при пространственных системах.

В пространственных системах появляются участки, принадлежащие одновременно более чем двум смежным контурам (фиктивные участки  $\theta - B_I$  и  $\theta - B_{II}$ ). В результате этого может быть нарушено преобладание элементов главной диагонали матрицы и значительно замедлен или даже нарушен процесс сходимости при использовании обычного итеративного метода Лобачева — Кросса.

Приведенные в п. 4 настоящей главы модификации этого метода, предусматривающие последовательную увязку контуров, которые имеют наибольшую невязку (ошибку), обеспечивает сходимость процесса для любых сетей — плоских и пространственных — и при любом числе водопитателей и нефиксированных отборов. Собственно процесс увязки пространственных сетей, получающихся при расчете совместной работы сети и водопитателей, ничем не разнится от описанных выше в этом разделе.

### 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основной задачей технико-экономического расчета систем подачи и распределения воды является нахождение таких диаметров труб водоводов и сетей, при которых подача заданных количеств воды к местам ее отбора потребителями может быть осуществлена с наименьшей затратой средств на строительство и эксплуатацию системы.

Проблемы проектирования инженерных систем, удовлетворяющих поставленным требованиям, охватывают целый комплекс вопросов. На экономические показатели системы существенно влияет выбор наиболее выгодной схемы подачи воды, наиболее рациональной конфигурации сети, числа водопитателей, наиболее выгодного распределения между ними общего количества подаваемой воды, режима их работы, мест расположения числа и размеров аккумулирующих емкостей и т. п.

Решение всех указанных вопросов не может быть, разумеется, получено одновременно и с помощью «прямого» расчета. Ряд вопросов может быть решен только путем сравнения и экономической оценки возможных вариантов.

Здесь мы будем рассматривать задачу, сформулированную выше, предполагая, что схема расположения всех основных сооружений системы и ее конфигурация выбраны; задано общее количество воды, подаваемой в сеть, все фиксированные отборы, а также напоры в критических точках сети.

В соответствии с общепринятой методикой экономической оценки инженерных систем наиболее выгодным является такое ее решение, при котором приведенная величина ежегодных затрат на ее строительство и эксплуатацию будет наименьшей (за установленный срок).

Строительная стоимость системы подачи и распределения воды определяется в основном стоимостью водопроводных линий (трубопроводов). Строительная стоимость насосных станций составляет обычно относительно небольшую часть от общей стоимости системы. Стоимость остальных сооружений не влияет на экономическую оценку рассматриваемого комплекса гидравлически связанных между собой сооружений системы.

Основная часть строительной стоимости сооружений этого комплекса (стоимость сетей и водоводов) зависит от длины линий и их диаметров (при выбранных типах труб и требуемом оборудовании). При расчете системы длины линий считаются выбранными, а их диаметры подлежат определению.

Основную часть эксплуатационных расходов в рассматриваемых системах составляет стоимость энергии, затрачиваемой на подъем воды. Относительно малый удельный вес в общей стоимости эксплуатации имеют остальные затраты, связанные с технической эксплуатацией систем и ее ремонтом.

Величина затрат, связанных с потреблением энергии, определяется количеством подаваемой воды и напором, под которым вода должна подаваться в систему. Этот напор определяется превышением заданной пьезометрической отметки диктующей точки системы (сети) над отметкой уровня воды в резервуаре насосной станции и суммарной величиной потерь напора. Последние зависят от величины гидравлических сопротивлений, определяемых, в свою очередь, длинами и диаметрами труб линий и расходами воды в них.

Таким образом, при заданных длинах линий размеры затрат как на строительство, так и на эксплуатацию системы зависят в основном от транспортируемых расходов воды и диаметров участков сети.

При уменьшении диаметров линий снижается строительная стоимость сети, но возрастает величина основного компонента стоимости эксплуатации (в части, зависящей от диаметров линий и расходов воды). При увеличении диаметров труб снижается стоимость эксплуатации и возрастает стоимость строительства сетей.

Следовательно, суммарная величина приведенных затрат на строительство и эксплуатацию, выраженная в функции диаметров, при определенном распределении расходов должна иметь экстремум. Очевидно, наиболее выгодное решение систем должно соответствовать минимуму величины приведенных затрат.

В разветвленных сетях с одним источником питания величины расходов воды в отдельных участках являются известными, если заданы отборы воды из сети. В таких сетях неизвестными будут только диаметры труб.

В сетях, включающих замкнутые контуры, а также в разветвленных сетях и водоводах при наличии нескольких водопитателей величины расходов воды в участках не могут считаться известными. Распределение потоков воды в таких системах уже зависит от диаметров сети. Поэтому для таких систем неизвестными будут как расходы, так и диаметры.

Как указано в главе V, технико-экономический расчет кольцевых сетей может производиться при заданном потокораспределении, принятом по соображениям надежности. Однако такое решение (рассмотренное далее в п. 3) является частным случаем общей задачи.

Таким образом, в общем случае технико-экономического анализа систем подачи и распределения воды интересно исследовать величину приведенных затрат, выраженную в функции расходов и диаметров (или потерь напора) участков сети.



При этом нахождение экстремальных значений функции стоимости должно производиться при соблюдении определенных условий, налагаемых законами гидравлики, которые связывают неизвестные.

При рассмотрении проблем технико-экономического расчета систем подачи и распределения воды необходимо учитывать, что этот расчет является не только средством получения наивыгоднейшего решения поставленной задачи, но и единственно возможным обоснованным методом ее решения. Задача определения диаметров труб не может быть в общем случае решена разумно без привлечения экономических критериев. Эта задача является технико-экономической по своему существу.

Наиболее полные и глубокие исследования в области теоретических основ и методов технико-экономических расчетов водопроводных сетей проведены Л. Ф. Мошиним и М. В. Кирсановым.

## 2. ФУНКЦИЯ СТОИМОСТИ И РАЗНОВИДНОСТИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ЕЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Приведенная величина ежегодных затрат по системе подачи и распределения воды может быть выражена следующим образом:

$$W = (p + E) \sum_{\text{сет}} (a + bd_{ik}^{\alpha}) l_{ik} + P \left( H_0 + \sum_{\text{напр}} h_{ik} \right) Q. \quad (\text{VII.1})$$

Первый член содержит приведенные годовые затраты от строительной стоимости, второй — основные эксплуатационные затраты, связанные с подъемом воды.

Здесь:

$p$  — нормативный процент ежегодных отчислений на амортизацию и ремонт со строительной стоимости сети и водоводов;

$E = 1/t$  — коэффициент эффективности капитальных вложений;

$t$  — нормативный срок окупаемости капитальных вложений;

$d_{ik}$  и  $l_{ik}$  — соответственно диаметры и длины участков сети и водоводов;

$a + bd_{ik}^{\alpha}$  — эмпирическая формула строительной стоимости труб (с укладкой) на единицу длины в руб.;

$H_0$  — пьезометрическая высота диктующей точки сети относительно уровня воды в питающем резервуаре насосной станции;

$Q$  — полный расход воды, подаваемой в систему, в л/сек;

$h_{ik}$  — потеря напора в участках сети и водоводах;

$P$  — экономический показатель, характеризующий затраты, которые связаны с подачей воды (ежегодные отчисле-

ния со стоимости насосных станций и годовая стоимость энергии, расходуемой на подъем воды):

$$P = \frac{(p_1 + E) fr + 8760\sigma\gamma}{102\eta},$$

- $p_1$  — нормативный процент отчислений со строительной стоимости насосных станций;  
 $f$  — стоимость строительства насосной станции, отнесенная к единице установленной мощности;  
 $r$  — коэффициент резерва насосного оборудования;  
 $\sigma$  — стоимость 1 *квт·ч* электроэнергии, потребляемой насосной станцией;  
 $\gamma$  — коэффициент неравномерности расходования энергии на подачу воды в течение расчетного периода времени;  
 $\eta$  — общий коэффициент полезного действия насосной станции.

Первый член формулы (VII.1) содержит приведенные годовые затраты от строительной стоимости, второй — основные эксплуатационные затраты, связанные с подъемом воды.

Во многих случаях первый член выражения, стоящего в числителе величины  $P$ , оказывается весьма малым по сравнению со вторым членом и им можно пренебречь без сколько-нибудь существенного снижения точности расчета.

В первой сумме выражения (VII.1) суммирование распространяется на все участки сети, а во второй — только на цепь участков, соединяющую начальную точку сети с диктующей точкой, т. е. такой точкой, заданная пьезометрическая отметка которой определяет (диктует) требуемый напор у водопитателя.

В качестве такой цепи может быть выбрана любая цепь участков между указанными точками.

Потери напора на участках выбранной цепи учитывают, по существу, влияние потерь напора всех участков кольцевой сети, так как все они взаимосвязаны уравнениями II закона Кирхгофа.

В поставленной задаче основными неизвестными (аргументами) являются расходы участков  $q_{ik}$  и диаметры труб участков  $d_{ik}$ . Эти две категории неизвестных на основании законов гидравлики не связываются между собой (попарно) никаким определенным соотношением. Формально они связываются через скорость движения воды в трубах — величину, также неизвестную и подлежащую определению по соображениям экономики. Связь между  $q_{ik}$  и  $d_{ik}$  может быть установлена только по соображениям экономичности, т. е. может быть получена в результате решения поставленной здесь задачи. Таким образом, до решения этой задачи неизвестные величины  $q_{ik}$  и  $d_{ik}$  не могут считаться связанными между собой.

Однако для каждого участка соответствующие величины  $q_{ik}$  и  $d_{ik}$  единственно возможным образом определяют соответствующую величину потери напора на участке  $ik$ , т. е. величину

$h_{ik} = k \frac{q_{ik}^{\beta}}{d_{ik}^m}$ , где  $k$  — коэффициент гидравлического сопротивления, зависящий от характера внутренней поверхности труб<sup>1</sup>.

Следовательно, мы можем величину  $W$  представлять как функцию  $p$  неизвестных  $q_{ik}$  и  $p$  неизвестных  $d_{ik}$  или как функцию  $p$  неизвестных  $q_{ik}$  и  $p$  неизвестных  $h_{ik}$ .

В отношении простоты анализа использование второй системы (т. е.  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ ) представляет некоторые преимущества.

Заменяя в выражении (VII.1)  $d_{ik}$  через  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ , получим:

$$W = (p + E) \sum_{\text{сети}} \left[ a + bk^{\frac{\alpha}{m}} \left( q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha}{m}} \right) \right] l_{ik} + \\ + P \left( H_0 + \sum_{\text{напр}} h_{ik} \right) Q. \quad (\text{VII.1a})$$

Прежде всего, очевидно, необходимо выяснить, имеет ли функция  $W$  экстремальные значения, при каких значениях  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$  они имеют место и есть ли это минимум или максимум.

Следует иметь в виду, что в практике приходится встречаться со многими разновидностями поставленной задачи.

Число и характер источников питания могут быть различны. Отдельные источники затрачивают электроэнергию на подачу воды, другие подают ее самотеком. В ряде случаев значения отдельных расходов (подач, отборов) и напоров (потерь напора и пьезометрических отметок) являются заданными.

Распределительные системы могут быть кольцевыми, разветвленными или смешанными. Характер распределения воды в сетях может быть весьма разнообразен. Ряд систем имеет регулирующие емкости, наличие которых вносит изменения в энергетический баланс системы в отдельные периоды ее работы.

Сначала рассмотрим общую постановку задачи технико-экономического расчета и анализа ее возможных решений на примере системы кольцевой сети с одним водопитателем (насосной станцией) и одной концевой точкой схода потоков с заданной пьезометрической отметкой.

### 3. АНАЛИЗ ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ О ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ ВОДOPРОВОДНЫХ СЕТЕЙ ПРИ НЕЗАДААННЫХ ВЕЛИЧИНАХ РАСХОДОВ ВОДЫ И ДИАМЕТРОВ СЕТЕЙ

Задача сводится к отысканию значений неизвестных расходов и диаметров (или потерь напора), соответствующих минимальному значению величины приведенных затрат  $W$ , которая выражена в функции  $q_{ik}$  и  $d_{ik}$  (или  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ ).

<sup>1</sup> Ниже мы будем условно принимать величины потерь напора для области квадратического сопротивления, т. е. при  $\beta = 2$ .

Подобная задача, как было указано, возникает в кольцевых сетях, а также в разветвленных сетях с несколькими источниками питания, т. е. в таких водопроводных системах, где начальное потокораспределение не является определенным (не решается однозначно).

Будем рассматривать величину  $W$ , выраженную в функции расходов  $q_{ik}$  и потерь напоров  $h_{ik}$  участков сети, т. е. формулу (VII.1a).

При рассмотрении поставленной задачи неизвестные, принадлежащие к двум различным группам ( $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ ), между собой не связаны и не могут быть выражены одни через другие, так как диаметры труб еще не известны и, следовательно, не известны гидравлические сопротивления участков, которые давали бы возможность, выразить  $h_{ik}$  через соответствующее  $q_{ik}$ .

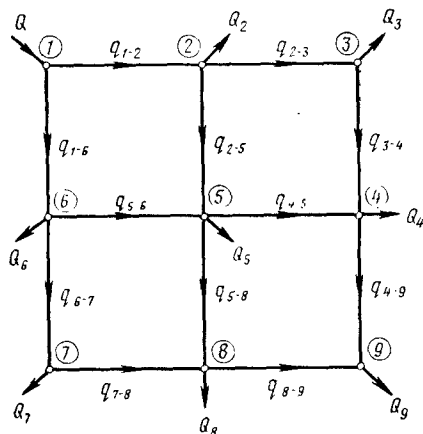


Рис. VII.1

Анализ функции стоимости  $W$  имеет целью установить связь между  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$  (или  $d_{ik}$ ) для нахождения экономически наиболее выгоднейших диаметров труб в соответствии с заданными расходами или располагаемыми напорами (при соблюдении законов гидравлики).

В качестве инструмента для такого исследования служит отыскание экстремальных значений

функции стоимости, их анализ и нахождение соответствующих им значений переменных.

В пределах каждой группы неизвестные, связанные между собой законами гидравлики: расходы — I законом Кирхгофа  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$  для всех узлов и потери напора — II законом Кирхгофа  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец сети.

Следовательно, искомые «наиболее выгоднейшие» значения  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$  будут те, которые соответствуют условному минимуму функции  $W$  при соблюдении условий  $\sum h_{ik} = 0$  и  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$ .

Для нахождения условного минимума функции необходимо или непосредственно ввести в нее заданные условия связи между переменными, или использовать метод неопределенных множителей Лагранжа. В последнем случае, как известно, ищется экстремум некоторой функции

$$F = W + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \dots,$$

где  $f_1, f_2, \dots$  — выражения заданных связей;  
 $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  — неопределенные множители Лагранжа.

Рассмотрим поставленную задачу в применении к четырехкольцевой сети (рис. VII.1). На схеме намечены фиксированные отборы воды и предполагаемые направления ее движения по участкам сети. В сеть подается полный расход  $Q$ . Задана пьезометрическая отметка  $H_9$  в конечной точке схода потоков.

В этой сети имеем:  $p = 12$  участков,  $m = 9$  узлов и  $n = 4$  кольца. Число неизвестных расходов  $q_{ik}$  так же, как и неизвестных потерь напора  $h_{ik}$ , равно 12, т. е. всего мы имеем 24 неизвестных.

Неизвестной является также пьезометрическая отметка  $H$  в начальной точке сети (системы).

Число связей вида  $\sum (q_{ik} + Q_i)$  при заданной величине подачи воды в сеть будет:  $m - 1 = 8$ , т. е. равно числу узлов без одного.

Число связей типа  $\sum h_{ik} = 0$  равно числу колец:  $n = 4$ .

Наконец, связь начальной (неизвестной) пьезометрической отметки  $H$  с заданной пьезометрической отметкой диктующей точки (узел 9):  $H - H_9 = \sum_{\text{напр}} h_{ik}$ .

В сумму входят потери напора от точки 1 до точки 9 по одному (любому) из путей между этими узлами.

Примем путь 1-2-3-4-9, тогда  $\sum_{\text{напр}} h_{ik} = h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4} + h_{4-9}$ .

Наконец, последняя связь может быть выражена так:  $H_9 + h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4} + h_{4-9} - H = 0$ .

Используя метод Лагранжа, составим новую функцию  $F(h_{ik}, q_{ik})$ , введя в нее кроме функции  $W$  указанные связи:

$$F(h_{ik}, q_{ik}) = (p + E) \sum_{\text{сеть}} \left[ a + bk^{\frac{\alpha}{m}} q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} h_{ik}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha}{m}} \right] l_{ik} + \\ + P(H_9 + h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4} + h_{4-9})Q + \\ + \sum \lambda_i (\sum q_{ik} + Q)_i + \sum \lambda_j (\sum h_{ik})_j.$$

Здесь последнее из приведенных условий связи  $H = H_9 + \sum_1^9 h_{ik}$  непосредственно введено в выражение функции  $W$ .

Берем частные производных полученной функции  $F$  по  $h_{ik}$  и  $q_{ik}$  и приравниваем их нулю. Первый член функции после дифференцирования по всем  $h_{ik}$  дает однотипное выражение

$$-\frac{\alpha}{m} (p + E) bk^{\frac{\alpha}{m}} q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}. \quad (\text{VII.2})$$

В дальнейшем для упрощения будем обозначать сомножитель  $-\frac{\alpha}{m} (p + E) bk^{\frac{\alpha}{m}}$  через  $B$ .

Второй член формулы (VII.1а) дает при дифференцировании по  $h_{ik}$  (входящим в принятый основной путь между точками 1 и 9) величину  $PQ$ . При дифференцировании по остальным  $h_{ik}$  получаем нули.

В результате дифференцирования по  $q_{ik}$  первый член функции принимает вид:

$$\frac{2\alpha}{m} (p + E) b k^m l_{ik}^m h_{ik}^m q_{ik}^m$$

или

$$2B l_{ik}^m h_{ik}^m q_{ik}^m. \quad (\text{VII.3})$$

Второй член функции при дифференцировании по  $q_{ik}$  дает нули.

Приравнявая нулю частные производства  $\frac{\partial F}{\partial h_{ik}}$  и  $\frac{\partial F}{\partial q_{ik}}$ , получим систему нелинейных уравнений относительно  $h_{ik}$  и  $q_{ik}$ .

После проведения некоторых преобразований и исключения неизвестных множителей  $\lambda$ , получим две группы новых уравнений.

Первая группа уравнений  $\frac{\partial F}{\partial h_{ik}} = 0$  имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} & q_{1-2}^m h_{1-2}^m l_{1-2}^m + q_{1-6}^m h_{1-6}^m l_{1-6}^m = A Q; \\ & q_{1-2}^m h_{1-2}^m l_{1-2}^m - q_{2-3}^m h_{2-3}^m \times \\ & \quad \times l_{2-3}^m - q_{2-5}^m h_{2-5}^m l_{2-5}^m = 0; \\ & q_{2-3}^m h_{2-3}^m l_{2-3}^m - q_{3-4}^m h_{3-4}^m l_{3-4}^m = 0; \\ & q_{3-4}^m h_{3-4}^m l_{3-4}^m + q_{4-5}^m h_{4-5}^m \times \\ & \quad \times l_{4-5}^m - q_{4-9}^m h_{4-9}^m l_{4-9}^m = 0; \\ & q_{2-5}^m h_{2-5}^m l_{2-5}^m + q_{5-6}^m h_{5-6}^m \times \\ & \quad \times l_{5-6}^m - q_{4-5}^m h_{4-5}^m l_{4-5}^m - q_{5-8}^m h_{5-8}^m l_{5-8}^m = 0; \\ & q_{1-6}^m h_{1-6}^m l_{1-6}^m - q_{5-6}^m h_{5-6}^m \times \\ & \quad \times l_{5-6}^m - q_{6-7}^m h_{6-7}^m l_{6-7}^m = 0; \\ & q_{6-7}^m h_{6-7}^m l_{6-7}^m - q_{7-8}^m h_{7-8}^m l_{7-8}^m = 0; \\ & q_{5-8}^m h_{5-8}^m l_{5-8}^m + q_{7-8}^m h_{7-8}^m l_{7-8}^m - \\ & \quad - q_{8-9}^m h_{8-9}^m l_{8-9}^m = 0. \end{aligned} \right\} (\text{VII.4})$$

Эта группа состоит из восьми узловых экономических уравнений, т. е. их число равно числу узлов рассматриваемой сети без одного ( $m - 1$ ).

Каждое из этих уравнений содержит однотипные члены вида

$$q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}},$$

относящиеся к участкам, которые примыкают к каждому из восьми узлов сети. Алгебраические суммы этих выражений для каждого узла равны нулю, т. е. они удовлетворяют правилу, аналогичному закону I Кирхгофа для расходов участков, примыкающих к соответствующим узлам сети. Только в уравнении для начального узла сети сумма таких же выражений для участков, отходящих от этого узла, равна величине  $AQ$  (где  $Q$  — полный расход, подаваемый в сеть;  $A = P/B$ ). Эта величина содержит все требуемые экономические характеристики, отражающие стоимость строительства и эксплуатации системы.

Это обстоятельство дает исключительно простое правило конструирования полученной системы уравнений, на что было указано в 1940 г. в нашей работе [1], где были выведены основные расчетные уравнения для технико-экономического расчета кольцевых сетей с заданным потокораспределением.

Вторая группа «экономических уравнений», полученная после преобразования выражения  $\frac{\partial F}{\partial q_{ik}} = 0$ , имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{2\alpha-m}{m} \frac{\alpha}{m} \frac{\alpha+m}{m} q_{1-2}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{1-2}^{\frac{\alpha}{m}} l_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} + q_{2-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{2-5}^{\frac{\alpha}{m}} l_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} - \\ & - q_{5-6}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{5-6}^{\frac{\alpha}{m}} l_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - q_{1-6}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{1-6}^{\frac{\alpha}{m}} l_{1-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} = 0; \\ & q_{2-3}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{2-3}^{\frac{\alpha}{m}} l_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} + q_{3-4}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{3-4}^{\frac{\alpha}{m}} l_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} - \\ & - q_{4-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{4-5}^{\frac{\alpha}{m}} l_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} - q_{2-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{2-5}^{\frac{\alpha}{m}} l_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} = 0; \\ & q_{5-4}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{5-4}^{\frac{\alpha}{m}} l_{5-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} + q_{4-9}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{4-9}^{\frac{\alpha}{m}} l_{4-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} - \\ & - q_{8-9}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{8-9}^{\frac{\alpha}{m}} l_{8-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} - q_{5-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{5-8}^{\frac{\alpha}{m}} l_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} = 0; \\ & q_{6-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{6-5}^{\frac{\alpha}{m}} l_{6-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} + q_{5-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{5-8}^{\frac{\alpha}{m}} l_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} - \\ & - q_{7-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{7-8}^{\frac{\alpha}{m}} l_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} - q_{6-7}^{\frac{2\alpha-m}{m}} h_{6-7}^{\frac{\alpha}{m}} l_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} = 0. \end{aligned} \right\} \text{(VII.5)}$$

Эта группа содержит четыре уравнения (по числу колец сети), и члены каждого из уравнений подчиняются закону, аналогичному II закону Кирхгофа для потерь напора в кольцах сети.

Таким образом, системы (VII.4) и (VII.5) дают в сумме 12 уравнений относительно искомым неизвестных  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ .

Если добавить к ним 12 уравнений, выражающих «гидравлические» связи между  $q_{ik}$  и между  $h_{ik}$  вида  $\sum (q + Q) = 0$  и  $\sum h = 0$ , то получим 24 уравнения для нахождения 24 неизвестных  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ .

Очевидно, эта система уравнений в принципе дает возможность найти искомые величины.

Остается исследовать характер экстремума функции  $W$ , которому соответствует получаемая отсюда система значений  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$ .

Вторые производные функции  $W$  по переменным  $h_{ik}$  и  $q_{ik}$  будут иметь вид:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial h_{ik}^2} = B \frac{\alpha + m}{m} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} h_{ik}^{-\frac{\alpha+2m}{m}}$$

и

$$\frac{\partial^2 W}{\partial q_{ik}^2} = 2B \frac{2\alpha - m}{m} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} q_{ik}^{\frac{2\alpha-2m}{m}}$$

Величины  $q_{ik}$  и  $h_{ik}$  вошли в функцию стоимости в результате того, что через них были выражены диаметры сети. Поэтому по своему смыслу они могут быть или положительны, или равны нулю. Следовательно, вторая производная  $\frac{\partial^2 W}{\partial h_{ik}^2}$  всегда положительна. При всех практически встречающихся значениях  $\alpha$  и  $m$  величина  $\frac{2\alpha - m}{m} < 0$ ; следовательно, вторая производная  $\frac{\partial^2 W}{\partial q_{ik}^2}$  всегда будет отрицательна.

Смешанные частные производные, содержащие одноименные переменные, равны нулю. Таким образом, функция  $W$  является выпукло-вогнутой в области своего определения, и внутри области определения она не имеет экстремума. Некоторые соображения об особенностях этой функции приведены в п. 6.

Если задаваться значениями переменных одной из двух групп ( $h_{ik}$  или  $q_{ik}$ ), то функция  $W$  будет иметь экстремум.

Рассмотрим ниже эти два случая.

#### 4. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СЕТЕЙ ПРИ ЗАДАННОМ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИИ

Нахождение наиболее выгодных диаметров сети (или наиболее выгодных потерь напора) при заданном потокораспределении (при известных величинах  $q_{ik}$ ) сводится к нахождению таких значений  $d_{ik}$  (или  $h_{ik}$ ), которые соответствуют минимальному значению функции стоимости  $W = f(d_{ik})$  или  $W = \varphi(h_{ik})$ . Как и выше, будем рассматривать  $W$  в функции потерь напора. При этом величина напора в начальной точке сети предполагается не заданной.

Рассмотрим ту же систему, общий анализ которой был дан в п. 3



Задача сводится к нахождению условного экстремума функции  $W$  при соблюдении условий  $\sum h_{ik} = 0$  в кольцах. Предполагается, что при всяком заданном потокораспределении автоматически соблюдается условие  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$  в узлах сети.

Из полученных для общего случая уравнений для случая заданных расходов останутся лишь уравнения группы (VII.4) и условия связи вида  $\sum h_{ik} = 0$ . При этом величины  $\frac{2\alpha}{q_{ik}^m}$ ,  $\frac{\alpha+m}{l_{ik}^m}$ , которые мы обозначим через  $a_{ik}$ , будут здесь играть роль постоянных коэффициентов при  $h_{ik}$ .

Тогда систему уравнений (VII.4) можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{1-6} h_{1-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - AQ &= 0; \\ a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{2-3} h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{2-5} h_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{2-3} h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{3-4} h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{3-4} h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{4-5} h_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{4-9} h_{4-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{2-5} h_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} + a_{5-6} h_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{4-5} h_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{5-8} h_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{1-6} h_{1-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{5-6} h_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{6-7} h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{6-7} h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{7-8} h_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ a_{5-8} h_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} + a_{7-8} h_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{8-9} h_{8-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0. \end{aligned} \right\} \text{(VII.4a)}$$

Подобная система уравнений была получена нами [1] для случая заданного потокораспределения путем непосредственного дифференцирования функции стоимости с введенными в нее условиями связи вида  $\sum h_{ik} = 0$  без использования неопределенных множителей Лагранжа.

Число уравнений (VII.4a) равно  $m - 1$ ; вместе с  $n$  условиями связи  $\sum h_{ik} = 0$  имеем  $p = n + m - 1$  уравнений для определения  $p$  неизвестных величин потерь напора  $h_{ik}$ .

Вторые производные функции  $W$  по  $h_{ik}$  (при фиксированных  $q_{ik}$ ), как показано в п. 3:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial h_{ik}^2} = B \frac{\alpha + m}{m} \frac{2\alpha}{q_{ik}^m} \frac{\alpha+m}{l_{ik}^m} \frac{\alpha+2m}{h_{ik}^m} > 0,$$

т. е. все положительны.

Следовательно, при заданном потокораспределении функция  $W$  обладает положительно определенным вторым дифференциалом, т. е. является выпуклой.

Это свидетельствует о том, что полученные из уравнений (VII.4а) значения  $h_{ik}$  соответствуют наименьшему значению функции стоимости, а величины диаметров участков, соответствующих этим  $h_{ik}$ , являются экономически наивыгоднейшими диаметрами участков кольцевой сети при заданном потокораспределении.

Этот вывод может быть распространен на сеть с любым числом колец, так как добавление их не вносит никаких принципиальных изменений в структуру полученных расчетных уравнений, а лишь изменяет их число и соответственно число неизвестных.

В качестве основных разновидностей задачи о технико-экономическом расчете сетей с заданным начальным потокораспределением рассмотрим случаи, когда:

- 1) сеть имеет несколько конечных точек схода потоков;
- 2) напор (пьезометрическая отметка) в начальной точке сети задан так же, как и в конечных точках схода;
- 3) сеть имеет два источника питания (насосные станции);
- 4) сеть имеет питание от насосной станции и напорного резервуара;
- 5) сеть разветвленная.

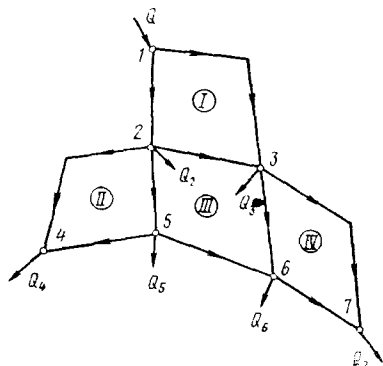


Рис. VII.2

**Случай 1.** Рассмотрим сеть, представленную на рис. VII.2. Общий расход, подаваемый в сеть, и все узловые фиксированные отборы воды заданы. Заданы также пьезометрические отметки в точках схода потоков  $H_4$  и  $H_7$ . Начальная пьезометрическая отметка  $H$  в точке 1 не задана.

Имеется 10 неизвестных потерь напора в участках  $h_{ik}$  и пьезометрическая отметка начальной точки  $H$ .

Ищутся значения  $h_{ik}$  и  $H$ , соответствующие минимуму величины приведенных затрат, при соблюдении следующих условий связи: уравнения вида  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец сети и связи  $H_4 + h_{2-4} + h_{1-2} - H = 0$  и  $H_7 + h_{3-7} + h_{1-3} - H = 0$ , т. е. всего шесть условий связи.

Для решения задачи необходимо определить значения  $h$ , соответствующие экстремальному значению функции:

$$F(h_{ik}) = W + \sum \lambda_I (\sum h_{ik})_I + \lambda_1 (H_4 + h_{2-4} + h_{1-2} - H) + \\ + \lambda_2 (H_7 - h_{3-7} + h_{1-3} - H).$$

Выражение  $W$  аналогично предыдущему:

$$W = (p + E) \sum_{\text{сеть}} \left[ a l_{ik} + b k^{\frac{\alpha}{m}} a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} \right] + PQH.$$

Взяв частные производные функции  $F$  по  $h_{ik}$  и приравняв их нулю, получим (после исключения из этих уравнений неопределенных множителей  $\lambda$ ) пять «узловых экономических» уравнений.

Для узла 1:

$$a_{1-2} h_{1-2}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{1-3} h_{1-3}^{-\frac{\alpha+m}{m}} = AQ;$$

для узла 2:

$$a_{1-2} h_{1-2}^{-\frac{\alpha+m}{m}} = a_{2-3} h_{2-3}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{2-4} h_{2-4}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{2-5} h_{2-5}^{-\frac{\alpha+m}{m}};$$

для узла 3:

$$a_{1-3} h_{1-3}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{2-3} h_{2-3}^{-\frac{\alpha+m}{m}} = a_{3-6} h_{3-6}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{3-7} h_{3-7}^{-\frac{\alpha+m}{m}};$$

для узла 5:

$$a_{2-5} h_{2-5}^{-\frac{\alpha+m}{m}} = a_{4-5} h_{4-5}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{5-6} h_{5-6}^{-\frac{\alpha+m}{m}};$$

для узла 6:

$$a_{3-6} h_{3-6}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + a_{5-6} h_{5-6}^{-\frac{\alpha+m}{m}} = a_{6-7} h_{6-7}^{-\frac{\alpha+m}{m}}.$$

Вместе с шестью приведенными выше уравнениями гидравлических связей будем иметь всего 11 уравнений для отыскания 11 неизвестных  $h_{ik}$ .

Если подобные же уравнения попытаться построить (тем же методом) для концевых точек схода 4 и 7, то получим одно уравнение

$$\left( h_{3-7}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + h_{6-7}^{-\frac{\alpha+m}{m}} \right) + \left( h_{2-4}^{-\frac{\alpha+m}{m}} + h_{5-4}^{-\frac{\alpha+m}{m}} \right) = AQ.$$

Это уравнение при заданном  $AQ$  и наличии первого уравнения системы (VII.4a) является лишним для решения системы, однако оно показывает, что для суммы конечных узлов мы имеем то же условие, что и для узла питания, т. е. что сумма величин  $h^{-\frac{\alpha+m}{m}}$  участков, примыкающих как к начальному, так и к конечным узлам, равна  $AQ$ .

Наличие различных пьезометрических отметок в конечных точках схода потоков вносит, как показано, дополнительные условия и некоторые осложнения в практические методы технико-экономических расчетов кольцевых сетей (см. п. 7).

**Случай 2.** Пьезометрическая отметка в начальной точке сети задана. В подобных системах в выражении величины приведенных затрат выпадает при дифференцировании величина стоимости энергии, затрачиваемой на подъем воды; исчезает член  $PQH$ .

Наивыгоднейшими будут значения  $h_{ik}$  в участках сети, при которых строительная стоимость сети будет наименьшей, при соблюдении условий, налагаемых гидравлическими связями.

В качестве последних должны по-прежнему соблюдаться условия  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец, а также  $\sum_{\text{напр}} h_{ik} = H_{\text{нач}} - H_{\text{кон}}$ ,

т. е. сумма потерь напора от начальной до диктующей точки схода потоков должна быть равна (по любому пути) разности пьезометрических отметок этих точек.

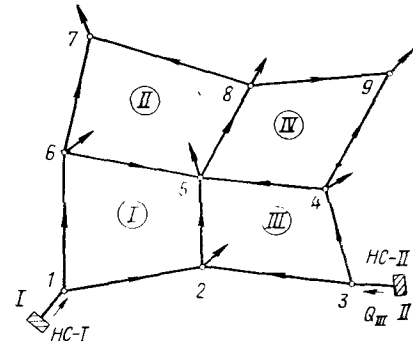


Рис. VII.3

в точках схода потоков ( $H_7$  и  $H_9$ ), которые здесь являются диктующими.

Выражение функции  $W$  в этом случае получит несколько иной вид, чем раньше; второй член будет содержать два слагаемых, отражающих величины затрат энергии по двум насосным станциям:

$$W = (p + E) \sum_{\text{сеть}} \left[ a + bk^{\frac{\alpha}{m}} a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} \right] l_{ik} + PQ_I H_I + PQ_{II} H_{II},$$

где в величины  $H_I$  и  $H_{II}$  включены суммы потерь напора по произвольно выбранной цепям участков, соединяющих узел 1 с узлом 7 и узел 2 с узлом 9.

Неизвестными в данной задаче являются величины потерь напора в участках  $h_{ik}$  и пьезометрические отметки на насосных станциях  $H_I$  и  $H_{II}$ , соответствующие наименьшей величине приведенных затрат по системе при соблюдении определенных условий связи между напорами в характерных точках.

Таковыми условиями будут: уравнения  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец сети (четыре уравнения) и связи:

$$H_7 + h_{6-7} + h_{1-6} + h_{1-1} = H_I;$$

$$H_9 + h_{4-9} + h_{3-4} + h_{3-II} = H_{II};$$

$$H_7 + h_{7-8} - h_{8-9} = H_9,$$

т. е. всего семь уравнений.

Составляем функцию:

$$F(h_{ik}) = W + \sum \lambda_J (\sum h_{ik})_J + \lambda_1 (H_7 + h_{6-7} + h_{1-6} + h_{I+1} - H_I) + \\ + \lambda_2 (H_9 + h_{4-9} + h_{3-4} + h_{3-II} - H_{II}) + \lambda_3 (H_7 + h_{7-8} - h_{8-9} - H_9).$$

Дифференцируя  $F(h_{ik})$  по всем переменным  $h_{ik}$ ,  $H_I$  и  $H_{II}$ , получаем систему уравнений вида:  $\frac{\partial F}{\partial h_{ik}} = 0$ .

После исключения неопределенных множителей  $\lambda$  получаем  $m - 2 = 7$  независимых «экономических» узловых уравнений для всех узлов (кроме концевых точек схода) и для узлов расположения водопитателей:

$$\left. \begin{aligned} \text{узел } I \dots h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{1-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{I-1}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 2 \dots h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 3 \dots h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{II-3}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 4 \dots h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{4-9}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 5 \dots h_{2-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 6 \dots h_{1-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } 8 \dots h_{5-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= h_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{8-9}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } I \dots h_{I-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= AQ_I; \\ \text{» } II \dots h_{II-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= AQ_{II}; \end{aligned} \right\} \text{(VII.6)}$$

т. е. девять уравнений.

Вместе с семью уравнениями связи получим 16 необходимых уравнений для нахождения 16 неизвестных  $h_{ik}$  и  $H_I$ .

Если здесь, как и в предыдущем случае, построить уравнения для концевых точек схода потоков (узлы 7 и 9), то получим одно уравнение

$$\left( h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right) + \left( h_{4-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{8-9}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right) = AQ_I + AQ_{II},$$

т. е. в этом случае (при двух точках питания) суммы величин  $\frac{\alpha+m}{h_{ik}^m}$  для участков, примыкающих как к точкам подачи, так и к конечным точкам схода потоков, равны:  $(AQ_I + AQ_{II})$ .

Рассмотренный случай может быть распространен на системы с любым числом источников питания и с любым числом конечных точек схода потоков.

**Случай 4.** Рассмотрим, наконец, случай технико-экономического расчета сети (рис. VII.4) при ее одновременном питании от насосной станции и напорного резервуара с заданной пьезометрической отметкой. Таким образом, только один из водопитателей расходует электроэнергию на подачу воды.

В подобных случаях при одном или нескольких водопитателях, как расходующих, так и не расходующих электроэнергию, несколько видоизменяется формулировка задачи технико-экономического расчета системы. Ее можно сформулировать как задачу отыскания таких диаметров (потерь напора) всех участков сети и водоводов, при которых величина

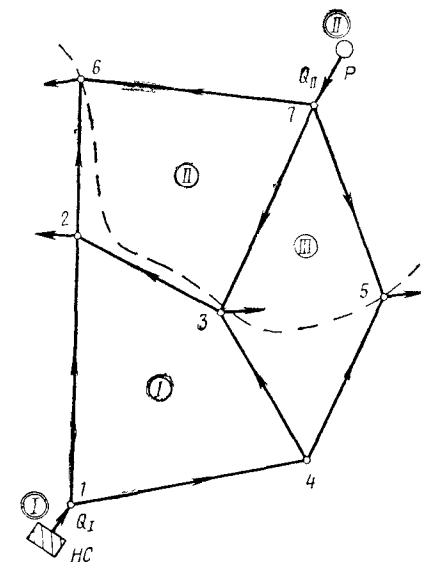


Рис. VII.4

приведенных затрат будет наименьшей при условии полного использования напора водопитателя, подающего воду самотеком.

Для данной задачи функция стоимости будет иметь вид:

$$W = (p + E) \sum_{\text{сеть}} \left[ a + bk^{\frac{\alpha}{m}} a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} \right] l_{ik} + PQ_I H_I,$$

где  $H_I$  — неизвестная пьезометрическая отметка на насосной станции.

Имеем 11 неизвестных  $h_{ik}$  и неизвестную величину  $H_I$ , т. е. всего 12 неизвестных.

Ищется условный минимум функции  $W$  при удовлетворении следующих условий связи  $\sum h_{ik} = 0$  для всех колец сети, а также:

$$H_5 + h_{4-5} + h_{1-4} + h_{1-I} = H_I;$$

$$H_6 + h_{6-7} + h_{7-II} = H_{II};$$

$$H_6 + h_{6-7} - h_{5-7} = H_5.$$

Здесь  $H_{II}$  — заданная постоянная отметка уровня воды в напорном резервуаре II;

$H_5$  и  $H_6$  — заданные пьезометрические отметки в концевых точках схода потоков (узлы 5 и 6).

Будем искать минимум функции

$$F(h_{ik}) = W + \sum \lambda_I (\sum h_{ik})_I + \lambda_1 (H_5 + h_{4-5} + h_{1-4} + h_{1-1} - H_I) + \lambda_2 (H_6 + h_{6-7} + h_{7-11} - H_{II}) + \lambda_3 (H_6 + h_{6-7} - h_{5-7} - H_5).$$

После дифференцирования  $F(h_{ik})$  по всем переменным  $h_{ik}$  и  $H_I$ , приравнявания нулю частных производных и исключения неопределенных множителей  $\lambda$  получим следующую систему узловых экономических уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для узла } I \quad h_{1-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} = A Q_I; \\ \text{» } \text{» } 1 \quad h_{1-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} = h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{1-4}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } \text{» } 2 \quad h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} = h_{2-6}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } \text{» } 3 \quad h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{3-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} = h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } \text{» } 4 \quad h_{1-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} = h_{3-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{4-5}^{\frac{\alpha+m}{m}}; \\ \text{» } \text{» } 7 \quad h_{11-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} = h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{3-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} + h_{5-7}^{\frac{\alpha+m}{m}}. \end{array} \right\} \text{(VII.7)}$$

Для узла II узловое уравнение не может быть построено, так как пьезометрическая отметка в нем задана так же, как и в узлах 5 и 6. Уравнения (VII.7) вместе с уравнениями связи дают 12 уравнений, что достаточно для нахождения всех искомых величин  $h_{ik}$  и  $H_I$ .

Ниже в п. 7 приводятся методы практического решения рассмотренных задач технико-экономического расчета систем подачи и распределения воды при заданном потокораспределении.

**Случай 5.** Метод технико-экономического исследования кольцевых сетей при заданных величинах расходов воды в участках может быть применен и к разветвленным сетям, так как в них при заданных отборах воды и заданной водоподаче потокораспределение определяется единственным возможным образом и, следовательно, величины  $q_{ik}$  всегда являются известными.

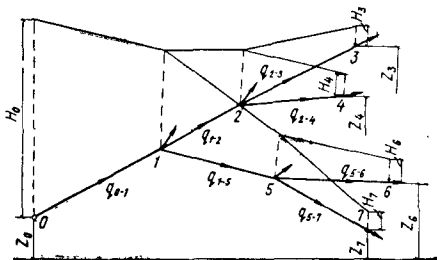


Рис. VII.5

Величины наивыгоднейших диаметров участков или соответствующих им (при заданных расходах) потерь напора могут быть найдены путем отыскания экстремального значения функции стоимости  $W$  при соблюдении соответствующих гидравлических связей.

Рассмотрим разветвленную сеть (рис. VII.5), вода в которую подается насосной станцией, расположенной в точке  $O$ . Во всех узлах сети заданы фиксированные отборы воды  $Q_i$  и, следовательно, известны расходы всех участков сети  $q_{ik}$ . Величины пьезометрических отметок  $H_i + z_i = H'_i$  во всех конечных точках сети заданы.

Задачу можно рассматривать при заданной или незаданной величине пьезометрической отметки  $H_0 + z_0 = H'_0$  в начальной точке  $O$ .

Рассмотрим сначала сеть с незаданной начальной пьезометрической отметкой. Задача сводится к отысканию минимума величины  $W$ , выраженной в функции  $d_{ik}$  или в функции  $h_{ik}$ .

В последнем случае неизвестными будут величины  $h_{ik}$  всех участков и величина  $H'_0$ , т. е. всего восемь неизвестных. Для их нахождения могут быть использованы уравнения  $\frac{\partial W}{\partial h_{ik}} = 0$  и  $\frac{\partial W}{\partial H} = 0$  при соблюдении следующих связей для величин  $h_{ik}$ :

$$h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-3} - (H'_0 - H'_3) = 0;$$

$$h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-4} - (H'_0 - H'_4) = 0;$$

$$h_{0-1} + h_{1-5} + h_{5-6} - (H'_0 - H'_6) = 0;$$

$$h_{0-1} + h_{1-5} + h_{5-7} - (H'_0 - H'_7) = 0.$$

Ищем условный минимум функции

$$F(h_{ik}, H') = W + \lambda_1 [h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-3} - (H'_0 - H'_3)] + \\ + \lambda_2 [h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-4} - (H'_0 - H'_4)] + \lambda_3 [h_{0-1} + h_{1-5} + \\ + h_{5-6} - (H'_0 - H'_6)] + \lambda_4 [h_{0-1} + h_{1-5} + h_{5-7} - (H'_0 - H'_7)].$$

После дифференцирования функции  $F$  по  $h_{ik}$  и  $H'_0$  и исключения неопределенных множителей Лагранжа, получаем следующую систему уравнений для начального и промежуточных узлов.

$$\left. \begin{aligned} \text{Для узла } 0 \quad a_{0-1} h_{0-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= AQ; \\ \text{« } \quad \text{« } \quad 1 \quad a_{0-1} h_{0-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{1-5} h_{1-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ \text{« } \quad \text{« } \quad 2 \quad a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{2-3} h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{2-4} h_{2-4}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0; \\ \text{« } \quad \text{« } \quad 5 \quad a_{1-5} h_{1-5}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{5-6} h_{5-6}^{\frac{\alpha+m}{m}} - a_{5-7} h_{5-7}^{\frac{\alpha+m}{m}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII.8})$$

т. е. уравнения, связывающие между собой величины  $h_{ik}$  для участков, которые примыкают ко всем узлам сети, кроме конечных.



Легко видеть, что эти уравнения имеют ту же структуру, как и полученные ранее для кольцевых сетей. В разветвленных сетях эти уравнения действительны для таких узлов, где происходит разветвление сети; такие узлы подобны узлам кольцевой сети.

Добавив к этим уравнениям приведенные выше условия связей, получим систему из восьми уравнений для отыскания восьми неизвестных  $h_{ik}$  и  $H'_0$ .

Поставленная задача решалась при заданных значениях расходов. Используя приведенный выше анализ, можно убедиться, что полученные из этих уравнений величины  $h_{ik}$  соответствуют наименьшему значению функции стоимости  $W$ , т. е. являются наилучшими.

Для сети с заданной величиной пьезометрической отметки  $H'_0$  при решении аналогичной задачи неизвестными будут только величины  $h_{ik}$ . Составление расчетных уравнений осуществляется тем же путем, но с той разницей, что  $\frac{\partial F}{\partial H'_0} = 0$ .

Первое уравнение системы (VII.8) исчезает. Для определения неизвестных  $h_{ik}$  служат остальные уравнения этой системы и уравнения связи. Таким образом, мы имеем семь уравнений для отыскания семи неизвестных.

Уравнения, подобные этим, могут быть использованы и для расчета водоводов с несколькими точками отбора воды, расположенными на их длине, т. е. водоводов с несколькими последовательно расположенными участками, имеющими различные расчетные расходы.

В подобных случаях из системы исчезают «узлы разветвлений», и конечной узел будет только один. Следовательно, мы будем иметь одно условие связи:  $H_0 - \sum h_{ik} = H_{\text{конц}}$  или  $\sum h_{ik} = H_0 - H_{\text{конц}} = H$ .

Нетрудно видеть, что в данном случае все узловое уравнения примут вид:

$$a_{0-1} h_{0-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} = a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} ;$$

$$a_{1-2} h_{1-2}^{\frac{\alpha+m}{m}} = a_{2-3} h_{2-3}^{\frac{\alpha+m}{m}} ;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_{n-1} h_{n-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} = a_n h_n^{\frac{\alpha+m}{m}} .$$

Число таких уравнений равно  $p - 1$ , т. е. равно числу участков водовода без одного. Для системы с незадаанным начальным давлением добавляется еще одно уравнение  $a_{0-1} h_{0-1}^{\frac{\alpha+m}{m}} = A Q$ .

Вместе с уравнениями связи мы будем иметь требуемое число уравнений для нахождения  $p$  неизвестных потерь напора  $h_{ik}$  и начального давления  $H_0$ .

Для разветвленных сетей с заданной начальной пьезометрической отметкой (в точке питания) исчезает одно неизвестное  $H_0$  и отпадает уравнение для начального узла (так как  $H_0 = \text{const}$ ).

Задача сводится к определению таких  $h_{ik}$ , которые удовлетворяют оставшиеся экономические узловые уравнения при соблюдении условий связи всех заданных пьезометрических отметок, включая отметку точки питания.

## 5. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВОДОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ ПРИ ЗАДАННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПОТЕРЬ НАПОРА В УЧАСТКАХ

Рассмотрим теперь задачу технико-экономического расчета кольцевых сетей при заданных величинах потерь напора, т. е. считая известными вторую группу переменных ( $h_{ik}$ ). Разумеется, величины  $h_{ik}$  должны задаваться с соблюдением условий  $\sum h_{ik} = 0$  в кольцах сети.

В этом случае задача сводится к нахождению таких расходов  $q_{ik}$  (или диаметров  $d_{ik}$ ), при которых функция стоимости  $W$  будет иметь наименьшее значение при соблюдении условий  $\sum (q_{ik} + Q_i)$  в узлах сети.

Подобная постановка задачи носит несколько академический характер, так как в реальных водопроводных системах такие условия редко можно встретить. Заданные величины потерь напора в участках сети могут иметь место, например, в гравитационной системе, где заданы величины свободных напоров во всех узлах сети, т. е. известными являются пьезометрические отметки узлов. Здесь единственно возможным образом определяются и величины потерь напора  $h_{ik}$  всех участков (при автоматическом соблюдении условий  $\sum h_{ik} = 0$  в кольцах). Схема такой сети показана на рис. VII.6.

Как было показано в п. 3, после дифференцирования функции стоимости  $W$  по  $q_{ik}$  с учетом указанных связей получаем (для рассматриваемой четырехкольцевой сети) систему четырех уравнений вида (VII.5) для четырех колец сети.

Если для простоты начертания рассматриваемых выражений обозначить в них сомножители  $h_{ik}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}$  (которые в данном случае представляют постоянные коэффициенты при переменных  $q_{ik}^{\frac{2\alpha-m}{m}}$ ) через  $r_{ik}$ , то уравнения вида (VII.5) примут вид:

$$r_{1-2} q_{1-2}^{\frac{2\alpha-m}{m}} + r_{2-5} q_{2-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{5-6} q_{5-6}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{1-6} q_{1-6}^{\frac{2\alpha-m}{m}} = 0;$$

$$r_{2-3} q_{2-3}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{3-4} q_{3-4}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{4-5} q_{4-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{2-5} q_{2-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} = 0;$$

$$r_{5-4}q_{5-4}^{\frac{2\alpha-m}{m}} + r_{4-9}q_{4-9}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{8-9}q_{8-9}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{5-8}q_{5-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} = 0;$$

$$r_{6-5}q_{6-5}^{\frac{2\alpha-m}{m}} + r_{5-8}q_{5-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{7-8}q_{7-8}^{\frac{2\alpha-m}{m}} - r_{6-7}q_{6-7}^{\frac{2\alpha-m}{m}} = 0.$$

Эти уравнения для четырех колец сети вместе с  $m - 1 = 8$  уравнениями вида  $\sum (q_{ik} + Q_i) = 0$  для узлов сети дают 12 уравнений для отыскания неизвестных величин расходов участков сети.

Таким образом, поставленная задача сводится по существу к нахождению оптимального потокораспределения в сети при заданных величинах потерь напора  $h_{ik}$ .

Исследуем теперь характер экстремального значения функции стоимости, соответствующего значениям  $q_{ik}$ , которые получены в результате решения приведенной системы уравнений.

Вторые производные функции  $W$  по  $q_{ik}$ , как показано в п. 3, имеют вид:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial q_{ik}^2} = \frac{2\alpha - m}{m} r_{ik} q_{ik}^{\frac{2(\alpha-m)}{m}}.$$

Так как сомножитель  $\frac{2\alpha - m}{m}$  при всех практически возможных значениях  $\alpha$  и  $m$  всегда отрицателен, а все остальные сомножители положительны, то  $\frac{\partial^2 W}{\partial q_{ik}^2} < 0$ . Это свидетельствует о том, что найденные из уравнений  $\frac{\partial W}{\partial q_{ik}} = 0$  величины  $q_{ik}$  соответствуют не наименьшему, а наибольшему значению функции  $W$ , т. е. полученное распределение расходов вызывает наибольшие затраты и является наименее экономически выгодным.

В этом случае функция стоимости  $W$  имеет отрицательно определенный второй дифференциал и является вогнутой.

В частности, при рассмотрении задачи о наиболее выгодном потокораспределении в одном кольце (см. главу V) мы имеем случай, когда при любых заданных напорах в узлах величины потерь напора в ветвях кольца будут равны. Следовательно, при любых абсолютных значениях  $h_I = h_{II} = H_A - H_B$  мы будем иметь потокораспределение, соответствующее наибольшей величине приведенных затрат.

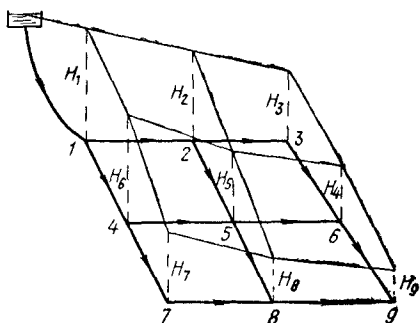


Рис. VII.6

## 6. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ И ВЫВОДЫ О ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ПРИВЕДЕННЫХ ЗАТРАТ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ХАРАКТЕРА ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В СИСТЕМЕ

Анализ экстремальных значений величины приведенных затрат  $W$  на строительство и эксплуатацию систем подачи и распределения воды, выраженной в функции двух групп переменных — расходов  $q_{ik}$  и потерь напора  $h_{ik}$  участков, привел (см. п. 3) к выводу, что в общем случае функция  $W = f(h_{ik}, q_{ik})$  не имеет экстремума.

Далее, был исследован характер экстремальных значений этой функции для случаев, когда заданы значения:

а) переменных  $q_{ik}$ , т. е. задано потокораспределение в сети и ищутся оптимальные значения потерь напора  $h_{ik}$  или, что то же, оптимальные диаметры сети  $d_{ik}$ ;

б) переменных  $h_{ik}$ , т. е. задана пьезометрическая поверхность для данной сети, и ищется оптимальное потокораспределение.

В результате анализа первого случая показано, что при заданном потокораспределении в кольцевой сети решение системы уравнений  $\frac{\partial W}{\partial h_{ik}} = 0$  дает

возможность найти такие значения  $h_{ik}$ , которым соответствует минимальное значение функции  $W$ , т. е. наименьшая величина приведенных затрат. Следовательно, кривая, выражающая  $W = f(h_{ik})$ , обращена выпуклой стороной вниз.

Однако для каждой данной системы (сети) может быть задано неограниченное число вариантов распределения общего расхода  $Q$ , подаваемого в сеть по участкам сети. Очевидно, для каждого такого варианта может быть найдено соответствующее ему наименьшее значение величины  $W$ .

Абсолютные величины этих наименьших значений  $W$  будут, вообще говоря, различны для различных вариантов потокораспределения. Ряд уравнений  $W = f(h_{ik})$  для различных вариантов потокораспределений можно представить серией кривых, показанных на рис. VII.7. Минимальные ординаты этих кривых ( $a_1, a_2, a_3$  и т. д.) соответствуют различным вариантам потокораспределения в данной сети<sup>1</sup>.

Приведенные в п. 4 методы расчета позволяют для любой сети определить численные значения потерь напора (или диаметров),

<sup>1</sup> Функция  $W$  является функцией многих переменных, и поэтому все ее изображения на плоскости (см. рис. VII.7 и VII.8) являются условными и схематическими.

соответствующих минимальному значению функции  $W$  для любого заданного потокораспределения и, следовательно, построить кривую  $AB$ .

Однако понятие о характере кривой, на которой лежат точки  $a_i$  (см. рис. VII.7), может быть усмотрено лишь из общего анализа экстремальных значений  $W$  при заданных величинах  $h_{ik}$  (см. п. 5).

Как показывает анализ изменения величины  $W$ , выраженной в функции расходов  $[W = f(q_{ik})]$ , экстремальным значением этой функции является максимум и выражающая ее кривая обращена выпуклой стороной вверх. Следовательно, и кривая минимальных значений функции  $W = f(h_{ik})$ , вычисленных для разных вариантов потокораспределения, т. е. кривая  $AB$ , также должна быть обращена выпуклой стороной вверх (см. рис. VII.7).

Наибольшая возможная ордината кривой  $AB$  (см. рис. VII.7) — точка  $a_3$  — соответствует наиболее выгодным значениям  $h_{ik}$  (и, следовательно,  $d_{ik}$ ) для наименее выгодного варианта потокораспределения в данной сети.

Как было показано (п. 5 главы V), для одного кольца наименее выгодным является распределение полного расхода  $Q$  между его ветвями ( $Q_1$  и  $Q_2$ ), когда  $\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^4$ , или при равных длинах ветвей кольца, когда  $Q_1 = Q_2$ .

Наименьшие (крайние) ординаты точек  $a_i$  (см. рис. VII.7) будут соответствовать случаям превращения кольцевой сети в разветвленную (в дерево). В одном кольце таких случаев будет два (весь расход подается по первой или по второй ветви кольца; наимыгоднейшей будет подача всего расхода по ветви наименьшей длины).

Для всякой кольцевой сети имеется много вариантов превращения ее в дерево.

Таким образом, точками кривой  $AB$ , ординаты которых дают наименьшие значения  $W$ , будут точки  $a_i$ , соответствующие случаям превращения сети в дерево. При этом для каждой сети может быть найден вариант дерева, дающий наименьшую абсолютную величину  $W$ .

Практически, исходя из требований надежности, принимается такой вариант потокораспределения, который, обеспечивая требуемую надежность, дает относительно наименьшую величину приведенных затрат, т. е. является «относительно наимыгоднейшим».

Аналогичное рассуждение может быть проведено при рассмотрении серии кривых, выражающих зависимости  $W = f(q_{ik})$  для различных вариантов пьезометрических поверхностей (рис. VII.8). Все эти кривые являются вогнутыми. Ординаты их экстремальных точек ( $b_i$ ) дают наибольшие (наимыгоднейшие) величины приведенных затрат  $W = f(q_{ik})$ .

Точки  $b_{ik}$  огибаются кривой  $A'B'$ , которая, как следует из изложенного выше, является выпуклой (см. п. 5). Ордината экстремальной точки этой кривой дает значение  $W$ , соответствующее

наименее невыгодному варианту пьезометрической поверхности (при наивыгоднейшем потокораспределении).

Приведенные выше соображения основываются на том, что функция стоимости является функцией векторов-напоров и векторов-расходов  $W = F(h_{ik}, q_{ik})$ . При определенных условиях, выполняемых в рассматриваемом случае, эта вогнуто-выпуклая функция имеет седловую точку  $(h^*, q^*)$ , в которой выполняется условие

$$W(h, q^*) \leq W(h^*, q^*) \leq W(h^*, q).$$

Для большей наглядности такой образ функции можно было бы представить графически в виде некоторой гиперповерхности, подобной гиперболическому параболоиду (рис. VII.9).

Вертикальные сечения такой поверхности плоскостями, параллельными плоскости  $XZ$ , дают серию кривых  $a$ , аналогичных

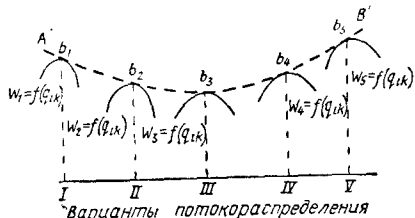


Рис. VII.8

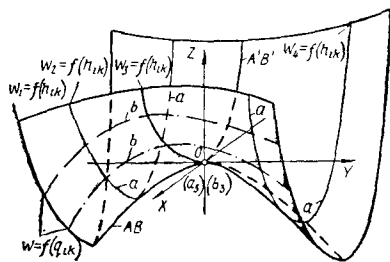


Рис. VII.9

представленным на рис. VII.7 ( $W = f(h_{ik})$ ); точка  $a_3$  совпадает при этом с седловой точкой  $O$  параболоида.

Вертикальные сечения поверхности гиперплоскостями, параллельными плоскости  $ZY$ , дают серию кривых  $b$ , аналогичных показанным на рис. VII.8 [ $W = f(q_{ik})$ ]. Точка  $b_3$  также совпадает с точкой  $O$ .

Седловая точка  $O$  определяет величину  $W = f(h_{ik}^*)$ , соответствующую наименее выгодному распределению потоков и одновременно соответствующую наиболее выгодному варианту пьезометрической поверхности.

Сечение поверхности координатной гиперплоскостью  $XZ$  дает кривую  $W_3 = f(h_{ik})$ , представленную на рис. VII.7 и совпадающую с кривой  $A'B'$ , представленной на рис. VII.8, сечение той же поверхности координатной гиперплоскостью  $ZY$  дает кривую  $W_3 = f(q_{ik})$  (см. рис. VII.8), совпадающую с кривой  $AB$  (см. рис. VII.7).

При решении инженерных задач расчета водопроводных сетей назначение начального потокораспределения, как указано, является единственным путем обеспечения требований надежности.

То обстоятельство, что теория технико-экономического расчета дает возможность определять наивыгоднейшие диаметры при заданном потокораспределении, позволяет наиболее рационально решать поставленную задачу в целом.

Что касается попыток отыскания наивыгоднейшего распределения потоков в кольцевых сетях, то, как сказано, для кольцевых сетей величина приведенных затрат будет относительно наименьшей при таком потокораспределении, когда расходы обращаются в нуль на  $n$  участках сети, т. е. когда выпадает один участок из каждого кольца сети.

Таким образом, удовлетворение сформулированных выше условий экономичности (при незаданном распределении потоков) достигается для снабжения водой тех же заданных потребителей при замене кольцевой сети разветвленной (деревом). Математическое обоснование последнего положения в общем виде приведено в интересной работе О. А. Некрасовой и В. Я. Хасилева [39]. Авторы дают разработанный ими метод отыскания «оптимального дерева» для данной сети и алгоритм решения этой задачи на ЭЦВМ. Оптимальному дереву соответствует, очевидно, оптимальная система коэффициентов распределения  $\epsilon$ .

Авторы указывают, что для кольцевых сетей расхождения стоимости различных вариантов дерева незначительны — 2,5—3%.

Это, по нашему мнению, дает еще одно основание считать, что задача выбора оптимального дерева для кольцевой сети носит несколько академический характер. Полученное указанным путем дерево, даже оптимальное, остается деревом, т. е. разветвленной сетью. Такая сеть в ни какой мере не удовлетворяет требованиям надежности, соблюдение которых необходимо для подавляющего большинства категорий водопроводных сетей.

Интересно отметить, что изложенные здесь свойства экономического функционала зависят от численных значений и соотношения величин  $\alpha$  и  $m$ . Соответствующие исследования по этому вопросу проведены М. В. Кирсановым [24].

Как мы видели выше, при исследовании экстремальных значений величины приведенных затрат, выраженной в функции расходов  $q_{ik}$  (см. п. 5), характер ее экстремума, определяемый знаком второй производной  $\frac{\partial^2 W}{(\partial q_{ik})^2} = \frac{2\alpha - m}{m} r_{ik} q^{\frac{2(\alpha - m)}{m}}$ , зависит от знака множителя  $\frac{2\alpha - m}{m}$ , т. е. от соотношения численных значений  $\alpha$  и  $m$ .

Величина  $\alpha$ , зависящая от закона изменения единичной стоимости водопроводной линии, выраженной в функции диаметра, определяет характер изменения той части величины приведенных затрат, которая зависит от строительной стоимости сети (в основной стоимости трубы). Величина  $m$  полностью определяется зако-

нами гидравлики, отражающими зависимость потерь напора в функции  $d$  и  $Q$  и критериев шероховатости стенок труб. Эта величина определяет характер изменения той части приведенных затрат, которая относится к стоимости эксплуатации, точнее, к стоимости энергии. Таким образом, является вполне естественным, что соотношение этих величин, совершенно независимых друг от друга, определяет характер изменения величины приведенных затрат.

Как мы видели, при обычных значениях  $\alpha$  и  $m$  (при квадратичной и близкой к ней зависимости потерь напора от расхода) соотношение  $\frac{2\alpha - m}{m} < 0$  и экстремальное значение функции дает (при незаданном распределении расходов) максимум. Однако если бы величины  $\alpha$  и  $m$  для некоторого (пока гипотетического) случая оказались такими, что  $\frac{2\alpha - m}{m} > 0$ , то экстремальное значение  $W$  было бы минимальным, и соответствующее распределение расхода между ветвями являлось бы экономически наиболее выгодным.

М. В. Кирсанов отметил то интересное обстоятельство, что при  $\frac{2\alpha - m}{m} = 0$ , т. е. при  $\alpha = \frac{m}{2}$ , вторая производная  $W$  по

$h_{ik}$  равнялась бы нулю и, следовательно, величина приведенных затрат по системе оказалась бы независимой от характера распределения расходов по линиям кольца. Уравнение  $W = F(h_{ik})$  выражалось бы в этом случае прямой линией.

В настоящее время при используемых типах труб не имеет место и не ожидается такое соотношение  $\alpha$  и  $m$ , при котором бы  $\frac{2\alpha - m}{m}$  было  $\geq 0$ ; однако приведенные соображения представляют тот интерес, что вскрывают специфический характер законов экономичности кольцевых сетей, для которых сочетание определенных критериев может коренным образом изменять вывод об экономичности данной системы.

В заключение приведем анализ функции стоимости  $W = f(h_{ik}, q_{ik})$  в применении к элементарной кольцевой сети (когда полученные расчетные уравнения дают возможность определить искомые значения  $h$  и  $q$ ). Длины ветвей колец  $l_1$  и  $l_2$ .

Соблюдая условия I и II законов Кирхгофа, мы будем иметь для одного кольца одно независимое переменное для каждой из двух групп неизвестных  $h$  и  $q$ . При общем заданном расходе  $Q$ , проводимом через кольцо, по одной ветви пойдет расход  $q_1$  и по другой  $Q - q_1$ . Потеря напора  $h$  будет одинакова для обеих ветвей.

Переменная часть величины приведенных затрат

$$W_0 = B \left[ q_1^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha}{m}} + (Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha}{m}} \right] + PQh.$$



Ее производные по  $h$  и по  $q_1$ :

$$\frac{\partial W_0}{\partial h} = -\frac{\alpha}{m} B q_1^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha+m}{m}} - \frac{\alpha}{m} B (Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha+m}{m}} + PQ; \quad (\text{VII.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_0}{\partial q_1} &= \frac{2\alpha}{m} B q_1^{\frac{2\alpha-m}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha}{m}} - \\ &- \frac{2\alpha}{m} B (Q - q_1)^{\frac{2\alpha-m}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} h^{-\frac{\alpha}{m}}. \end{aligned} \quad (\text{VII.10})$$

Из двух уравнений:

$$\frac{\partial W_0}{\partial h} = 0 \quad (\text{VII.9a})$$

и

$$\frac{\partial W_0}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{VII.10a})$$

можно получить искомые значения  $h$  и  $q_1$ .

Из уравнения (VII.9a) получаем:

$$\frac{\alpha}{m} B h^{-\frac{\alpha+m}{m}} \left[ q_1^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} + (Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} \right] = PQ$$

или

$$\frac{q_1^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}}}{h^{\frac{\alpha+m}{m}}} + \frac{(Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{h^{\frac{\alpha+m}{m}}} = \frac{P}{\left(\frac{\alpha}{m} B\right)} Q = AQ.$$

Откуда

$$h = \left[ \frac{q_1^{\frac{2\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} + (Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}}. \quad (\text{VII.11})$$

Из уравнения (VII.10a) получаем:

$$\frac{2\alpha}{m} B h^{-\frac{\alpha}{m}} l_1^{\frac{\alpha+m}{m}} q_1^{\frac{2\alpha-m}{m}} = \frac{2\alpha}{m} B h^{-\frac{\alpha}{m}} l_2^{\frac{\alpha+m}{m}} (Q - q_1)^{\frac{2\alpha-m}{m}}.$$

Откуда

$$\left(\frac{q_1}{Q - q_1}\right)^{\frac{2\alpha-m}{m}} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{\frac{\alpha+m}{m}} \quad \text{или} \quad (Q - q_1) = q_1 \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\frac{\alpha+m}{2\alpha-m}}.$$

При обычных значениях  $\alpha$  и  $m$  (когда  $\alpha \approx m/3$ ) получим:

$$(Q - q_1) = q_1 \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-4} = q_1 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^4.$$

Таким образом, в уравнении (VII.10) величина  $h$  сокращается и мы непосредственно получаем искомое соотношение расходов по ветвям кольца. Отсюда вытекает также известное положение, что величина полного располагаемого напора на преодо-

ление сопротивлений в сети не влияет на соотношение расходов по отдельным путям, а влияет только на абсолютные значения расходов.

Вводя полученные выражения  $q_1$  и  $Q - q_1$  в уравнение (VII.9а) или непосредственно в выражение (VII.11), получим:

$$h = \left[ \frac{\frac{2\alpha}{q_1^m} \frac{\alpha+m}{l_1^m} + \frac{2\alpha}{q_1^m} \left( \frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{\alpha+m}{m}} \cdot \frac{2\alpha}{l^m} \frac{\alpha+m}{l^m}}{AQ} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}}$$

После некоторых преобразований получаем:

$$h = \left[ \frac{\frac{2\alpha}{q_1^m} \frac{\alpha+m}{l_1^m} \left( \frac{\frac{\alpha+m}{l_1^m} + \frac{\alpha+m}{l_2^m}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m}} \right)}{AQ} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}} \quad \text{ИЛИ}$$

$$h = \frac{\frac{2\alpha}{q_1^{\alpha+m}} l_1}{AQ \left( \frac{\frac{l_1^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m}} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m}} \right)}^{\frac{m}{\alpha+m}}$$

Обозначив величину, стоящую в знаменателе в круглых скобках, через  $x_1$ , получим:

$$h = \frac{\frac{2\alpha}{q_1^m} l_1}{(AQ x_1)^{\frac{m}{\alpha+m}}}$$

При обычных значениях  $\alpha$  и  $m$ :

$$h = \frac{q^{0,5} l_1}{(AQ x_1)^{0,75}}$$

Если же ту величину  $h$  определить через  $(Q - q_1)$ , то получим:

$$h = \frac{(Q - q_1)^{\frac{2\alpha}{m}} l_2}{(AQ x_2)^{\frac{m}{\alpha+m}}}, \quad \text{где } x_2 = \frac{l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}{\frac{\alpha+m}{l_1^m} + l_2^{\frac{\alpha+m}{m}}}$$

Нетрудно видеть, что  $x_1 + x_2 = 1$ .

Величины  $x$  введены и весьма удачно использованы Л. Ф. Мошным в предложенных им методах технико-экономических расчетов систем подачи и распределения воды (см. п. 7).

Исследуем теперь, является ли точка кривой  $W = f(h, q_1)$ , полученная из уравнения (VII.9а) и (VII.10а) и имеющая координаты  $q_1$  и  $h$ , экстремальной и соответствуют ли эти значения минимуму или максимуму  $W$ .

Условием наличия экстремума функции двух переменных является положительный знак гессиана функции:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial h^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial h \partial q} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial q \partial h} & \frac{\partial^2 W}{\partial q^2} \end{vmatrix} > 0.$$

Так как величины

$$\frac{\partial^2 W}{\partial h \partial q} = \frac{\partial^2 W}{\partial q \partial h}$$

(согласно теореме Шварца), это условие может быть написано так:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial h^2} \frac{\partial^2 W}{\partial q^2} - \left( \frac{\partial^2 W}{\partial h \partial q} \right)^2 > 0.$$

Как было показано в п. 3,  $\frac{\partial^2 W}{\partial h^2}$  всегда положительна, а  $\frac{\partial^2 W}{\partial q^2}$  всегда отрицательна; следовательно, их произведение всегда менее 0. Величина  $\left( \frac{\partial^2 W}{\partial h \partial q} \right)^2$  всегда положительна. Таким образом, выражение  $\frac{\partial^2 W}{\partial h^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial q^2} - \left( \frac{\partial^2 W}{\partial h \partial q} \right)^2$  всегда отрицательно.

Следовательно, функция  $W = f(h, q)$  не имеет экстремума.

Проанализируем, какой смысл имеют полученные нами результаты решения уравнений (VII.9а) и (VII.10а).

Из уравнения (VII.9а) независимо от уравнения (VII.10а) мы получили некоторое соотношение расходов по ветвям кольца, которое зависит только от соотношения их длин и не зависит ни от неизвестного пока  $h$ , ни от абсолютной величины заданного  $Q$ .

Как было показано в п. 2 главы V, такое соотношение расходов соответствует наибольшему значению величины  $W$ . Это следует и из того факта, что  $\frac{d^2 W}{(d\epsilon)^2} < 0$  и справедливо для любых  $Q$  и  $h$ .

Если ввести полученное соотношение расходов в выражение для  $h$ , полученное из уравнения (VII.10а) [выражение (VII.11)], то получим фактически решение уже новой задачи, т. е. определим потерю напора  $h$  (для имеющегося распределения расходов), соответствующую экстремальному значению функции  $W = f(h)$ .

Значение  $h$ , полученное из формулы  $h = \frac{q_1^{0.5} l_1}{\frac{m}{(AQx_1)^{\alpha+m}}}$ , дает наи-

выгоднейшую величину потери напора (а следовательно, и диаметра), т. е. соответствует наименьшему значению функции  $W = f(h)$ .

Таким образом, полученные выражения для  $q$  и  $Q - q$  дают наиболее невыгодное распределение общего расхода по ветвям кольца. Одновременно мы получили выражение (VII.11), дающее наивыгоднейшую величину потери напора для любого принятого

распределения (в том числе и для самого невыгодного и для тех относительно выгодных, о которых сказано в главе V).

Только задаваясь предварительным потокораспределением с учетом требований надежности, можно искать наивыгоднейшие потери напора, а следовательно, и диаметры сети.

## 7. МЕТОДЫ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ВОДОВОДНЫХ СЕТЕЙ С ЗАДАННЫМ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

### А. Кольцевые сети

Для численного определения искомых значений неизвестных потерь напора в участках сети  $h_{ik}$  необходимо решение систем нелинейных уравнений вида (VII.4). Эта задача весьма трудоемкая и для большинства систем может быть решена лишь путем подбора и последовательного приближения. Рядом исследователей, занимавшихся вопросами технико-экономических расчетов водопроводных систем, предложены различные методы практических решений задачи нахождения наивыгоднейших диаметров или потерь напора в участках сетей.

М. В. Кирсанов предложил метод расчета [24], заключающийся в непосредственном решении узловых экономических уравнений вида (VII.5) путем последовательного приближения, путем увязки сети методом, близким к методу уравнивания расходов (см. п. 5 главы VI).

Порядок ведения расчета предлагается следующий. Задается первоначальное распределение подаваемого в сеть расхода воды по отдельным участкам с соблюдением баланса расхода в узлах, т. е. назначаются величины расходов  $q_{ik}$ .

Затем принимаются (намечаются) предварительные значения величин потерь напора  $h_{ik}$  в участках сети с соблюдением условий  $\sum h_{ik} = 0$  в кольцах и условий связи вида  $H_{\text{нач}} - \sum_{\text{напр}} h_{ik} = H_{\text{кон}}$  по путям, соединяющим начальную и конечную точки, и «лишь приближенно удовлетворяющие уравнениям экономичности»<sup>1</sup>

$\sum a_{ik} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} = 0$ . При этом, очевидно, алгебраические суммы членов узловых уравнений (VII.4) не будут давать нулей, а будут равняться некоторой отличной от нуля величине «невязки»  $\Delta \left( a_{ik} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)$ . Снижение этих невязок в узлах до нуля (или до размеров, допустимых заданной степенью точности расчета) может быть достигнуто путем своеобразной увязки сети.

<sup>1</sup> Последнее указание неясно и трудно выполнимо.

Вычисляются величины поправок к напорам каждого узла  $(\Delta h)_J$ . Для этого может служить формула вида

$$(\Delta h)_J = \frac{\Delta \left( a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha+m}{m}} \right)_J}{-\frac{\alpha+m}{m} \sum a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha+m}{m}} - 1},$$

аналогичная по своей структуре формула поправочных расходов для колец, которая используется при обычной гидравлической увязке сети. Внесение поправок в узловое напоры вызовет соответствующее изменение величин  $h_{ik}$  в участках, соединяющих эти узлы, аналогично тому, как при обычной гидравлической увязке проведение поправочных расходов в смежных кольцах вызывает изменение расходов в разделяющих их участках.

Последовательное проведение подобной процедуры, во время которой автоматически соблюдается условие  $\sum h_{ik} = 0$ , приводит к нахождению таких значений  $h_{ik}$ , при которых ликвидируются полученные невязки и удовлетворяются узловые экономические уравнения (VII.4).

Предлагаемый путь расчета по объему и сложности вычислений представляет все же операцию, значительно более сложную и громоздкую, чем обычная увязка сети, и требует весьма большого числа повторных исправлений. К достоинствам его можно отнести лишь то, что он похож на обычную увязку сетей.

По нашему мнению, метод технико-экономического расчета, предложенный Л. Ф. Мошниним [36], значительно более прост и удобен. В основу этого метода положены следующие соображения. Если разделить все члены уравнений системы (VII.4a) на  $A$ ,

то выражение вида  $a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha+m}{m}}$  могут рассматриваться как части полного расхода  $Q$ , подаваемого в сеть.

Так,

$$\frac{a_{1-2} h_{1-2}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A} + \frac{a_{1-6} h_{1-6}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A} = Q;$$

$$\frac{a_{1-2} h_{1-2}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A} = \frac{a_{2-3} h_{2-3}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A} + \frac{a_{2-5} h_{2-5}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A}$$

. . . . .

и т. д.

Если обозначить выражения вида  $\frac{a_{ik} h_{ik}^{-\frac{\alpha+m}{m}}}{A}$  через  $x_{ik}Q$ , то рассматриваемая система уравнений примет вид:

$$x_{1-2}Q + x_{1-6}Q = 0;$$

$$x_{1-2}Q = x_{2-3}Q + x_{2-5}Q;$$

. . . . .

и т. д.

При  $Q = 1$  будем иметь систему уравнений, связывающих все неизвестные  $x_{ik}$ . Величины  $x_{ik}$  безразмерные и дают численное

выражение доли, которую составляет каждая величина  $\frac{a_{ik} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{A}$  от  $Q$  — полного расхода, подаваемого в сеть. Сумма  $x_{ik}$ , примыкающих к начальному узлу сети, равна единице. Следовательно, величины  $x_{ik}$  можно рассматривать как некие фиктивные расходы, идущие по участкам сети при пропуске через нее транзитом расхода воды, равного единице.

Число неизвестных  $x_{ik}$  равно числу участков сети  $p$ . Для их отыскания пока получено  $m - 1$  уравнений<sup>1</sup> (где  $m$  — число узлов). Недостающие  $p - (m - 1) = n$  уравнений могут быть получены из условий баланса «фиктивных потерь напора» в кольцах сети при пропуске расходов  $x_{ik}$ .

В развернутом виде

$$x_{ik} = \frac{a_{ik} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ} = \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} h_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ}.$$

Отсюда величина действительной потери напора в участке  $ik$  может быть выражена через соответствующий фиктивный расход  $x_{ik}$  следующим образом:

$$h_{ik} = \frac{\left( q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}}}{(AQ x_{ik})^{\frac{m}{\alpha+m}}} = \frac{\left( q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}}.$$

Полученное выражение является общим выражением экономически наимыгоднейшей потери напора в произвольном участке кольцевой сети.

Подставляя это выражение  $h_{ik}$  в уравнение баланса потерь напора в кольцах сети, получим:

$$\sum \frac{\left( q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}} = 0. \quad (\text{VII.12})$$

В знаменателе стоит постоянная для всей сети величина  $(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}$ . Следовательно, уравнения (VII.12) будут удовлетворяться одновременно с уравнениями вида:

$$\sum \left( q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0,$$

<sup>1</sup> При одной концевой точке схода потоков.

представляющих условия увязки колец сети по фиктивным расходам. Здесь величина, стоящая в скобках, играет роль «фиктивного сопротивления» участка. Обозначим ее через  $S_{\Phi}$ , а всю величину, стоящую в числителе формулы (VII.12), выражаем через  $h_{\Phi ik}$ , играющую роль фиктивной потери напора.

Следовательно,

$$h_{\Phi ik} = S_{\Phi ik} x_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}}.$$

Нетрудно видеть, что все фиктивные потери напора  $h_{\Phi}$  для данной сети в  $(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}$  раз больше действительных, т. е.

$$h_{\Phi ik} = (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} h_{ik}. \quad (\text{VII.13})$$

Таким образом, коэффициенты  $x_{ik}$  могут быть найдены в процессе увязки сети с удовлетворением условий  $\sum x_{ik} = 0$  для узлов сети и  $\sum h_{\Phi ik} = 0$  для колец сети при пропуске через нее транзитом фиктивного расхода, равного единице. Зная величины  $x_{ik}$ , можно определить искомые величины наиболее выгодных потерь напора  $h_{ik}$  для всех участков сети.

По этим значениям  $h_{ik}$ , соответствующим минимуму функции стоимости, могут быть получены непосредственно величины наиболее выгодных диаметров труб отдельных участков сети. Для этого в выражение диаметра через потери напора  $d_{ik} = \left( k \frac{q_{ik}^2 l_{ik}}{h_{ik}} \right)^{\frac{1}{m}}$  введем полученное значение экономически наиболее выгодной потери напора  $h_{ik}$ .

Тогда получим:

$$\begin{aligned} d_{ik} &= k^{\frac{1}{m}} l_{ik}^{\frac{1}{m}} \left[ \frac{(AQ x_{ik})^{\frac{m}{\alpha+m}}}{\left( \frac{2\alpha}{q_{ik}^m} l_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}}} \right]^{\frac{1}{m}} = \frac{k^{\frac{1}{m}} \frac{2}{q_{ik}^m} l_{ik}^{\frac{1}{m}} (AQ)^{\frac{1}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{1}{\alpha+m}}}{q_{ik}^{\frac{2(\alpha+m)}{m}} l_{ik}^{\frac{1}{m}}} = \\ &= \left( Ak^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{1}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{1}{\alpha+m}} q_{ik}^{\frac{2}{\alpha+m}}. \end{aligned}$$

Введя обозначение  $Ak^{\frac{\alpha+m}{m}} = \mathcal{E}$  (где  $\mathcal{E}$  — экономический фактор), окончательно получим:

$$d_{ik} = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{1}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{1}{\alpha+m}} q_{ik}^{\frac{2}{\alpha+m}}. \quad (\text{VII.14})$$

Эта формула дает известное общее выражение величины наиболее выгодного диаметра труб участка кольцевой сети. Экономический фактор  $\mathcal{E}$  отражает влияние всего комплекса экономических усло-

вий; величина  $Q$  — общий расход воды, подаваемой в сеть;  $q_{ik}$  — расход, проводимый данным участком  $ik$ ;  $x_{ik}$  — коэффициент, характеризующий роль данного участка в работе сети.

Так как величины расходов в формулах (VII.13) и (VII.14) являются известными, величины наивыгоднейших диаметров (потерь напора) участков сети могут быть определены, если найденные значения фиктивных расходов  $x_{ik}$  удовлетворяют условиям увязки по ним рассматриваемой сети.

Формулу (VII.14) удобно представить в следующем виде:

$$d_{ik} = \left[ \frac{1}{\alpha + m} \left( \frac{Q}{q_{ik}} \right)^{\frac{1}{\alpha + m}} x_{ik}^{\frac{\alpha + m}{\alpha + m}} \right] q_{ik}^{\frac{3}{\alpha + m}}.$$

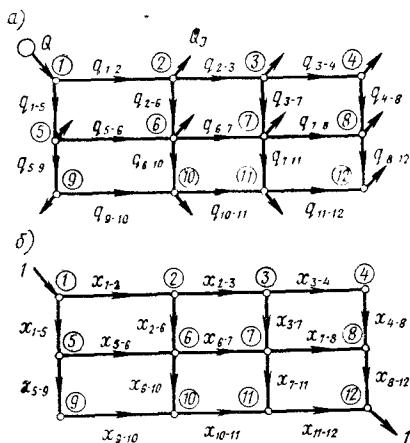


Рис. VII.10

$a$  — для действительных расходов;  $b$  — для фиктивных расходов

ного расхода, равного единице и проводимого транзитом через сеть (рис. VII.10, б).

Предварительная разброска фиктивных расходов  $x_{ik}$  по участкам сети производится с соблюдением условия  $\sum x_{ik} = 0$  для всех узлов сети.

Фиктивные расходы подаются в сеть в те же узлы, в которые поступают действительные расходы воды. Направление фиктивных расходов в участках сети всегда должно совпадать с направлением движения воды в них. Фиктивные расходы разветвляются в тех же узлах, где разветвляются действительные расходы (рис. VII.10, а).

Сбросы (отборы) фиктивных расходов происходят только:

1) в конечных точках схода потоков, т. е. в узлах, к которым вода подводится по всем примыкающим к ним участкам сети и сбрасывается в виде внешнего отбора;

Таким образом, основной процедурой при технико-экономическом расчете сетей по методу Л. Ф. Монина является увязка сети по фиктивным расходам. Эта увязка имеет ряд специфических особенностей по сравнению с обычной гидравлической увязкой сетей.

Фиктивные расходы участков сети  $x_{ik}$  представляют собой безразмерные коэффициенты — части общего фиктивного расхода, подаваемого в систему. В простейших системах — с одним источником питания и при одной точке схода потоков — фиктивные расходы являются частями общего фиктивного



2) в диктующих точках, т. е. в узлах с заданными пьезометрическими отметками, если они и не являются концевыми точками схода потоков.

При подаче воды в сеть несколькими водопитателями концевые точки схода образуются на границах зон питания сети от разных источников. Таких точек может быть несколько, но не менее одной.

Так, например, в системе с одним источником питания и двумя точками схода потоков (см. рис. VII.2) в сеть будет подаваться фиктивный расход  $Q_{\Phi} = 1$  и в концевых точках схода будут два фиктивных сброса  $r_1$  и  $r_2$ . При этом  $r_1 + r_2 = 1$ .

Для этих узлов могут быть написаны уравнения баланса фиктивных расходов:  $r_4 = x_{2-4} + x_{4-5}$  и  $r_7 = x_{3-7} + x_{6-7}$ .

Величины  $r$  находятся в процессе увязки сети по фиктивным расходам.

При различных величинах заданных пьезометрических отметок в точках 4 и 7 ( $H_4$  и  $H_7$ ) при увязке сети должно соблюдаться также следующее условие связи:

$$H_4 + \frac{(\sum h_{\Phi})_{4-1}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}} = H_7 + \frac{(\sum h_{\Phi})_{7-1}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}}.$$

Здесь в указанные суммы включаются фиктивные потери напора  $h_{\Phi ik}$ , входящие в одну из произвольно выбранных цепей участков, которые соединяют точку питания сети с точками 4 и 7. Таким образом, должно соблюдаться условие

$$\frac{(\sum h_{\Phi})_{4-1} - (\sum h_{\Phi})_{7-1}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}} = H_7 - H_4.$$

Очевидно, при прочих равных условиях для соблюдения написанного равенства надо при предварительном назначении величин фиктивных расходов назначать большие величины  $r$  в тех точках, где пьезометрические отметки больше, так как  $h_{\Phi ik}$  изменяются обратно пропорционально величине  $x_{ik}$ .

При одинаковых заданных пьезометрических отметках точек схода будем иметь  $(\sum h_{\Phi})_{7-1} = (\sum h_{\Phi})_{4-1}$ , а сбросы воды  $r$  должны назначаться большими для той точки, которая наиболее удалена от точки питания.

Нетрудно видеть, что полученные выводы о методах увязки сети по фиктивным расходам полностью обосновываются результатами рассмотренных в п. 4 теоретических предпосылок для технико-экономических расчетов подобной системы (случай I).

Задача технико-экономического расчета сети с несколькими (двумя) водопитателями и несколькими (двумя) точками схода потоков, рассмотренная в п. 4 (случай III), решается методом

фиктивных расходов с применением некоторого дополнительного преобразования.

Если разделить все члены уравнений системы (VII.6) на  $AQ_I$ , получим алгебраические суммы выражений, равных  $x_{ik}$  для всех узлов, кроме узлов питания. Для узлов питания будем иметь: в правой части соответствующих уравнений для узла  $I$  единицу, а для узла  $3$   $Q_{II}/Q_I$ , т. е. суммарная фиктивная подача в сеть будет составлять:  $1 + \frac{Q_{II}}{Q_I}$ . Эта же величина сбрасывается в конечных точках схода в (узлах  $7$  и  $9$ ) в виде фиктивных сбросов  $r_1$  и  $r_2$ .

Нетрудно видеть, что  $r_1 + r_2 = 1 + Q_{II}/Q_I$ .

Здесь:

$$r_1 = \frac{h_{6-7}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ_I} + \frac{h_{7-8}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ_I} = x_{6-7} + x_{7-8}$$

и

$$r_2 = \frac{h_{4-9}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ_I} + \frac{h_{8-9}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{AQ_I} = x_{4-9} + x_{8-9}.$$

Величины  $r_1$  и  $r_2$  определяются в процессе увязки сети по фиктивным расходам с удовлетворением указанных выше условий связи. Они аналогичны нефиксированным расходам воды при обычной гидравлической увязке.

Хотя сумма фиктивных подач всегда равна сумме фиктивных отборов, отдельные фиктивные подачи не равны, вообще говоря, отдельным отборам, т. е.  $r_1 \neq 1$  и  $r_2 \neq Q_I/Q_{II}$ .

В сетях с несколькими водопитателями и несколькими точками схода потоков подаваемые фиктивные расходы, как и действительные, перераспределяются в сети.

Для предварительного «фиктивного потокораспределения» может быть использовано предложенное Л. Ф. Мошниним представление об отдельных системах фиктивных расходов участков  $x_{ik}$ , отдельно для каждого из источников питания. Так, например, для сети, представленной на рис. VII.3, по участкам  $1-2$ ,  $1-6$ ,  $6-7$  и  $6-5$  проходят расходы  $x_{ik}$  первой категории, представляющие собой части фиктивной подачи в узел  $I$  (равной единице). По участкам  $2-3$ ,  $3-4$ ,  $4-5$  и  $4-9$  идут фиктивные расходы второй категории, представляющие части фиктивной подачи в узел  $3$  ( $Q_{II}/Q_I$ ). По отдельным участкам проходят фиктивные расходы и первой, и второй категории (рис. VII.11). Таким образом, каждая из фиктивных подач частично достигает обеих точек схода.

Разумеется, фактические, фиктивные и действительные расходы в отдельных участках являются обезличенными в отношении своего «происхождения» от различных водопитателей и могут быть найдены в результате увязки сети и без использования такого предварительного деления их на категории.

При увязке по фиктивным расходам сетей, имеющих несколько источников питания (точек подачи воды), возможно и целесообразно, так же как и при обычной гидравлической увязке, включать в увязочную систему фиктивные узлы и линии, которые образуют дополнительные фиктивные контуры, позволяющие учитывать внешние связи сети.

Следует, однако, отметить, что понятие внешней увязки, в применении к фиктивным расходам и напорам несколько меняется по сравнению с гидравлической увязкой.

При технико-экономических расчетах сетей суммарные водоподдачи воды в сеть, как и все расходы, являются заданными для каждого расчетного случая и не изменяются в процессе увязки по фиктивным расходам. Фиктивные поддачи воды в сеть при нескольких источниках питания принимаются в зависимости от

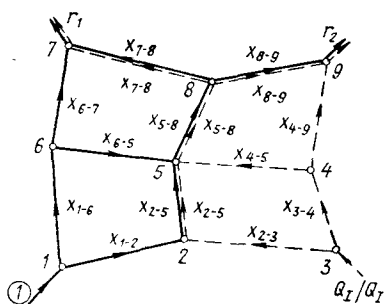


Рис. VII.11

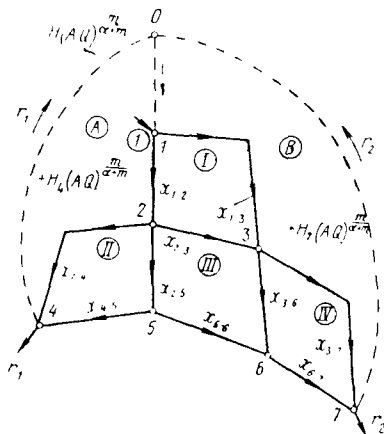


Рис. VII.12

соотношения заданных действительных подач воды. Кроме того, при расчетах по фиктивным расходам отсутствует установленная функциональная зависимость между расходом и напором для водопитателя, как это имеет место при использовании характеристик  $Q - H$  насосов при анализе совместной работы насосов и сети. Поэтому в результате расчета по фиктивным расходам могут быть найдены лишь пьезометрические отметки насосных станций при их совместной работе в сеть, но при заданных производительностях каждой насосной станции.

Увязка по фиктивным расходам с применением дополнительных фиктивных контуров увеличивает наглядность соблюдения балансов расходов и напоров как внутри сети, так и в увязке с внешними заданными или не заданными параметрами.

При такой увязке неизвестным являются фиктивные расходы участков  $x_{ik}$  и фиктивные сбросы в точках схода потоков и джктующих точках.

Для рассмотренной выше системы (см. рис. VII.2) могут быть добавлены два фиктивных контура, образуемые узлом  $0$  и тремя

фиктивными участками, которые соединяют его с начальной точкой и точками схода потоков 4 и 7 (рис. VII.12). Получаем два дополнительных кольца  $A$  и  $B$ . Имеем девять неизвестных фиктивных расходов участков, два фиктивных сброса  $r_1$  и  $r_2$  и пьезометрическую отметку насосной станции  $H$ , т. е. всего 12 неизвестных. Для их нахождения могут быть использованы шесть уравнений баланса фиктивных потерь напора в полученных шести кольцах системы и шесть уравнений баланса фиктивных расходов в действительных узлах (кроме точек схода) и в фиктивном узле  $\theta$ . Получаем требуемое число уравнений.

В узле  $\theta$  уравнение баланса расходов имеет вид:  $r_1 + r_2 = 1$ . Во всех остальных узлах  $\sum x_{ik} = 0$ .

Уравнения II закона Кирхгофа для контуров  $A$  и  $B$  будут:

$$H(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} + (\sum h_{\phi})_{1-4} + H_4(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0$$

$$H(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} + (\sum h_{\phi})_{1-7} + H_7(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0.$$

Отсюда легко может быть получено соотношение между  $H_7$  и  $H_4$ , приведенное в п. 4 для рассматриваемой системы (случай I):

$$\sum (h_{\phi})_{1-4} - \sum (h_{\phi})_{1-7} = (H_7 - H_4) (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}$$

или

$$H_7 + (\sum h)_{1-7} = H_4 + (\sum h)_{1-4}.$$

Вся процедура увязки по фиктивным расходам производится путем последовательного приближения и постепенного снижения невязок в кольцах.

Для увязки по фиктивным расходам системы, рассмотренной также в п. 4 (см. рис. VII.3), должен быть добавлен один фиктивный узел  $\theta$  и четыре фиктивных участка, соединяющие его с точками подачи воды I и II и точками схода потоков 7 и 9, и образующих три фиктивных кольца  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (рис. VII.13).

Для нахождения 16 фиктивных расходов  $x_{ik}$ , двух фиктивных сбросов  $r_1$  и  $r_2$  и двух заданных пьезометрических отметок насосных станций (т. е. всего 18 неизвестных) мы имеем семь уравнений вида  $\sum h_{\phi} = 0$  и 11 уравнений вида  $\sum x_{ik} = 0$  для узлов сети, т. е. всего 18 уравнений. Из приведенной схемы ясно построение указанных уравнений.

Рассмотренная выше сеть, питающаяся от двух различных источников (случай 4 в п. 4), может быть также дополнена для увязки по фиктивным расходам фиктивными контурами, позволяющими связать водопитатели и фиктивные сбросы в точках 5 и 6. Предварительно все расчетные уравнения, приведенные в п. 4, делим на  $AQ_I$ . Получим фиктивные подачи в узле I, равные единице, и в узле II —  $Q_{II}/Q_I$ . Как сказано выше, мы имеем: 11

неизвестных  $x_{ik}$  для всех участков сети, неизвестную пьезометрическую отметку насосной станции и два неизвестных фиктивных сброса  $r_i$ , т. е. всего 15 неизвестных.

Для их отыскания могут быть использованы шесть уравнений  $\sum h_{\Phi} = 0$  для полученных колец и уравнения  $\sum x_{ik}$  для девяти узлов, т. е. требуемое число уравнений.

Добавленные в сеть фиктивные контуры (рис. VII.14) отображают внешние связи.

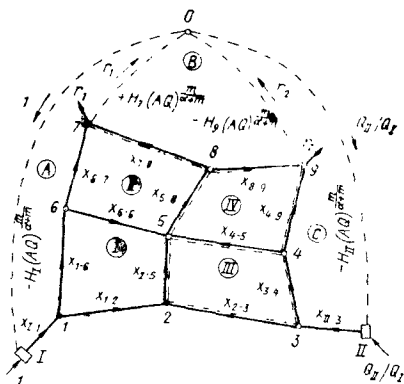


Рис. VII.13

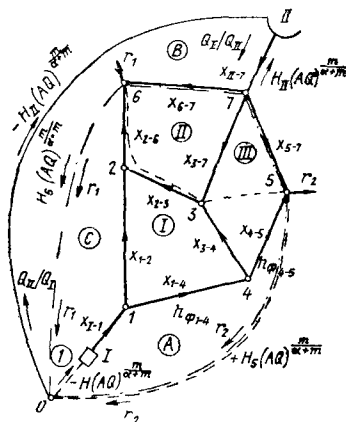


Рис. VII.14

Выраженные через фиктивные расходы и напоры, они будут иметь вид:

$$\text{для контура } A: h_{\Phi_{1-6}} + h_{\Phi_{6-7}} + H_5(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} - H_1(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0;$$

$$\text{для контура } B: h_{\Phi_{6-7}} + h_{\Phi_{7-8}} + H_6(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} - H_{II}(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0;$$

$$\text{для контура } C: h_{\Phi_{6-7}} - h_{\Phi_{7-8}} + H_5(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} - H_6(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = 0.$$

Уравнения баланса потерь напора будут:

$$\text{для узла } 0: 1 + \frac{Q_{II}}{Q_I} = r_1 + r_2;$$

$$\text{для узла } 6: x_{2-6} + x_{6-7} = r_1;$$

$$\text{для узла } 5: x_{4-5} + x_{5-7} = r_2.$$

Фиктивные контуры могут быть выбраны и в иных вариантах, но в том же числе.

## Б. Разветвленные сети

Рассмотрим теперь пути практического решения систем полученных выше уравнений (см. п. 4) для нахождения экономически наивыгоднейших величин потерь напора (и наивыгоднейших диаметров) в участках разветвленных сетей и водоводов.

Непосредственное решение этих систем уравнений после соответствующих преобразований может быть получено лишь для разветвленных сетей с одинаковыми (заданными) пьезометрическими отметками в концевых узлах, а также для водоводов с любым числом последовательно включенных участков.

Как отмечено выше, расходы воды в отдельных участках разветвленных сетей при одном источнике питания являются известными, коль скоро заданы величины отборов воды из сети.

Для расчета разветвленных сетей могут быть использованы различные методы. Оригинальный метод такого расчета (в применении к системам теплоснабжения) предложен проф. Б. Л. Шифринсоном [46, 47, 48]. В несколько модифицированном виде метод этот изложен нами [1].

Для сетей с заданной пьезометрической отметкой точки питания и одинаковыми заданными пьезометрическими отметками концевых узлов Б. Л. Шифринсон получил следующие линейные связи для величин наивыгоднейших потерь напора в участках сети:

$$h_{r,n} = \frac{H - \sum_1^{r-1} h_{r,n}}{B_{r,n} + 1}, \quad (\text{VII.15})$$

где  $r$  — порядок удаленности рассматриваемого участка от точки питания сети;

$n$  — номера участков в каждом порядке.

Иначе говоря, в сумму, стоящую в числителе, входят потери напора всех участков, предшествующих данному по ходу воды от начальной точки сети.

Коэффициент  $B_{r,n}$  любого участка может быть выражен через соответствующие коэффициенты  $B_{r+1,n}$  последующих участков (по ходу воды) и коэффициенты  $a_{r,n} = q^{\frac{2\alpha}{m}} l^{\frac{\alpha+m}{m}}$  данного и последующих участков:

$$B_{r,n} = \left[ \frac{\sum_{r+1}^R a_{r+1,n} \left( 1 + B_{r+1,n}^{\frac{\alpha+m}{m}} \right)}{a_{r,n}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}}.$$

Для концевых участков  $B = 0$ .

Так, например, для сети, показанной на рис. VII.5:

$$h_{1-2} = \frac{H - h_{0-1}}{B_{1-2} + 1}; \quad h_{1-5} = \frac{H - h_{0-1}}{B_{1-5} + 1};$$

$$h_{0-1} = \frac{H}{B_{0-1} + 1},$$

где

$$B_{1-2} = \left( \frac{a_{2-3} + a_{2-4}}{a_{1-2}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}};$$

$$B_{1-5} = \left( \frac{a_{5-6} + a_{5-7}}{a_{1-5}} \right)^{\frac{m}{\alpha+m}};$$

$$B_{0-1} = \left[ \frac{a_{1-2} (1 + B_{1-2})^{\frac{\alpha+m}{m}} + a_{1-5} (1 + B_{1-5})^{\frac{\alpha+m}{m}}}{a_{0-1}} \right]^{\frac{m}{\alpha+m}}.$$

Величины потерь конечных участков сети могут быть получены путем вычитания из начальной заданной отметки  $H$  сумм потерь напора в участках  $h_{0-1} + h_{1-2}$  и  $h_{0-1} + h_{1-5}$ .

При равных пьезометрических отметках в конечных точках сети:  $h_{2-3} = h_{2-4}$  и  $h_{5-6} = h_{5-7}$ .

Изложенный способ расчета дает прямое решение, но является сравнительно громоздким.

Если в конечных точках заданы различные пьезометрические отметки, нахождение наимыгоднейших потерь напора в участках сети может быть получено лишь путем последовательного приближения.

Для расчета разветвленных сетей может быть использован как метод Кирсанова, так и метод фиктивных расходов Мошнина. В последнем случае производится увязка сети по фиктивным расходам  $x_{ik}$ , подобно тому, как это было показано для случая кольцевой сети. В разветвленной сети фиктивный расход головного участка всегда равен единице, а фиктивные расходы конечных участков равны фиктивным сбросам в их конечных узлах.

Увязку разветвленной сети по фиктивным расходам удобно проводить, вводя в сеть фиктивные участки, замыкающие конечные точки с различными заданными в них пьезометрическими отметками.

Для сети с незадаанным начальным напором, представленной на рис. VII.5, расчетная схема показана на рис. VII.15.

Система расчетных уравнений (VII.8) позволяет составить следующие восемь уравнений для нахождения семи неизвестных фиктивных расходов  $x_{ik}$  и неизвестной пьезометрической отметки  $H_0$  для начальной точки.

Уравнение баланса фиктивных расходов в узлах:

$$x_{1-2} = 1; \quad x_{1-2} + x_{1-5} = 1; \quad x_{2-3} + x_{2-4} = x_{1-2}; \quad (\text{VII.16})$$

$$x_{5-6} + x_{5-7} = x_{1-5};$$

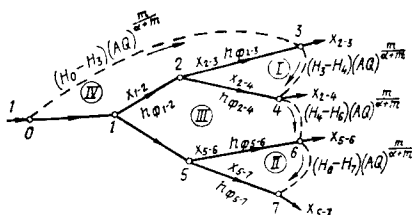


Рис. VII.15

Уравнение баланса фиктивных потерь напора в контурах:

$$\left. \begin{aligned} S_{\Phi_{2-3}} x_{2-3}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - S_{\Phi_{2-4}} x_{2-4}^{-\frac{m}{\alpha+m}} + (H_3 - H_4) (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} &= 0; \\ S_{\Phi_{5-6}} x_{5-6}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - S_{\Phi_{5-7}} x_{5-7}^{-\frac{m}{\alpha+m}} + (H_6 - H_7) (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} &= 0; \\ S_{\Phi_{1-2}} x_{1-2}^{-\frac{m}{\alpha+m}} + S_{\Phi_{2-4}} x_{2-4}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - S_{\Phi_{1-5}} x_{1-5}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - \\ - S_{\Phi_{5-6}} x_{5-6}^{-\frac{m}{\alpha+m}} + (H_4 - H_6) (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} &= 0; \\ (H_0 - H_3) (AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} - S_{\Phi_{2-3}} x_{2-3}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - \\ - S_{\Phi_{1-2}} x_{1-2}^{-\frac{m}{\alpha+m}} - S_{\Phi_{0-1}} - 1 &= 0. \end{aligned} \right\} \text{(VII.17)}$$

Уравнения эти могут быть решены относительно  $x_{ik}$  только путем последовательного приближения (путем увязки).

Каждому из уравнений системы (VII.17) соответствует фиктивный контур (того же номера) на схеме, приведенной на рис. VII.15. Введенные в него фиктивные линии имеют фиктивные потери напора, равные приведенным разностям пьезометрических отметок в соответствующих конечных узлах сети.

После того как величины  $x_{ik}$  найдены, потери напора (действительные) могут быть получены для всех участков непосредственно по формуле вида:

$$h_{ik} = \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{(AQ x_{ik})^{\frac{m}{\alpha+m}}}.$$

Для водоводов с несколькими последовательно соединенными участками величины  $x_{ik} = 1$  для всех участков и величины наимыгоднейших потерь напора в них могут быть получены по формуле

$$h_{ik} = \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}},$$

а величину наимыгоднейших диаметров по формуле

$$d_{ik} = \left( \varepsilon^{\frac{1}{\alpha+m}} Q^{\frac{1}{\alpha+m}} \right) q_{ik}^{\frac{2}{\alpha+m}} \quad \text{или} \quad d_{ik} = \left( \varepsilon^{\frac{1}{\alpha+m}} \left( \frac{Q}{q_{ik}} \right)^{\frac{1}{\alpha+m}} \right) q_{ik}^{\frac{3}{\alpha+m}}.$$

Для водоводов с заданной начальной пьезометрической отметкой  $H$  значения экономически наимыгоднейших  $h_{ik}$  и  $d_{ik}$  соответствуют наимыгоднейшей величине строительной стоимости сети.



Для такой сети  $\sum h_{ik}$  равна заданной величине  $H$ , т. е.

$$\sum \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{m} = H.$$

(AQ)

Отсюда

$$(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}} = \frac{\sum q^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{H}$$

и, следовательно,

$$h_{ik} = \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{\sum \left( \frac{q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik}}{m} \right)} H.$$

В последнем выражении первый сомножитель показывает, какую часть от общего располагаемого напора  $H = (H_{\text{нач}} - H_{\text{кон}})$  составляет экономически наиболее выгодная величина потери напора данного участка водовода.

Отсюда можно сделать вывод о форме пьезометрической линии, соответствующей величинам наиболее выгодных  $h_{ik}$  и  $d_{ik}$ . Нетрудно видеть, что эта линия обращена вышуклой стороной вниз.

Величина соответствующего наиболее выгодного диаметра участка водовода будет определяться формулой

$$d_{ik} = \left( k \frac{q_{ik}^2 l_{ik}}{h_{ik}} \right)^{\frac{1}{m}} = \left( \frac{k}{H} \sum q_{ik}^{\frac{2\alpha}{\alpha+m}} l_{ik} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{2}{q_{ik}^{\frac{2}{\alpha+m}}}.$$

Наконец, приняв в полученных формулах число участков водовода равным единице, получим известные формулы экономически наиболее выгодной потери напора и наиболее выгодного диаметра независимо работающей линии для случая заданного начального напора:

$$h = \frac{q^{\frac{2\alpha-m}{\alpha+m}} l_{ik}}{A}; \quad d = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} q^{\frac{3}{\alpha+m}}.$$

Для случая заданного начального напора наиболее выгодным окажется тот диаметр, при котором будет израсходован весь располагаемый напор, т. е.

$$d = \left( k \frac{q^2 l}{H} \right)^{\frac{1}{m}}.$$

При обычных значениях  $\alpha$  и  $m$  ( $\alpha = 1,8$  и  $m = 5,3$ ) показатели степени в приведенной формуле наиболее выгодного напора будут:

$$\frac{2\alpha}{m} \approx 0,5; \quad \frac{\alpha+m}{m} \approx 1,25 \quad \text{и} \quad \frac{m}{\alpha+m} \approx 0,75.$$

Для использования метода фиктивных расходов при проведении технико-экономических расчетов сетей на ЭЦВМ Л. Ф. Мошин ввел некоторые изменения, упрощающие ведение расчета. Они сводятся в основном к следующему. Фиктивные подачи воды в сеть от всех источников принимаются равными действительным подачам. Фиктивные расходы  $x_{ik}$  каждого участка сети будут равными сумме расходов, поступающих от каждого из водопитателей. Таким образом, по каждому участку будут проходить фиктивные расходы  $x_{ik}Q$ , где  $Q$  — полная подача воды в сеть.

Если теперь в формулу для определения величин фиктивных потерь напора ввести фиктивное сопротивление  $S_{\phi} = \frac{\frac{2\alpha}{\alpha+m} l_{ik}}{A \frac{m}{\alpha+m}}$

и вместо  $x_{ik}$  подставить в это выражение величины  $Qx_{ik}$ , то получим:

$$h_{\phi ik} = \frac{\frac{2\alpha}{\alpha+m} l_{ik}}{A \frac{m}{\alpha+m}} Q^{-\frac{m}{\alpha+m}} x_{ik}^{-\frac{m}{\alpha+m}} = \frac{\frac{2\alpha}{\alpha+m} l_{ik}}{(AQ)^{\frac{m}{\alpha+m}}} x^{-\frac{m}{\alpha+m}},$$

т. е. величина  $h_{\phi ik}$ , равная действительным потерям напора в участках  $h_{ik}$ .

Как сказано выше, направление фиктивных расходов должно всегда совпадать с направлением действительных расходов в участках сети. Для выполнения этого требования при начальном распределении фиктивных расходов (в соответствии с I законом Кирхгофа) первоначально принимают, что отборы фиктивных расходов равны действительным отборам воды. В процессе увязки отборы фиктивных расходов поэтапно переносятся в ближайшие точки схода потоков.

### В. О приближенных технико-экономических расчетах водопроводных сетей

Учитывая пологость экономического функционала, а также условность и малую точность исходных данных для определения расчетных расходов, закономерным является использование приближенных технико-экономических расчетов. Применение их, в разумных пределах, позволяет значительно сократить объем вычислительной работы, необходимой для использования точных расчетов.

Возможные пути проведения приближенных расчетов могут быть найдены прежде всего из анализа полученных выше расчетных формул для определения величин наивыгоднейших потерь напора и диаметров труб участков сети:

$$h_{ik} = \frac{\frac{2\alpha}{q_{ik}^{\alpha+m}} l_{ik}}{[AQx_{ik}]^{\frac{m}{\alpha+m}}} = \frac{kq_{ik}^{\alpha} l_{ik}}{\mathcal{E}^{\frac{m}{\alpha+m}} \left(\frac{Q}{q_{ik}}\right)^{\frac{m}{\alpha+m}} x_{ik}^{\frac{m}{\alpha+m}} q_{ik}^{\frac{3m}{\alpha+m}}}$$

и

$$d_{ik} = \left[ \mathcal{E} \left( \frac{Q}{q_{ik}} \right) x_{ik} \right]^{\frac{1}{\alpha+m}} q_{ik}^{\frac{3}{\alpha+m}}.$$

Первое возможное отступление от точного расчета может заключаться в приближенном определении коэффициентов  $x_{ik}$ . При ручных методах расчета увязка сети по фиктивным расходам является весьма трудоемким процессом.

В первом приближении величины  $x_{ik}$  могут быть приняты при удовлетворении одних узловых уравнений  $\sum x_{ik} = 0$  (без увязки колец по  $h_{\phi_{ik}}$ ). Опыт расчетов показывает, что при таком методе определения  $x_{ik}$  изменение величин диаметров (по сравнению с полученными при точном расчете) требуется лишь на немногих отдельных участках сети.

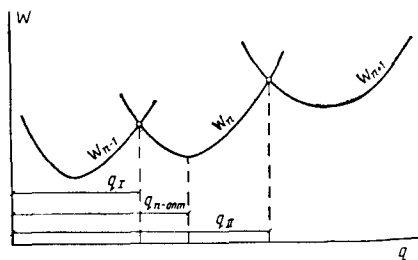


Рис. VII.16

Для упрощения расчета можно также пренебречь сомножителем  $\left(\frac{Q}{q_{ik}}\right)^{\frac{1}{\alpha+m}}$ , т. е. участки сети могут быть рассмотрены как независимо работающие линии и их диаметры определены по формуле  $d = \mathcal{E}^{\frac{1}{\alpha+m}} q^{\frac{3}{\alpha+m}}$ .

Такое упрощение вызывает относительно небольшие ошибки для магистралей и существенные для линий, удаленных от точки питания сети.

Использование приближенных методов определения наивыгоднейших диаметров участков сети оправдывается также и тем обстоятельством, что вместо полученных по расчету диаметров мы должны принимать ближайшие стандартные диаметры труб.

Для нахождения наивыгоднейших диаметров независимо работающих линий удобно использовать понятие предельных расходов. Каждому произвольно заданному расходу соответствует единственное значение наивыгоднейшего диаметра, но такого диаметра труб может не оказаться в сортаменте. С другой стороны, для

каждого стандартного диаметра можно найти не только соответствующую ему величину наивыгоднейшего расхода, но и граничные (предельные) значения расходов, в пределах которых данный стандартный диаметр труб является относительно наиболее выгодным.

Эти предельные значения расходов определяются из условия одинаковой «выгодности» для двух соседних стандартных диаметров труб. Графически это наглядно представлено на рис. VII.16. Здесь  $W_{n-1}$ ,  $W_n$  и  $W_{n+1}$  — величины ежегодных затрат для трех соседних диаметров сортамента труб, выраженные в функции расхода воды. Абсциссы точек пересечения кривых  $W_{n-1}$  и  $W_n$ , а также  $W_n$  и  $W_{n+1}$  дают граничные (предельные) значения расходов, для которых  $n$ -й диаметр труб будет экономичнее соседних.

Такие предельные расходы могут быть вычислены для всех диаметров труб сортамента. Численное нахождение предельных расходов осуществляется путем совместного решения уравнений  $W_{n-1} = f(Q)$  и  $W_n = f(Q)$ . В развернутом виде эти уравнения в частн переменнй величины ежегодных затрат могут быть написаны так:

$$W_{n-1} = (p + E) b d_{n-1}^{\alpha} l_{n-1} + P k q_I^3 l_{n-1} d_{n-1}^{-m} \quad \text{и} \quad W_n = (p + E) b d_n^{\alpha} l_n + P k q_I^3 l_n d_n^{-m}.$$

Приравняв  $W_{n-1} = W_n$ , получим:

$$(p + E) (d_n^{\alpha} - d_{n-1}^{\alpha}) = P k q_I^3 (d_{n-1}^{-m} - d_n^{-m}).$$

Откуда искомая величина первого граничного расхода  $q_I$ , для которого будут одинаково выгодны  $d_{n-1}$  и  $d_n$ , будет:

$$q_I = \Phi \left[ \frac{d_n^{\alpha} - d_{n-1}^{\alpha}}{d_{n-1}^{-m} - d_n^{-m}} \right]^{1/3},$$

где

$$\Phi = \left[ \frac{p + E}{P k} \right]^{1/3} = \left[ \frac{1}{\frac{\alpha}{\partial k^m}} \right]^{1/3}.$$

Подобным же образом находится величина второго граничного расхода  $q_{II}$  для пары смежных стандартных диаметров труб  $d_n$  и  $d_{n+1}$ . Величины  $q_I$  и  $q_{II}$  ограничивают пределы значений расходов, для которых наивыгоднейшим будет стандартный диаметр  $d_n$ .

Для определенных экономических условий (характеризуемых экономическим фактором  $\mathcal{E}$ ) составляются таблицы предельных расходов, где для каждого стандартного диаметра даются предельные значения расходов.

Таблицы предельных расходов могут быть использованы не только для нахождения наивыгоднейших диаметров труб независимо работающих линий, но для любых участков сети и при любых

значениях экономического фактора, отличных от табличного, после того как найдены значения  $x_{ik}$ . Для этого необходимо предварительно вычислить «приведенные» расходы. Для общего случая приведенный расход участка сети при произвольном значении экономического фактора  $\mathcal{E}$  будет:

$$q'_{ik} = \left[ \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{табл}}} \cdot \frac{Qx_{ik}}{q_{ik}} \right]^{1/3} q_{ik}.$$

По расходу  $q'_{ik}$  могут быть найдены соответствующие ему наивыгоднейшие стандартные диаметры непосредственно по таблице предельных расходов.

## 8. УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ВОДОПОТРЕБЛЕНИЯ И РОЛЬ АККУМУЛИРУЮЩИХ ЕМКОСТЕЙ ПРИ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

Во всех рассмотренных выше случаях экономических расчетов принималось (задавалось) для определенного момента некоторое общее количество воды, подаваемой в сеть. Нахождение наивыгоднейших диаметров и потерь напора для заданного потокораспределения позволяло найти соответствующие пьезометрические отметки водопитателя и, следовательно, определить расход энергии (в единицу времени) на подачу воды. Если бы в действительности общие расходы воды в системе не менялись во времени, то найденные указанным путем расходы энергии могли бы позволить найти общие затраты на подачу воды за любой расчетный срок. Однако в подавляющем большинстве систем водопотребление в пределах расчетного периода претерпевает значительные и разнообразные изменения. Это обстоятельство осложняет проведение технико-экономических расчетов водопроводных сетей, особенно имеющих аккумулялирующие емкости.

Очевидно, в таких условиях наиряднейшими будут те диаметры водопроводных линий, при которых величина приведенных затрат на строительство и эксплуатацию системы будет минимальной за весь расчетный срок с учетом изменений водопотребления.

Однако выражение в общем виде величины приведенных затрат  $W$  в функции закономерно изменяющихся расходов и характера работы системы практически не выполнимо. Кроме того, некоторые параметры системы должны определяться в результате расчета по определенным критическим случаям, а другие по условиям их наивыгоднейшей работы в условиях переменного режима.

Как было показано, при технико-экономических расчетах сетей находят экономичные диаметры для заданного потокораспределения. Если находить такие диаметры для расходов, соответствующих различным моментам работы системы, то, очевидно, для каждой линии сети будет получено несколько таких «эконо-

мичных» диаметров. Потребовалось бы найти метод определения какого-то одного эквивалентного им диаметра для каждого участка.

Другим путем, позволяющим учитывать изменения водопотребления, является определение таких расчетных расходов, которые являются эквивалентными действительному изменяющемуся расходу, эквивалентному по количеству энергии на подачу воды.

По таким эквивалентным расходам могут быть найдены диаметры участков сети, которые будут обеспечивать наименьшие приведенные затраты по системе за расчетный срок.

Однако нахождение соответствующих коэффициентов эквивалентности расходов является задачей, весьма сложной. Эти коэффициенты должны определяться в зависимости от степени и характера изменений как общей подачи воды, так и расходов в некоторых отдельных элементах системы и в зависимости от изменений самого характера работы системы. При наличии регулирующих емкостей в системе с изменением водопотребления могут изменяться не только расходы, но и характер энергетического баланса системы в отдельные периоды ее работы.

В приведенных в настоящей главе расчетах при определении экономических факторов, вводимых в функцию стоимости  $W$ , использовались уже коэффициенты  $\gamma$ , учитывающие неравномерность расходования энергии на подъем воды (см. п. 2), но без анализа их сущности и значения.

Использование коэффициентов  $\gamma$  в процессе проектирования позволяет лишь весьма приближенно учитывать действительные изменения в работе системы водоснабжения, обуславливаемые неуправляемым процессом (режимом) отбора воды потребителями. В действительности, изменение общего водопотребления в системе определяется изменениями расходов в каждом отдельном участке сети; можно сказать, что каждый участок фактически имеет свой особый (и неизвестный) коэффициент неравномерности и свой график изменения расхода во времени. Учесть их практически не представляется возможным, и поэтому в расчетах обычно условно принимается, что изменения расходов в участках сети, как правило, идет по тому же графику, который принят для общего водопотребления и подачи воды в систему.

Проанализируем характер влияния изменения водопотребления на величину затрат энергии, расходуемой на подачу воды в системах различного типа, в также возможности и пути учета этих изменений при технико-экономических расчетах [4].

#### **А. Системы с непосредственной подачей воды в сеть (не имеющей регулирующей емкости)**

Такая система должна быть рассчитана на подачу наибольшего часового (секундного) расхода в сутки наибольшего водопотребления последнего года расчетного периода. В соответствии с этим

расходом намечается потокораспределение в сети, определяются расчетные расходы участков и характеристики основных сооружений, связанных с сетью (насосных станций и регулирующих емкостей).

В течение расчетного периода в системе происходят следующие изменения водопотребления — постоянные и циклические:

1) непрерывное увеличение водопотребления за весь расчетный период; это изменение характеризуется коэффициентом  $a_0$ , равным отношению годового водопотребления в последний год расчетного периода к среднему годовому водопотреблению за этот период;

2) циклическое (сезонное) изменение суточного водораспределения в течение года (предполагается одинаковым для всех лет); это изменение характеризуется отношением наибольшего суточного расхода к среднему за год — коэффициентом суточной неравномерности  $a_1$ ;

3) циклическое изменение водопотребления в отдельные часы суток; это изменение характеризуется отношением наибольшего часового расхода к среднему за сутки — коэффициентом часовой неравномерности водопотребления  $a_2$ .

Изменения расхода в течение часа обычно не учитываются. Следовательно, наибольший расчетный расход за рассматриваемый период работы системы будет:  $Q_{\text{макс}} = a_0 a_1 a_2 Q_{\text{ср}}$ , где  $Q_{\text{ср}}$  — средний часовой (секундный) расход воды за расчетный период.

При назначении начального потокораспределения в сети необходимо также учитывать постепенный ввод в эксплуатацию отдельных магистралей и линий сети (по очередям развития).

Количество энергии, затрачиваемой на подъем воды, в части преодоления гидравлических сопротивлений изменяется прямо пропорционально кубу расхода. Таким образом, коэффициент осреднения расхода энергии для рассматриваемой системы будет

$$\gamma = \left( \frac{Q_{\text{ср}}}{Q_{\text{макс}}} \right)^3 \left( \frac{1}{a_0 a_1 a_2} \right)^3.$$

Вводя  $\gamma$  в выражение функции  $W$  (в величину экономического фактора  $\mathcal{E}$ ), рассчитывая систему по расходу  $Q_{\text{макс}}$ , можно будет получать осредненные расходы энергии (и ее стоимость) за весь расчетный период.

В рассмотренной системе с непосредственной подачей воды в сеть, т. е. наиболее простой, в каждый момент ее работы сохраняется равенство количества энергии, затрачиваемой насосами на подъем воды и расхода энергии на работу сети. Во всех остальных системах, имеющих аккумулирующие емкости, этот энергетический баланс в отдельные периоды их работы нарушается.

## Б. Системы с напорной аккумулирующей емкостью в начале сети

Такая аккумулирующая емкость (пусть это будет башня) резко разделяет систему на две части в отношении режима их работы и расходования энергии (рис. VII.17, а и VII.18, а).

Что касается сети, то в ней за весь расчетный период эксплуатации обеспечиваются давления в диктующих точках, не менее заданных (например  $H_0$  — в конечной точке).

Следовательно, пьезометрическая отметка в начале сети (и высота башни) должна быть определена по наибольшему расходу  $Q_{\text{сети}}$  и наибольшим расходам участков  $q_{\text{макс}}$ . По ним должны

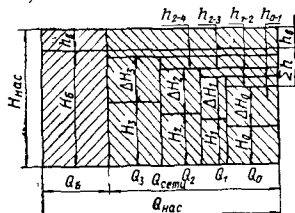
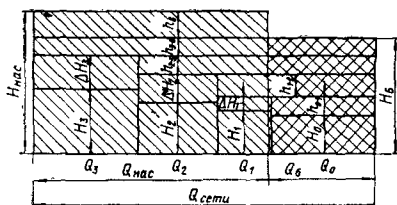
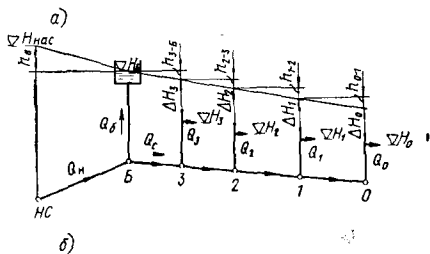
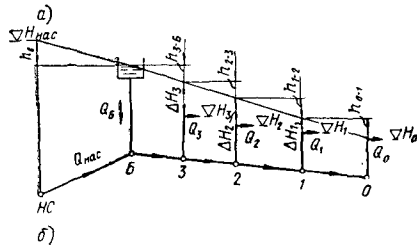


Рис. VII.17

Рис. VII.18

быть найдены наивыгоднейшие значения потерь напора  $h_{ik}$  (и диаметров  $d_{ik}$ ), соответствующих максимальным расходам.

После того как пьезометрическая отметка в начале сети (высота башни) определена, сеть как бы отрезается от водовода и насосной станции. Никакие изменения водоотбора из сети и соответствующие изменения потерь напора в сети не отражаются на величине напора насосов. Если предположить, что уровень воды в баке башни не меняется или его изменения не учитывать, то насосы будут работать при постоянной пьезометрической отметке в конечной точке водовода. Подача насосов будет изменяться в соответствии с изменениями водопотребления и по принятым для них графикам работы.

Таким образом, количество энергии, расходуемой на подъем воды (и соответствующих затрат), будет определяться постоянной пьезометрической отметкой в начале сети и переменной подачей по водоводу.



Наивыгоднейшие значения потерь напора в участках сети (и соответствующие диаметры) должны соответствовать минимальному значению функции

$$W = (p + E) \sum_{\text{сеть}} \left( a l_{ik} + b k \frac{\alpha}{n} q_{ik}^{\frac{2\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}} h_{ik}^{-\frac{\alpha}{m}} \right) + \left( H + \sum_{\text{напр}} h_{ik} \right) Q, \quad (\text{VII.18})$$

где  $Q$  — некоторая осредненная общая подача воды, эквивалентная (по расходу энергии) действительному изменяющемуся расходу воды, которая подается насосной станцией.

Если принять коэффициенты неравномерности — суточный  $a_1$  и часовой  $a_2$ , а также коэффициент неравномерности работы насосов  $a_0$  (при ступенчатом графике подачи), то

$$\gamma = \frac{1}{a_0 a_1 a_2} \text{ и } Q = \frac{Q_{\text{макс}}}{\gamma}.$$

Введя соответствующую величину  $\gamma$  в экономический фактор ( $A$  и  $\mathcal{E}$ ), можно в выражение (VII.18) ввести значение максимального расчетного расхода (подачи)  $Q_{\text{макс}}$ .

В водоводе при постоянном значении пьезометрической отметки в конечной точке будет в отдельные моменты работы меняться и расход, и потеря напора.

Таким образом, количество энергии, расходуемой на преодоление гидравлических сопротивлений, меняется пропорционально кубу расхода:

$$\gamma_{\text{вод}} = \left( \frac{1}{a_0 a_1 a_2} \right)^3.$$

В действительности в каждый отдельный момент количество энергии, затрачиваемой на подачу воды насосами, не равно количеству энергии, расходуемой на работу сети. В результате изменения водопотребления в течение суток в одни часы  $Q_{\text{нас}} > Q_{\text{сети}}$ , а в другие  $Q_{\text{сети}} > Q_{\text{нас}}$ . В первом случае происходит поступление воды в башню. Часть энергии тратится на «зарядку» башни. В течение этих периодов происходит аккумулярование энергии в системе благодаря созданию запаса воды в баке башни. В часы, когда  $Q_{\text{сети}} > Q_{\text{на}}$ , аккумулярованная таким образом энергия расходуется на работу сети в дополнение к работе насосов. Графики энергии [3] для первого и второго периодов работы показаны соответственно на рис. VII.17, б и VII.18, б.

Таким образом, в отдельные моменты второго периода на работу сети частично используется ранее накопленная («даровая») энергия башни. За сутки количество аккумулярованной и отданной энергии балансируется.

В рассмотренных системах, где питание сети происходит всегда с одной стороны, указанные изменения энергетического баланса

в отдельные периоды работы сети не влияют на методы осреднения расходов и величины соответствующих коэффициентов  $\gamma$ .

Фактически уровень воды в баке башни изменяется в течение суток; однако это изменение не имеет никакой закономерной связи с графиком водопотребления и учет изменения уровня в отдельные периоды суток осуществить трудно. Это обстоятельство не может оказать существенного влияния на экономическую оценку системы, так как для учета расхода энергии может быть принят средний уровень, а для расчета предельных значений пьезометрических отметок насосов соответственно наибольший и наименьший уровень воды в баке башни.

### В. Системы с контррезервуаром

Изменение водопотребления в течение суток существенно влияет на характер работы всей системы; это влияние различно для различных участков (районов) сети.

Системы с контррезервуаром имеют два существенно различных периода работы, в течение которых сеть питается: или только от насосов ( $t'_1 + t''_1$ ), или от насосов и от башни ( $t_2$ , рис. VII.19)

В течение первого периода часть (избыток) подаваемой насосами воды поступает в башню (площадь I); в течение второго периода превышение потребления воды над подачей насосов выполняется из башни (площадь II). Граничным моментом этих двух периодов будет момент, когда  $Q_{сет\ II} = Q_{нас}$  и

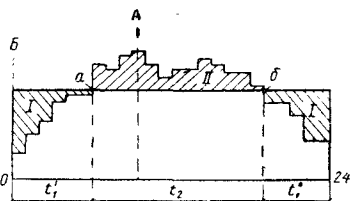


Рис. VII.19

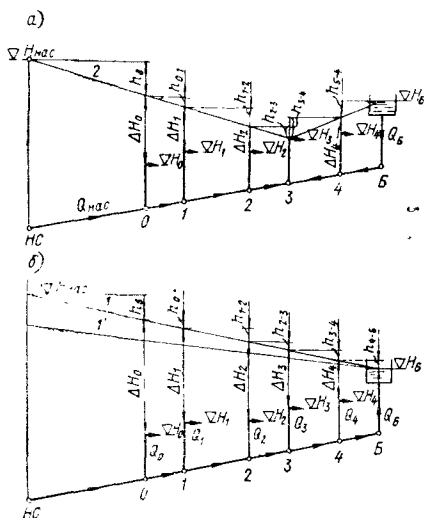


Рис. VII.20

бак башни не подает и не получает воды ( $Q_B = 0$ ) — точки  $a$  и  $b$  на графике, приведенном на рис. VII.19.

Существенным недостатком систем с контррезервуаром является необходимость значительно повышать напор насосов для подачи воды в башню в периоды транзита. Поэтому может оказаться целесообразным предусматривать в таких системах специальные

насосные установки для подкачки воды в башню из сети в указанные периоды ее работы.

В приведенном ниже анализе работы системы подача воды насосами принята равномерной в течение суток.

Рассмотрим простейшую систему в виде водовода с несколькими отборами воды в отдельных его точках. На рис. VII.20 приведены схемы расположения пьезометрических линий для моментов наибольшего водопотребления; когда расход воды из бака достигает своей наибольшей величины (см. рис. VII.20, а) и момента наибольшего транзита воды в башню (см. рис. VII.20, б).

Основная сложность в технико-экономическом расчете подобных систем заключается в правильном определении величины суммарного расхода (и стоимости) энергии, затрачиваемой на подачу воды в условиях непрерывного изменения и расхода в течение всего рассматриваемого периода (суток).

Потери напора в тех линиях сети (водовода), которые при обоих указанных периодах работы системы питаются от насосов (до узла 3, см. рис. VII.20, а), непосредственно влияют на величину затрат энергии насосами на подъем воды как в период одностороннего, так и в период двустороннего питания сети. Будем их называть линиями категории а. Потери напора в линиях, получающих воду от башни в течение периода двустороннего питания сети (линии категории б), во-первых, определяют высоту водонапорной башни и, во-вторых, влияют на затраты энергии насосами при подаче воды в башню в период транзита.

Имеются также линии третьей категории, которые в период двустороннего питания сети получают воду и от насосов, и от башни. Однако они немногочисленны, потери в них относительно малы, они оказывают незначительное влияние на экономику системы. В рассматриваемой системе (водовод) такие линии вообще отсутствуют.

При определении количества энергии, расходуемой на подъем воды, следует иметь в виду, что башня в период двустороннего питания лишь отдает ранее аккумулированную воду и энергии не потребляет. Графики энергии для рассматриваемой системы представлены на рис. VII.21, а и б.

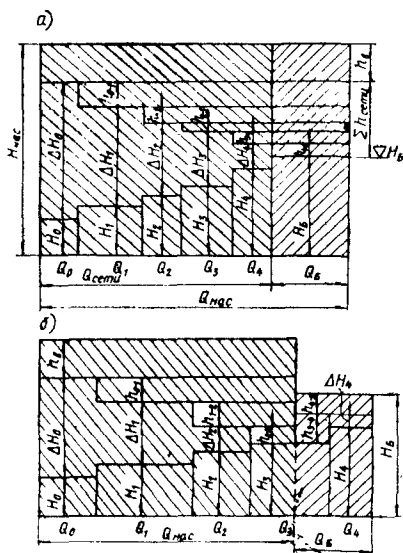


Рис. VII.21

Для технико-экономического расчета сети с контррезервуаром необходимо задаваться начальным потокораспределением для обоих характерных расчетных случаев ее работы — наибольшего транзита воды ( $q_{ik-1}$ ) и наибольшего водопотребления ( $q_{ik-2}$ ). Задается также подача воды насосами  $Q$ . Пусть неравномерность расходования энергии за каждый из периодов (одностороннего и двустороннего питания сети) характеризуется соответствующими коэффициентами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Кроме того, для линий, питаемых от башни, необходимо учитывать неравномерность расхода энергии, затрачиваемой на подъем воды в башню (при транзите), на дополнительную высоту, обусловленную потерями напора в этих линиях в период их питания от башни.

Единственной заданной пьезометрической отметкой в такой системе фактически является пьезометрическая отметка точки схода потоков  $H_3 = H_{св}$  в период наибольшего водопотребления (соответствующая требуемой величине свободного напора).

В соответствии с этим расчетная отметка башни  $H_B$  определяется из условий обеспечения требуемого свободного напора в точке  $З$  при наибольшей подаче воды из башни и, следовательно, при небольших величинах потерь напора на участках  $З-4-B$ .

Таким образом:  $H_B = H_0 + \sum_{3-B} h_{мгкс}$ .

При расходах, отличных от наибольшего, величины суммарной потери напора от башни до точки схода потоков будут уменьшаться и точка схода будет перемещаться к башне до тех пор, пока не достигнет ее; в этот момент  $Q_{нас} = Q_{сети}$  и  $Q_B = 0$ .

Как было сказано, этот момент является граничным для двух основных режимов. В приводимом ниже расчете мы не учитываем колебания величины  $\sum h$  в период двустороннего питания сети.

Определение экономически наивыгоднейших диаметров (потерь напора) для рассматриваемой простейшей системы с учетом изменения характера ее работы (и соответственно затрат энергии) может быть проведено по той же основной схеме, как и в случаях, рассмотренных в п. 4.

Переменная часть приведенных затрат может быть выражена следующим образом:

$$\begin{aligned}
 W = \sum_{сети} \frac{(q_{ik})^{\frac{2\alpha}{m}} l_{ik}^{\frac{\alpha+m}{m}}}{h^{\frac{\alpha}{m}}} + A Q_{нас} \left[ h_{0-1} + h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4} + h_{4-5} + \right. \\
 \left. + h_{3-4} \left( \frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}} \right)^2 \frac{\gamma_3}{\gamma_1} + h_{4-B} \left( \frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}} \right)^2 \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \right] + A Q_{нас} \times \\
 \times \left[ h_{0-1} \left( \frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}} \right)^2 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + h_{1-2} \left( \frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}} \right)^2 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + h_{2-3} \left( \frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}} \right)^2 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right].
 \end{aligned}
 \tag{VII.19}$$

Первый член выражения (VII.19) содержит переменную часть величины строительной стоимости сети. Все величины  $q_{ik}$  приняты для случая наибольшего транзита воды в башню. Следовательно, потери напора  $h_{ik}$  выражаются в функции этих расходов.

Второй член выражения содержит переменную часть эксплуатационных затрат на подъем воды в течение периода одностороннего питания сети от насосов, т. е. периода транзита воды в башню — режима 1.

Энергия, затрачиваемая насосами, тратится на питание сети и зарядку башни (см. рис. VII.21).

В величину  $A$  включен коэффициент  $\gamma_1$  (для периода транзита воды в башню). При заданной равномерной подаче работы насосов величина их подачи  $Q$  остается одинаковой для обоих режимов. В скобках второго члена выражения  $W$  стоят потери напора всех линий водовода  $h_{ik-1}$ . К ним добавлены потери напора в линиях второй категории (от 3 до  $B$ ). Так как эти потери определены для режима подачи воды из башни, т. е. для режима 2, они умножаются на соответствующий поправочный коэффициент  $\left(\frac{q_{ik-3}}{q_{ik-1}}\right)^2$  и на отношение коэффициентов  $\frac{\gamma_3}{\gamma_1}$  (здесь  $\gamma_3$  — коэффициент неравномерности расходования энергии, связанной с изменениями подачи воды из башни в сеть). Сумма этих последних потерь в линиях 3—4 и 4— $B$  при наибольшем водопотреблении, как показано выше, вошла в величину пьезометрической отметки башни.

Третий член выражения (VII.19) содержит величину расхода энергии на подачу воды в период двустороннего питания сети. В этот период часть воды подается из башни. На это затрачивается энергия, ранее аккумулированная башней, и ее учитывать здесь уже не следует. В скобках третьего члена этого выражения внесены лишь потери напора в линиях категории  $a$  при работе этих линий в период двустороннего питания сети (т. е. при режиме 2). Поэтому эти потери напора умножены на  $\left(\frac{q_{ik-2}}{q_{ik-1}}\right)^2$  и  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ .

Таким образом, мы получили величину переменной части приведенных затрат  $W_0$ , выраженную в функции потерь напора (для первого режима) и учитывающую колебания расхода энергии, которая затрачивается насосами на подъем воды в различные периоды работы системы.

Включенные в выражение функции  $W$  количества энергии оказываются интегрированными за весь расчетный период работы системы благодаря использованию коэффициентов  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  (которые отражают влияние часовых, суточных и общих за расчетный период изменений режима потребления и подачи воды).

Искомые значения наиболее выгодных потерь напора будут, очевидно, соответствовать наименьшему значению функции  $W$  при соблюдении условий увязки сети. Таким образом, задача

эта решается путем составления и решения системы уравнений, аналогичных приведенным в п. 4.

Для рассматриваемой простейшей системы, представляющей водовод с несколькими участками, условия увязки колец отсутствуют, а условия связи начальной и конечной пьезометрических отметок, т. е.  $H_{\text{нас}} = H_0 + \sum h_{ik}$ , введено непосредственно в выражение функции  $W$ . Поэтому указанная система будет содержать уравнения вида  $\frac{\partial W}{\partial h_{ik}} = 0$ .

После дифференцирования  $W$  по потерям напора получим следующие выражения для линий:

категории  $a$  (линии от  $0$  до  $3$ )

$$\frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{h_{ik}^m} = A Q \left[ 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \left( \frac{q_2}{q_1} \right)^2 \right] \text{ или } \frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{A Q h_{ik}^m} = 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \left( \frac{q_2}{q_1} \right)^2;$$

категории  $b$  (линии от  $3$  до  $B$ )

$$\frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{h_{ik}^m} = A Q \left[ 1 + \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \left( \frac{q_2}{q_1} \right)^2 \right] \text{ или } \frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{A Q h_{ik}^m} = 1 + \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \left( \frac{q_2}{q_1} \right)^2.$$

Подобная система уравнений может быть составлена и решена тем или другим способом для любой сети.

Определение коэффициентов неравномерности расходования энергии на подачу воды  $\gamma$  представляет определенные трудности и основано на некоторых допущениях и условностях. Некоторые соображения о получении числовых значений этих коэффициентов приведены в нашей работе [4].

В качестве практического метода технико-экономического расчета водопроводных сетей, имеющих аккумулирующие емкости, и в частности сетей с контррезервуаром, может быть также использован метод фиктивных расходов Л. Ф. Мошнина.

Для сетей с контррезервуаром Л. Ф. Мошнин предложил [36] проводить через сеть три вида фиктивных расходов. В точку питания сети от насосов вводится расход, равный единице; части его, распределяющейся по участкам сети, представляют фиктивные расходы (коэффициенты)  $x_{ik}$  участков. Эти расходы проходят транзитом всю сеть и сбрасываются в точке расположения башни (в виде фиктивного расхода, равного 1). В ту же начальную точку сети (от насосов) подается фиктивный расход  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot \frac{Q_{II}}{Q_I}$ , где

$Q_I$  и  $Q_{II}$  — размеры подачи воды насосами соответственно в период максимального транзита и максимального водопотребления. Этот расход проходит по участкам сети (категории  $a$ ) в виде фиктивных расходов  $x_{ik}$  и сбрасывается в конечных точках схода потоков —

на границе зон питания. Третий фиктивный расход подается в сеть со стороны контррезервуара и равен  $\gamma_3/\gamma_1$ ; он распределяется по участкам сети (категории б) в виде фиктивных расходов участков  $x_3$  и сбрасывается в тех же точках схода на границе зон питания.

Суммарное влияние всех этих фиктивных расходов может быть учтено обобщенным фиктивным расходом для участков: категории а

$$X = x_1 + \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) x_2;$$

категории б

$$X = x_1 + \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \frac{\gamma_3}{\gamma_1} x_3.$$

Нетрудно видеть, что при  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 1$  и  $x_3 = 1$  (как в рассмотренном нами случае для водовода) получим для линии:

категории а

$$X = 1 + \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \frac{\gamma_2}{\gamma_1};$$

категории б

$$X = 1 + \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \frac{\gamma_3}{\gamma_1}.$$

Отсюда наглядно видно, что для сетей с контррезервуаром (аналогично сетям, рассмотренным в п. 4) выражения вида

$\frac{\frac{2\alpha}{\alpha+m} \frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{\alpha+m}}$ , стоящие в уравнениях на стр. 266, представляют

$AQh_{ik}^m$

собой фиктивные расходы участков. Для сетей с контррезервуа-

ром  $\frac{\frac{2\alpha}{\alpha+m} \frac{q_{ik}^m l_{ik}^m}{\alpha+m}}{AQh_{ik}^m} = X$ .

$AQh_{ik}^m$

Этот путь решения принципиально правильно отражает характер работы системы, но является все же весьма сложным и трудоемким.

Другим путем решения подобной задачи может быть расчет ее для какого-либо одного расчетного режима и учет изменения потребления энергии при других режимах подбором соответствующих значений коэффициентов  $\gamma$ . Однако для этого потребуются значительно расширить ассортимент этих значений для различных сочетаний режимов потребления и режимов подачи воды.

Изложенные в предыдущих главах методы гидравлических расчетов систем подачи и распределения воды предусматривают составление систем уравнений, выражающих взаимосвязи отдельных элементов и сооружений этих систем при различных условиях их совместной работы.

Системы нелинейных уравнений со многими неизвестными строились также для отыскания таких показателей элементов системы, которые соответствовали бы наименьшему значению экономического функционала. Решение подобных систем уравнений проводилось в большинстве случаев путем последовательного приближения и требовало огромных затрат труда и времени.

К числу весьма трудоемких типов задач, решаемых путем расчета систем подачи и распределения воды, относятся:

- а) гидравлическая увязка кольцевых сетей;
- б) исследование совместной работы сетей, водопитателей и нефиксированных отборов;
- в) технико-экономические расчеты систем;
- г) нахождение оптимальных режимов работы системы.

Проведение этих расчетов требует очень большого объема вычислительной работы; во многих случаях их приходится повторять для различных вариантов и модификаций проектируемой системы в целях нахождения оптимальных решений.

Следует подчеркнуть, что столь большой объем вычислительной работы не является следствием несовершенства методов расчета, а вызывается исключительной сложностью рассматриваемых систем.

При «ручных» методах расчета (т. е. без использования вычислительной техники) выполнение такого объема вычислительной работы оказывалось часто практически неосуществимым. Указанное обстоятельство приводило к тому, что ряд расчетов, необходимых для правильного и экономичного решения, заменялся в практике проектирования различными приближенными, а иногда грубо приближенными приемами. В результате этого не только не достигалась требуемая точность, но и не могло быть получено оптимальное решение. Некоторые давно разработанные и научно обоснованные методы расчета не использовались в практике проектирования исключительно из-за громоздкости их выполнения «вручную».

Использование вычислительной техники для проведения указанных расчетов коренным образом изменило положение вещей.

Современные вычислительные машины обладают способностью выполнять огромный объем вычислительной работы с быстротой,



не сравнимой с «ручными» методами расчета и с любой заданной точностью. Это дает возможность практически выполнять в надлежащем объеме все трудоемкие расчеты, обеспечивающие глубокий анализ проектируемой системы и нахождение экономически наивыгоднейших решений.

Именно в этом (а не в сокращении времени стоимости проектирования) и состоит основное экономическое преимущество использования вычислительных машин.

В практике расчета систем водоснабжения используются оба основных вида вычислительных машин — специализированные аналоговые машины или устройства и универсальные электронные цифровые вычислительные машины или машины дискретного действия (ЭЦВМ).

Использование вычислительных машин накладывает ряд требований на форму и характер передаваемых им исходных данных для проведения расчетных операций. Проектировщик должен знать и учитывать эти требования.

Существенные специфические требования предъявляют в этом отношении ЭЦВМ. При их использовании требуется составление программ, по которым производится расчет. При составлении программ в ряде случаев оказывается целесообразным видоизменять алгоритмы расчета.

### 1. АНАЛОГОВЫЕ УСТРОЙСТВА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ВОДОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

Аналоговые устройства (или машины), применяемые для расчета водопроводных систем, основаны, как известно, на аналогии процесса движения воды некоторым другим процессам, которые описываются аналогичными системами уравнений и могут быть более просто осуществлены и изучены в лабораторных условиях. Отмеченная аналогия позволяет создать своеобразную «модель» водопроводной системы. В подавляющем большинстве аналоговых устройств, применяемых для расчета систем водоснабжения, используется аналогия процесса движения воды по трубам и электрического тока по проводникам, т. е. электрогидродинамическая аналогия (ЭГДА).

Аналоговые машины по принципу своей работы существенно отличаются от вычислительных или счетно-решающих устройств, которые осуществляют собственно «механический счет».

По существу, аналоговые машины имитируют изучаемый процесс движения воды в водопроводных системах, воспроизводя его на электрической модели<sup>1</sup>, которая позволяет непосредственно измерять все требуемые параметры процесса.

---

<sup>1</sup> В строгом смысле слова, аналоговые устройства не являются моделью, как это понимается в теории моделирования.

Принцип ЭГДА уже давно (в 1922 г.) был использован акад. Н. Н. Павловским для исследования путей фильтрации воды под основания гидротехнических сооружений (при ламинарном режиме движения).

Одна из первых попыток использования аналогового устройства для анализа и расчета водопроводных сетей осуществлена профессорами Массачузетского университета Кэмпом и Хезеном в середине 30-х годов [52]. В этой установке регулирование электрических сопротивлений производилось вручную, на что затрачивалось много времени. Авторы использовали свою электро-модель для нахождения распределения потоков воды по участкам кольцевой сети с заданными длинами и диаметрами, т. е. для внутренней увязки сети. Следует иметь в виду, что эти работы были проведены примерно за два года до создания метода Лобачева — Кросса для увязки сетей.

В статье Ж. Долянда [55], вышедшей через несколько месяцев после опубликования Кроссом его известного труда, имеется следующее весьма любопытное высказывание: «Метод решения проблем, касающихся распределения потоков в сетях, до сих пор решавшихся дорогостоящим методом электрических аналогий, был развит Кроссом» . . . Автор полагал, что метод Кросса должен с успехом заменить метод электро моделирования. Как мы видим, жизнь показала, что никакой самый лучший метод ручного расчета (и в том числе метод Лобачева — Кросса) не может конкурировать с расчетом, проводимым на машинах, и в частности на аналоговых, которые теперь позволяют найти истинное распределение воды в сети почти мгновенно, после того как набрана ее электрическая модель.

В СССР исследования по электро моделированию расчета водопроводных сетей начались в 1936 г. во ВНИИ ВОДГЕО (под руководством Б. П. Зимина), где было разработано и испытано несколько вариантов принципа действия и конструкций аналоговой установки. Работы эти, прерванные войной, были продолжены под руководством проф. Л. Ф. Мошнина и привели в конце 40-х годов к созданию полноценной аналоговой машины с использованием автоматических сопротивлений в виде электромеханических автоматов [36, 37].

В настоящее время специализированные аналоговые устройства различных типов широко используются для проведения всех необходимых расчетов при проектировании систем подачи и распределения воды.

Для того чтобы воспроизвести процесс, происходящий в водопроводной системе, на ее электрической модели, необходимо прежде всего, чтобы элементы модели имели электрические характеристики, аналогичные гидравлическим характеристикам элементов водопроводной системы. Такими элементами являются: участки сети (трубопроводы), водопитатели (насосы и резервуары), фиксированные и нефиксированные отборы воды из сети.

В электрической модели сила тока и падение потенциала аналогичны соответственно расходу воды и потерям напора.

Одним из основных затруднений при электро моделировании гидравлических систем является то, что падение потенциала и сила тока в электрических проводниках связаны линейной зависимостью, тогда как потеря напора в линиях водопроводной сети связана с расходом нелинейно.

Электрическая характеристика проводника

$$\Delta U = rI, \quad (\text{VIII.1})$$

а гидравлическая характеристика участка водопроводной сети

$$h = SQ^3. \quad (\text{VIII.2})$$

Здесь  $r$  — электрическое сопротивление проводника;

$S$  — гидравлическое сопротивление участка сети.

При режимах движения, практически используемых в водопроводных сетях, показатель  $\beta$  имеет величину, изменяющуюся в пределах от 1,85 до 2.

Таким образом, для того чтобы электрическая модель трубопровода воспроизводила закон гидравлического сопротивления, необходимо иметь:  $r = SQ^{\beta-1}$ , т. е. сопротивление участка в модели должно изменяться пропорционально силе тока в степени  $\beta - 1$ .

В частности, для квадратичной зоны сопротивлений в водопроводной сети должно быть:  $r = SI$ , что дает  $\Delta U = SI^2$ .

Электрические сопротивления, автоматически изменяющиеся в определенной зависимости от силы проходящего через них тока, могут быть сконструированы различным образом. В машине ВНИИ ВОДГЕО используются, как сказано, нелинейные электро-механические автоматы [19, 37]. В машине Мак-Илроя применяются специальные лампы накаливания, обеспечивающие требуемую зависимость  $\Delta U$  от  $I$  [63]. В аналоговых устройствах Академии коммунального хозяйства [23] и в английской машине Ванда [70] для тех же целей используется метод «линейно-кусочной аппроксимации», при котором кривая, выражающая зависимость  $\Delta U$  от  $I$ , для элементов системы заменяется ломаной линией; на отдельных ее участках  $\Delta U = SI$  при различных значениях  $S$ .

Фиксированные отборы воды из водопроводной сети отображаются на электрической модели отборами тока постоянной силы, независимыми от изменения напряжения в сети. Такая стабилизация отборов тока модели осуществляется ламповыми или полупроводниковыми стабилизаторами тока, устанавливаемыми в соответствующих узлах (точках) модели.

Аналоговое устройство должно содержать такой набор аналогов водопроводных линий, который позволяет составлять схему сети для всех практически используемых стандартных диаметров и настраиваться на любую заданную длину.

Электрическая схема, набираемая из аналогов отдельных линий должна быть геометрически подобна изображаемой водопроводной сети.

Простейшей задачей, решаемой на электромодели, является нахождение распределения расходов воды из сети с заданными сопротивлениями участков, заданными отборами в узлах и водопитателем с постоянным напором. Таким в системе водоснабжения является напорный резервуар с постоянным уровнем. Его аналогом в электрической модели может служить источник постоянного тока с неизменным напряжением. Схема такой водопроводной сети приведена на рис. VIII.1, а, а ее электрической модели — на рис. VIII.1, б (здесь  $R_{ik}$  — аналогии участков и  $r_I$  — стабилизаторы отбора тока в узлах).

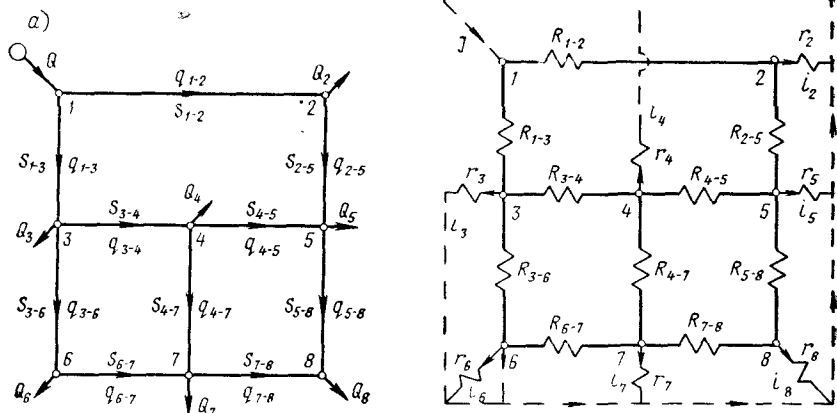


Рис. VIII.1

Очевидно, для обеих представленных схем соблюдается полная аналогия в описании законов увязки сети, т. е. I и II законов Кирхгофа. Для электрической модели мы имеем:  $\sum \Delta U = 0$  для каждого кольца сети и  $\sum (i + I) = 0$  для каждого узла сети, где  $i_{ik}$  — сила тока в отдельных участках сети, примыкающих к узлу, и  $I_i$  — сила тока, отбираемого в узле.

После подключения к сети источника питания искомые величины силы тока и падения потенциала на отдельных участках и моделируемые ими величины расходов и потерь напора могут быть получены непосредственно по показаниям электрических измерительных приборов (миллиамперметров и вольтметров).

Более сложными будут задачи отыскания параметров работы отдельных звеньев системы при их совместной работе. Для систем с водопитателями-насосами и наличием в сети нефиксированных отборов необходимо создание их электрических аналогов. Аналог

центробежного насоса должен иметь характеристику  $U = F(I)$ , соответствующую характеристике  $H = F(Q)$  насоса. В аналоговой машине ВНИИ ВОДГЕО это соответствие достигается в результате использования функционального преобразователя, включающего функциональный потенциометр и следящее устройство. Определение параметров работы насоса при подаче воды в систему может быть получено на модели в результате совместной работы функционального преобразователя и регулировочного потенциометра.

Если водопитателем является напорный резервуар, то он моделируется стабилизированным источником питания, дающим напряжение, которое соответствует высоте расположения уровня воды в резервуаре над выбранной плоскостью сравнения. На электромодели может быть также учтено изменение уровня воды в резервуаре в соответствии со степенью его наполнения или опорожнения.

При моделировании нефиксированных отборов воды из сети приходится моделировать как давление в сети перед отбором, так и гидравлическую характеристику водоразборного устройства. В машине ВНИИ ВОДГЕО это достигнуто последовательным включением электрического аналога гидравлического сопротивления и электромеханического сопротивления, моделирующего высоту расположения отбора.

Общая укрупненная (принципиальная) схема электрической модели для исследования системы водоснабжения, питаемой от центробежного насоса напорного резервуара, показана на рис. VIII.2.

При наличии в сети нефиксированных отборов аналоги их дополнительно включаются в схему.

При расчете на модели каждой рассматриваемой системы водоснабжения определяется масштаб моделирования, выбирается плоскость сравнения и собирается электрическая схема в соответствии с наличием и взаимным расположением элементов водопроводной системы.

Аналоговая машина ВНИИ ВОДГЕО содержит число элементов, позволяющее рассчитывать сети с числом участков 500, или приблизительно 100—120 колец. Описание и последние усовершенствования этой машины приведены в обстоятельной статье Е. М. Глазунова [19].

Машина ВНИИ ВОДГЕО, как и другие аналоговые устройства, снабжена также приборами контроля работы и сигнализации.

Специализированные аналоговые машины, предназначенные для исследования и расчета водопроводных систем, являются особенно удобными для решения таких практических задач, как: увязка кольцевых сетей при различных режимах их работы; расчеты для выяснения мероприятий, связанных с усилением сетей (прокладкой дополнительных магистралей, заменой насосов, повышением отметок резервуаров и т. д.), а также расчеты

сетей на случай возможных аварий и выключения отдельных линий сети на ремонт. Все эти задачи могут быть исследованы в ряде вариантов и быстро решены без каких-либо существенных изменений в электрической схеме.

Ряд организаций, ведающих эксплуатацией городских водопроводов, использует собственные аналоговые машины для систематического анализа работы систем водоснабжения. Так, в водопроводном управлении Стокгольма уже несколько лет с успехом используется аналоговая машина, которая позволяет решать

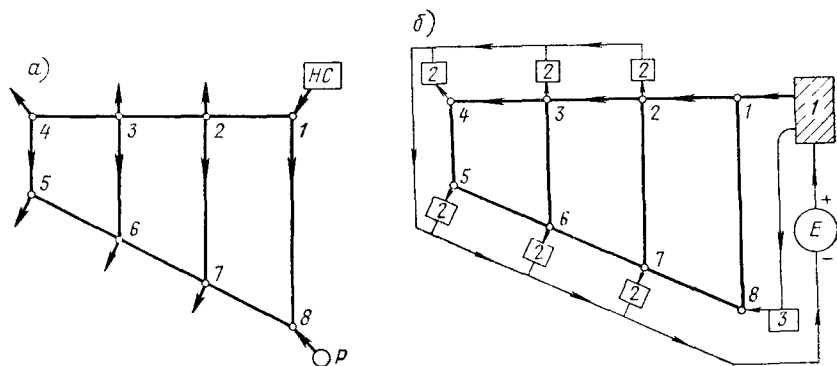


Рис. VIII.2

все текущие задачи, связанные с улучшением эксплуатации и дальнейшим развитием систем водоснабжения города. Опыт этой работы доложен на VI Международном конгрессе по водоснабжению инж. Х. Бьерклундом [50].

## 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЦВМ ДЛЯ РАСЧЕТА СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

Электронные цифровые вычислительные машины получили весьма широкое применение в самых различных областях научно-исследовательской, проектной и производственной деятельности. Они являются универсальными вычислительными машинами, которые выполняют огромное количество элементарных операций в единицу времени и решают, таким образом, различные задачи, сформулированные в разрабатываемых для этого программах.

Число различных типов ЭЦВМ, выпускаемых промышленностью и используемых в настоящее время (у нас и за рубежом), весьма велико, и их дальнейшее совершенствование идет высокими темпами.

Основными характеристиками различных ЭЦВМ является их «быстродействие», т. е. количество операций, которые они могут выполнять в единицу времени, и объем их памяти (запоминающего

устройства), т. е. объем (количество) численных данных (информации), которые каждая машина может принять одновременно. Современные машины могут выполнять десятки и сотни тысяч операций в 1 сек.

Каждая машина определенного типа может выполнять расчеты для разных отраслей науки и техники. Эта универсальность ЭЦВМ в значительной мере способствует быстрому расширению их использования и совершенствованию самих машин. Та же универсальность дает возможность организовать крупные вычислительные центры, имеющие парк наиболее современных машин, а также опытный эксплуатационный персонал, могут квалифицированно и быстро выполнять расчеты по различным заданиям.

Для проведения расчетов систем подачи и распределения воды ЭЦВМ также нашли уже широкое применение. Они могут решать все те задачи, которые решаются и на аналоговых машинах.

Имеются специфические особенности при использовании тех или других типов вычислительных устройств и присущие им преимущества и недостатки.

ЭЦВМ в отличие от аналоговых машин предъявляют ряд специальных требований к характеру и форме представления данных для проведения соответствующих расчетов.

Для возможности использования ЭЦВМ необходимо составление программ для каждого типа задач. Программа представляет собой перечень операций и команд, определяющих последовательность проведения этих операций машиной. Программа в специально закодированном виде должна быть введена в память машины. Кроме того, машине должна быть передана (также специально закодированная) вся требуемая информация о рассчитываемой системе. Одна и та же программа может быть использована для решения однотипных задач при разных численных исходных данных и разных характеристиках отдельных элементов системы.

Инженер-проектировщик не должен знать устройства машины и способов управления ею (это дело оператора), но должен знать объем и содержание расчетов, которые могут выполняться по той или другой программе. Оператор, непосредственно выполняющий расчеты на машине, должен быть знаком лишь с предусмотренной программой формой представления исходной информации, а также с порядком выполнения расчета на машине и выдачей результата расчета.

Вычислительные центры должны быть оснащены набором (библиотекой) разработанных программ для проведения различных видов расчетов.

В настоящее время разработаны и используются программы для решения всех основных видов расчета систем подачи и распределения воды, т. е.:

гидравлическая увязка сети;  
исследование совместной работы сети, водопитателей и нефиксированных отборов;

технико-экономические расчеты системы, т. е. отыскание наивыгоднейших диаметров.

При помощи ЭЦВМ могут решаться также задачи отыскания оптимальных режимов работы насосных станций, станций подкачки и др. Программы разработаны для разных машин и по разным алгоритмам [12, 17, 26, 37, 38, 62, 64]. Весьма большая работа по разработке алгоритмов и программ для ЭЦВМ проведена ВНИИ ВОДГЕО [13—15, 17] под руководством проф. Л. Ф. Мошина.

Следует отметить, что в большинстве случаев расчеты водопроводных систем, поручаемых машине, являются поверочными. Для проведения этих расчетов конфигурация сети и места расположения всех сооружений, а также диаметры труб сети являются заданными на основании предварительно намеченного потока-распределения, удовлетворяющего условиям надежности (см. главу V). Также предварительно принимаются и характеристики водоисточателей.

В исходные данные, которые должны быть переданы машине для выполнения всех названных выше типов расчетов, входят:

- 1) численные характеристики элементов системы — удельные сопротивления и длины участков, характеристики насосов, отметки всех характерных точек (геодезические и пьезометрические) и резервуаров, величины фиксированных отборов воды и подачи воды;

- 2) информация о геометрии системы, т. е. о форме сети, взаимном расположении ее участков, водоисточателей и всех характерных узлов.

Вторая задача, т. е. передача информации о геометрических свойствах системы численными характеристиками, требует специальных трансформаций сети и специфической системы нумерации ее узлов и участков. Основной трансформацией при этом является превращение кольцевой сети в дерево (см. главу IV). Это позволяет осуществить требуемую систему нумерации и, кроме того, поручить машине автоматическое вычисление расчетных расходов в участках сети (в соответствии с I законом Кирхгофа) и вычисление пьезометрических отметок в узлах сети.

Как сказано в главе IV, превращение сети в дерево облегчает также выбор системы расчетных контуров. Нумерация узлов идет от выбранной базисной точки-узла. В узлах примыкания к основной ветви другой ветви дерева нарушается натуральный ряд чисел в списке узлов, что дает представление о форме сети. Участку присваивается номер того из его граничных узлов, который выражается меньшим числом. Отборам воды из сети присваивается знак плюс, а поступлениям — знак минус. Направление движения воды в участке считается положительным, если вода движется от узла с большим номером к узлу с меньшим номером.

Наиболее простой задачей водопроводных расчетов, решаемой на ЭЦВМ, является внутренняя увязка сети при фиксированных



отборах и заданных подачах водопитателей. Для этой задачи разработаны алгоритмы и программы для ее решения на ЭЦВМ. В подавляющем своем большинстве эти алгоритмы базируются (у нас и за рубежом) на методе Лобачева — Кросса и его модификациях.

Задача определения параметров работы отдельных элементов систем, имеющих нефиксированные отборы, и (или) несколько водопитателей при ручных расчетах может быть решена (даже приближенно) только путем ряда последовательных попыток и с громадной затратой труда и времени. На ЭЦВМ (при использовании разработанной для этого программы) задача эта может быть выполнена относительно легко и быстро. Основной особенностью таких расчетов (как и при ручных методах расчета совместной работы элементов системы) является введение в систему фиктивных линий, выражающих взаимосвязь в работе сети водопитателей и нефиксированных отборов.

В одной из инструкций ВНИИ ВОДГЕО приведена укрупненная блок-схема расчета (рис. VIII.3), наглядно показывающая последовательность проведения основных групп операций.

В исходные данные (кроме указанных для первой задачи) для расчета совместной работы входят характеристики водопитателей и нефиксированных отборов.

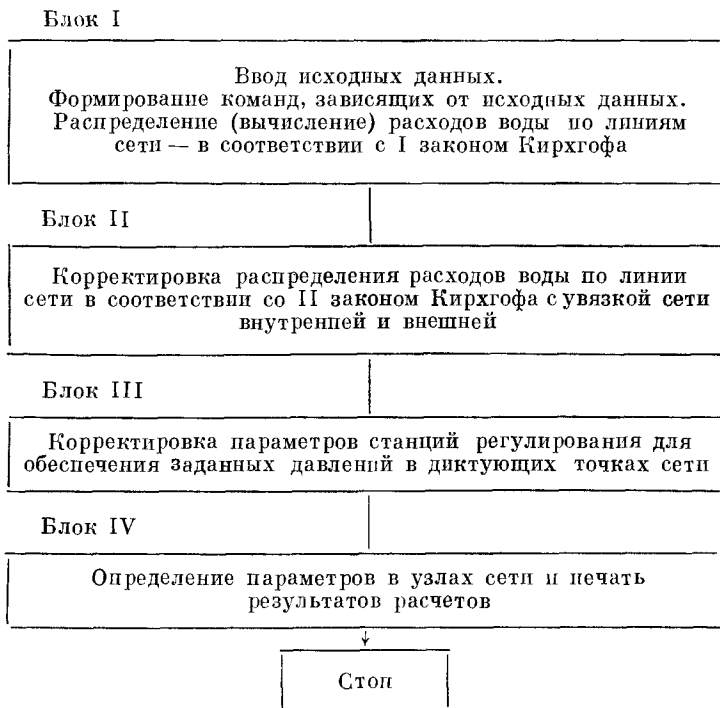


Рис. VIII.3

Гидравлические характеристики насосных станций задаются графически или различными приближенными алгебраическими выражениями, например:  $H = H_0 - S_{\text{нас}} Q^2$ , где  $H_0 = z + H_z$  (см. главу II). Подобным же образом учитываются характеристики нефиксированных отборов.

Основной задачей расчета является увязка системы (внешняя и внутренняя), которая благодаря внедрению фиктивных линий представляет единую операцию и проводится одновременно.

Одной из важнейших практических задач расчета системы является проверка обеспечения заданных давлений в диктующих точках сети. В действующих системах водоснабжения это может обеспечиваться соответствующей работой обычных питающих насосных станций, станций подкачки и станций дросселирования напора.

Последней расчетной операцией является вычисление величин пьезометрических отметок в узлах сети. Это осуществляется путем последовательного вычитания полученных потерь напора участков отдельных ветвей дерева из пьезометрической отметки базисного узла.

Задача технико-экономического расчета системы водоснабжения, охватывающая широкий круг вопросов, решается как путем проведения на машине некоторых расчетов, позволяющих находить экстремальные значения экономических функционалов, так и путем вариантного проектирования, когда машине поручается лишь обсчет стоимости строительства и эксплуатации системы для различных ее вариантов и выбор из них наиболее выгоднейшего.

Что касается узкой задачи технико-экономического расчета сети, т. е. определения наиболее выгодных диаметров труб при заданных величинах расчетных расходов участков, то и эта задача успешно решается машиной; она может быть решена методами, аналогичными обычной гидравлической увязке.

В СССР разработана программа такого расчета водопроводной сети путем ее увязки по фиктивным расходам (метод Л. Ф. Мошина); алгоритм и программа для этого расчета разработаны во ВНИИ ВОДГЕО.

Использование для технико-экономического расчета сетей метода фиктивных расходов имеет то преимущество, что этот расчет фактически сводится к проведению процедур, аналогичных проводимым при обычной гидравлической увязке сети, для которой созданы, отработаны и широко используются (у нас и за рубежом) программы их выполнения на ЭЦВМ.

Увязка сети по фиктивным расходам имеет и ряд специфических отличий, особенностей и трудностей по сравнению с обычной увязкой (наличие фиктивных сбросов в конечных точках схода потоков, учет разности геодезических отметок в точках схода и др.). Эти трудности еще более возрастают для систем, имеющих напорно-регулирующие емкости и нефиксированные отборы.

При ручных методах расчета эти осложнения настолько затрудняют расчет и столь увеличивают объем вычислительной работы, что «полный» технико-экономический расчет не нашел применения в практике реального проектирования.

При использовании ЭЦВМ все указанные трудности относительно легко могут быть преодолены соответствующими видоизменениями алгоритмов и программ для увязки сети. Предложенный ВНИИ ВОДГЕО алгоритм расчета для определения величин фиктивных расходов участков предусматривает (в отличие от метода, изложенного в п. 5 главы VII) проведение через сеть не условного расхода, равного единице, а расхода, равного действительному. Этот расход (в отличие от действительного) сбрасывается в точках требуемых фиктивных сбросов.

Увязка колец по фиктивным расходам производится по обычным формулам:

$$h_{\phi} = S_{\phi} x^{\frac{m}{\alpha+m}},$$

где фиктивное сопротивление

$$S_{\phi} = \frac{q \frac{\alpha\beta}{\alpha+m}}{AQ \frac{m}{\alpha+m}}$$

(см. п. 5 главы VII).

Для увязки сети по фиктивным расходам проф. А. Я. Ласис разработал программу расчета на ЭЦВМ, используя для этой цели предложенный им алгоритм для обычной увязки сети путем решения системы линейных уравнений [30].

Для технико-экономических расчетов водопроводных сетей проф. Н. У. Койда предложил метод, основанный на использовании «штрафных функций»; им составлен алгоритм и программа для применения этого метода для расчета на ЭЦВМ [26].

В зарубежной практике, как нам удалось выяснить путем личного ознакомления, а также путем письменного опроса ряда компетентных организаций<sup>1</sup>, наибольшее число используемых программ предусматривает в основном гидравлическую увязку сетей (по методу Лобачева — Кросса). Большинство приемов и программ для решения этой задачи на ЭЦВМ весьма близки к тем, которые используются в нашей практике и описаны выше. Ряд фирм стремится создавать программы, которые могли бы найти возможно более широкий круг потребителей (т. е. предусматривали возможность решения близких задач для различных областей техники и экономики).

<sup>1</sup> В порядке подготовки доклада для VI Международного конгресса по водоснабжению нами была разослана анкета в водопроводные организации ряда стран по вопросам использования вычислительной техники для расчета систем водоснабжения. Ряд полученных ответов представляет интерес.

Имеются программы, предусматривающие возможность исследования совместной работы водопитателей, сетей и нефиксированных отборов.

Что касается технико-экономических методов расчета на ЭЦВМ, то они, судя по имеющейся в нашем распоряжении информации, используются относительно мало. Это не значит, что мало внимания уделяется экономической оценке инженерных решений, но эта оценка производится чаще не путем использования собственно методов технико-экономического расчета систем, а преимущественно путем вычисления (на машинах) основных стоимостных показателей по ряду намеченных вариантов и определению наиболее выгодного варианта. По отдельным вариантам все гидравлические расчеты производятся с помощью машин. Вот что сообщает по этому поводу бюро IBM из Канады: «В настоящее время мы не имеем опыта по оптимизации или изучению эксплуатационных условий распределительных водопроводных систем. Но благодаря относительно низкой стоимости использования существующих программ и легкости, с которой можно изменять исходные данные, вполне экономично изучать эффект многочисленных комбинаций станций и резервуаров». И далее, об определении диаметров: «... по этой программе определяют минимальные и максимальные величины диаметров труб для каждого участка и, таким образом, приемлемые давления в каждом узле сети» (при этом принимаются во внимание стандартные диаметры). Далее: «Программа начинает с минимальных диаметров и исследует сеть, используя метод Кросса. Обычно первые решения дают давления ниже тех, которые требуются. После этого программа выбирает большие диаметры до тех пор, пока желаемый расчетный минимум давлений не будет достигнут».

Следует отметить, что такой путь технико-экономического расчета не всегда гарантирует правильное решение. Нельзя быть уверенным, что в числе рассматриваемых, хотя и многочисленных вариантов, имеется наиболее выгодный.

Вычислительный центр «Монтаг-Инвестигейшн» (Дюссельдорф) на вопрос о применяемых методах определения наиболее выгодных диаметров пишет: «Большое число технических решений должно экономически сравниваться между собой. Экономическое сравнение должно охватывать: стоимость материала, стоимость строительства, проценты на капитал с учетом ожидаемого срока службы сооружений». И далее: «Опыт снова и снова показывает, что невыгодно назначать диаметры труб сети, полагаясь на точные теоретические расчеты. Разводящая сеть, и прежде всего система магистралей, не является застывшим (мертвым) творением, напротив, они подвержены постоянным изменениям. Условия их работы могут меняться ежечасно, ежедневно, ежемесячно. Это все требует определенной гибкости в пропускной способности сети. Бесспорно можно считать выгодным, что благодаря обычной ограниченности ассортимента стандартных диаметров труб

закладывается резерв транспортирующей способности при проектировании сети».

Интересны некоторые ответы по вопросам использования для водопроводных расчетов различных типов вычислительных устройств.

Так, профессор Хейнке из университета Торонто (Канада) пишет: «Единственная аналоговая машина, с которой я работал, это анализатор Мак-Иллроя. Я нахожу ее много более полезной для анализа распределительных сетей, чем ЭЦВМ, так как изменение системы подач и нагрузок производится (в аналоговых машинах) весьма просто по сравнению с ЭЦВМ».

Автор перечисляет целый ряд задач, для решения которых он считает особенно удобными аналоговые машины:

нахождение причин эксилуационных затруднений и узких мест в существующих системах водоснабжения;

определение условий, при которых участок сети может быть выключен из работы для ремонта, очистки или покрытия цементом;

оценка колебания давлений в сети при изменении нагрузок;

определение возможности обеспечения пропуски пожарных расходов через систему при различных уровнях водопотребления;

исследование оптимальных пьезометрических отметок резервуаров;

изучение планов операций на случай серьезных неполадок в водопроводной системе;

использование полученных гидравлических информации для составления пьезокарт;

изучение функционирования водопроводной системы, имеющей несколько резервуаров.

Вычислительный центр из Дюссельдорфа пишет о целесообразности совместного использования ЭЦВМ и аналоговых машин для исследования и расчетов водопроводных систем: «Мы применяем два вида машин. При помощи аналоговой машины мы исследуем сеть исключительно в гидравлическом аспекте . . . Путём проведения нескольких исследований (расчетов) с различными заданными данными . . . получаем ряд решений . . . , подлежащих сравнению. Затем с помощью цифровой вычислительной машины мы классифицируем полученные решения с интересующих нас точек зрения, как, например, стоимость строительства, эксплуатационные затраты и т. д.».

Разумеется, не со всеми приведенными высказываниями можно согласиться. В частности, нельзя считать правильным тенденцию свести все технико-экономические расчеты к одним лишь сравнениям стоимостей по различным вариантам решений, включая даже такие задачи, как выбор диаметров для отдельных водопроводных линий.

Как наш отечественный, так и мировой опыт убедительно показывает, что использование вычислительных машин для расчета столь сложных систем, как системы подачи и распределения воды, является единственным практически возможным путем решения всего комплекса задач в этой области.

Тенденции к более широкому использованию ЭЦВМ вызваны прежде всего их универсальностью и исключительно быстрым прогрессом в деле их совершенствования и производства.

Однако использование специализированных аналоговых машин является также весьма ценным для анализа проектируемых и особенно эксплуатируемых систем, так как позволяет быстро и просто оценивать их работу и решать вопросы об их дальнейшем развитии и реконструкции.

1. А б р а м о в Н. Н. Основы проектирования и расчета сетей городских водопроводов. Изд-во Наркомхоза РСФСР, 1940.
2. А б р а м о в Н. Н. Графические методы расчета водопроводных сетей. Изд-во Наркомхоза РСФСР, 1946.
3. А б р а м о в Н. Н. Обоснования и методы зонирования водопроводных систем. Изд-во МКХ РСФСР, 1949.
4. А б р а м о в Н. Н., П о с п е л о в а М. М. Расчет водопроводных сетей. Госстройиздат, 1962.
5. А л ь т ш у л ь А. Д. Гидравлические сопротивления. «Недра», 1970.
6. А н д р и я ш е в М. М. Техника расчета водопроводных сетей. «Советское законодательство», 1932.
7. А н д р и я ш е в М. М. Гидравлические расчеты водоводов и водопроводных сетей. Стройиздат, 1964.
8. Б е р ж К. Теория графов и ее применение. ИЛ, 1962.
9. Б о г о м о л о в А. И., М и х а й л о в К. А. Гидравлика. Стройиздат, 1965.
10. В а с и л ь ч е н к о М. П. Расчет кольцевых водопроводных сетей с учетом взаимного влияния колец. «Водоснабжение и санитарная техника», 1965, № 5.
11. В е н т ц е л ь Е. С. Теория вероятностей. «Наука», 1969.
12. В и ш н е в с к и й К. П. Механизация расчета кольцевых водопроводных сетей. «Водоснабжение и санитарная техника», 1961, № 4.
13. ВНИИ ВОДГЕО. Инструкция по выполнению на ЭЦВМ «Урал-2» гидравлического расчета систем подачи воды. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1970.
14. ВНИИ ВОДГЕО. Инструкция по выполнению на ЭЦВМ БЭСМ-2 расчета систем подачи воды. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1970.
15. ВНИИ ВОДГЕО. Руководство по использованию расчетов систем подачи воды с применением ЭЦВМ для выбора оптимальных решений при варианном проектировании. Изд. ВНИИ ВОДГЕО.
16. ВНИИ ВОДГЕО (Ф. А. Шевелев). Таблицы для гидравлического расчета стальных, чугунных, асбестоцементных и пластмассовых труб. Стройиздат, 1970.
17. Г а л ь п е р и н Е. М. Расчет систем водоснабжения с использованием ЭЦВМ. «Водоснабжение и санитарная техника», 1966, № 1.
18. Г е н и е в Н. Н. Примеры расчета сетей городских водопроводов. ОНТИ, 1928.
19. Г л а з у н о в Е. М. Расчеты систем водоснабжения с использованием электромоделей. «Водоснабжение и санитарная техника», 1966, № 11.
20. ГОСТ 13377-67. Надежность в технике. Термины, 1968.
21. З а н е в с к и й М. С. Проектирование водоводов по методу наименьшей стоимости. «Санитарная техника», 1934, № 8.
22. И л ь и н В. Г. Расчет совместной работы насосов, водопроводных сетей и резервуаров. Стройиздат СССР, Киев, 1963.
23. К а р л и н с к а я М. И., Э г и л ь с к и й И. С. Счетно-решающее устройство для расчета и анализа систем водоснабжения. «Водоснабжение и санитарная техника», 1962, № 1.
24. К и р с а н о в М. В. Экономический расчет водопроводных сетей. Изд-во МКХ РСФСР, 1949.
25. К о й д а Н. У. Вариационный метод гидравлического расчета трубопроводов на электронных цифровых вычислительных машинах. «Изв. высших учебных заведений. Энергетика», 1964, № 6.

26. К о й д а Н. У., К а з и м и р о в Е. Я. Расчет гидравлических сетей на электронных цифровых вычислительных машинах. «Высшая школа», Минск, 1964.
27. К р о т о в И. Н. Приемы уточнения расчета водопроводных сетей. Госстройиздат, 1954.
28. К у з ь м и н В. С. Новый метод расчета гидравлических сетей с применением электронно-вычислительных машин. В сб.: «Труды АКХ», вып. XXXIV. Изд. ОНТИ АКХ МХХ РСФСР, 1965.
29. Л а с и с А. Я. Гидравлический расчет кольцевых водопроводных сетей системой линейных уравнений на ЭЦВМ БЭСМ-2. В сб.: «Труды Латвийской академии сельского хозяйства», вып. XVII, 1965.
30. Л а с и с А. Я. Расчет кольцевых водопроводных сетей по фиктивным расходам электронной вычислительной машиной БЭСМ-2. В сб.: «Труды Латвийского НИИТМ», № 3, 1965.
31. Л о б а ч е в В. Г. Новый метод увязки колец при расчете водопроводных сетей. «Санитарная техника», 1934, № 2.
32. Л о б а ч е в В. Г. Вопросы рационализации расчетов водопроводных сетей. ОНТИ, 1936.
33. Л о б а ч е в В. Г. Расчет замкнутых водопроводных сетей по экономическому принципу. ОНТИ, 1938.
34. Л о б а ч е в В. Г., О в ч и н к и н И. П. Совместная работа водопроводных сетей, насосов и резервуаров. ОНТИ, 1934.
35. М о ш н и н Л. Ф. Выбор диаметров водопроводных линий. «Водоснабжение и санитарная техника», 1940, № 2—3.
36. М о ш н и н Л. Ф. Методы технико-экономического расчета водопроводных сетей. Стройиздат, 1950.
37. М о ш н и н Л. Ф., Г а л ь п е р и н Е. М., Г л а з у н о в Е. М. Расчет систем водоснабжения с использованием вычислительной техники. «Водоснабжение и санитарная техника», 1966, № 4.
38. М о ш н и н Л. Ф., С о м о в М. А., Х р о м ц о в а Г. Л., Ч е н ц о в А. С. Технико-экономический расчет водопроводных сетей. «Водоснабжение и санитарная техника», 1969, № 7.
39. Н е к р а с о в а О. А., Х а с и л е в В. Я. Оптимальное дерево трубопроводной системы. «Экономика и математические методы». Изд. АН СССР, VI, вып. 3, 1970.
40. О р е О. Теория графов. «Наука», 1968.
41. П р е г е р Е. А. Аналитические зависимости между параметрами лопастных насосов. В сб. трудов ЛИСИ, вып. 20. Изд. ЛИСИ, 1955.
42. С е ш у С. и Р и д М. Б. Линейные графы и электрические цепи. «Высшая школа», 1971.
43. С у р и н А. А. Выбор схем водоснабжения. Л., 1927.
44. Х а с и л е в В. Я. Элементы теории гидравлических цепей. «Изд-во АН СССР. Энергетика и транспорт», 1964.
45. Ч у г а е в Р. Р. Гидравлика. «Энергия», 1970.
46. Ш и ф р и н с о н Б. Л. Технико-экономический расчет разветвленных сетей. «Тепло и сила», 1935.
47. Ш и ф р и н с о н Б. Л. Новый метод экономического расчета водяных сетей. «Тепло и сила», 1937.
48. Ш и ф р и н с о н Б. Л. Основной расчет тепловых сетей. Госэнергоиздат, 1940.
49. Я р е с ь к о Э. И. Расчет водопроводных кольцевых сетей способом неуравновешенных напоров. «Водоснабжение и санитарная техника», 1959, № 9.
50. B j ö r k l u n d Н. Calculation of Mesh Networks by Analogue Computers. Intern. Wat. Supply Association. VI Congr. 1964, Stockholm.
51. С а м р Т. R. Economic pipe for water distribution system. Proceedings ASCE, 1937.
52. С а м р Т. R., Н а з е н П. L. Hydraulic analysis of water distribution systems by means of an electrical network analyzer. New Engl. Wat. W. Assoc, 1934, 48, N 4.



53. C a o C a r l o. Sulla Convergenza del Metodo di Cross VIII Convento di Idraulica. Pise Avr., 1963.
54. C r o s s H. Analysis of flow in networks of conduits and conductors. University of Illinois. Bul., N 286, 1936.
55. D o l a n d I. Simplified Analysis of Flow in Water Distribution Systems. Eng. News Rec, 117 : 475, 1936.
56. D o d g e E. R. Diagrams for Use with Cross Method Simplifies Solution of Flow Networks. Civ. Eng., 8, 1938.
57. D u b i n C h. Le calcul des réseaux maillés. La Houille blanche 2, 1947.
58. D u b i n C h. Le calcul des réseaux de distribution d'eau par la méthode de Hardy — Cross. La Techn. Sanit. et Munic XVII-12, 1948.
59. D u b i n C h. Calcul des réseaux maillés par des calculateur digital. IV Congrès AIDE. Stockholm, vol. 1, 1964.
60. F a i r G. M. Analysis of Flow in Pipe Networks. Eng. News Rec. 120 : 342, 1938.
61. H u r s t W. and B u b b i s V. Application of the Hardy Cross Method to the Analysis of a Large Distribution System. Forn AWWA, № 2, 1942.
62. D u s s e l d o r f I. B. M., E v e r l i n g W., J y n e y V. Pressure and Flow Rates of Gas and Water Networks. IBM-1620-Program, 1963.
63. M r. I l l r o y M. S. Direct-Reading Electric Analyzer for Pipe line Networks. gorn. A. W. W. A. vol. 42, apr. 1950.
64. K o r t e I. W., V i e l h a b e r H. Untersuchung ung Berechnung Vermaschter Wasserversorgungsnetze. Aachen, 1967.
65. L a c r o i x e t M i n e t. L'étude des réseaux maillés par utilisation des modèles électriques. Technique Sanit. et Municip, mai, 1955.
66. S e r e k M. Matrix Conception of the Flow Analysis in complex Water Supply Systems. Visoké uceni technickè. Brno, 1968.
67. V i b e r A. L'écoulement dans les aqueducs circulaires. Le Génie Civil I. f., 1962.
68. V i b e r A., K o c h P. Le diamètre optimum des conduites de refolement. Genie Civil. 1 oct., 1948.
69. V o y l e s Ch., W i l k e H. Selection of Circuit Arrangements for Distribution Networks Analysis by the Hardi Cross Method IWWA. March, 1962.
70. W i l l i a m s R. W. A New Water Network Distribution Analyser. Wat., and. Wat. Engineering, jan., 1964.

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
<b>Глава I. Общая постановка задачи о расчете гидравлического комплекса сооружений систем водоснабжения и особенности ее решения . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава II. Гидравлические характеристики элементов систем подачи и распределения воды . . . . .</b>	<b>10</b>
1. Характеристики водопитателей . . . . .	10
2. Характеристики отборов воды из системы . . . . .	13
3. Гидравлические характеристики водопроводных линий . . . . .	15
4. Использование гидравлических характеристик отдельных элементов при их простейших сочетаниях (комбинациях) . . . . .	20
<b>Глава III. Теория и методика поверочных расчетов гидравлического комплекса сооружений систем водоснабжения (анализ совместной работы элементов комплекса) . . . . .</b>	<b>26</b>
1. Общие положения . . . . .	26
2. Поверочный расчет разветвленных безбашенных сетей с одним источником питания (водопитателем) . . . . .	29
3. Поверочный расчет разветвленных безбашенных сетей с несколькими источниками питания . . . . .	32
4. Поверочный расчет разветвленных сетей, имеющих напорные регулирующие емкости и одну или несколько питающих насосных станций . . . . .	42
5. Общие соображения о поверочных расчетах водоподающих систем, включающих замкнутые контуры . . . . .	54
<b>Глава IV. Некоторые вопросы топологии сетей . . . . .</b>	<b>63</b>
1. Общие положения . . . . .	63
2. Соотношение между числом узлов, участков и колец плоских сетей . . . . .	65
3. Трансформации сетей . . . . .	69
4. Выбор систем расчетных контуров для увязки кольцевых сетей . . . . .	76
5. Пространственные сети . . . . .	86
6. Сопряженные графы . . . . .	105
<b>Глава V. Первоначальное (предварительное) распределение расходов воды по участкам кольцевой сети и требования надежности . . . . .</b>	<b>110</b>
1. Общая постановка вопроса . . . . .	110
2. Сопоставление требований экономичности и надежности для элементарной кольцевой системы . . . . .	112
3. Установление и формулирование требований потребителей к обеспеченности и бесперебойности снабжения их водой . . . . .	124
4. Анализ понятий надежности в применении к водопроводным сетям и методы определения численных критериев надежности . . . . .	128
5. Характер влияния аварий различных элементов сети на ее работу. Мероприятия по резервированию сети и повышению степени бесперебойности ее работы . . . . .	137
6. Назначение начального потокораспределения в кольцевых сетях . . . . .	148

<b>Глава VI. Теория и методы поверочных расчетов кольцевых сетей</b>	154
1. Общая постановка задачи поверочного расчета кольцевых сетей	154
2. Математическое описание задачи поверочного расчета кольцевой сети и возможные пути ее решения	156
3. Метод Лобачева — Красса	163
4. Модификации метода Лобачева — Красса и другие методы увязки кольцевых сетей	175
5. Увязка кольцевых сетей методом уравнивания расходов	183
6. Увязка сетей, представляющих взаимно сопряженные графы	194
7. О гидравлическом расчете пространственных сетей	200
8. Увязка кольцевых сетей с учетом внешних связей	204
<b>Глава VII. Теория и методика технико-экономического расчета водопроводящих систем</b>	211
1. Общая постановка задачи	211
2. Функция стоимости и разновидности задач анализа ее экстремальных значений	213
3. Анализ общей постановки задачи о технико-экономическом расчете водопроводных сетей при заданных величинах расходов воды и диаметров сетей	215
4. Технико-экономический анализ сетей при заданном потокораспределении	220
5. Технико-экономический анализ водопроводных сетей при заданных значениях потерь напора в участках	230
6. Общие соображения и выводы о закономерности изменения величины приведенных затрат при изменении потокораспределения и характера пьезометрических поверхностей в системе	232
7. Методы технико-экономических расчетов водопроводных сетей с заданным потокораспределением	240
8. Учет изменения водопотребления и роль аккумулялирующих емкостей при технико-экономических расчетах систем водоснабжения	257
<b>Глава VIII. Особенности расчетов систем подачи и распределения воды при использовании вычислительных машин</b>	268
1. Аналоговые устройства и их использование для расчета водопроводных систем	269
2. Использование ЭЦВМ для расчета систем водоснабжения	274
<b>Литература</b>	283

**АБРАМОВ НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ**  
**ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА**  
**СИСТЕМ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ**

\* \* \*

*Стройиздат, Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 9*

\* \* \*

Редактор издательства С к в о р ц о в а И. П.  
Внешнее оформление художника Д о р м и д о н т о в а Б. К.  
Технический редактор П а в л о в а В. Д.  
Корректор К р а в ч е н к о Г. А.

---

Сдано в набор 18/1-1972 г. Подписано к печати 5/VI-1972 г.

Т-03282. Бумага 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. 9 бум. л.

18 печ. л. (уч.-изд. 19,16 л.)

Тираж 14 000 экз. Изд. № А VI-2497. Зак. № 1578. Цена 1 р. 32 к.

---

Ленинградская типография № 6 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Московский проспект, 91.

lib-ecolog.narod.ru

Библиотека

инженера-эколога

<http://vkontakte.ru/club994894>